ВАЗОРАТИ МАОРИФ ВА ИЛМИ ҶУМҲУРИИ ТОҶИКИСТОН
ДОНИШГОҲИ ДАВЛАТИИ КӮЛОБ БА НОМИ
АБУАБДУЛЛОҲИ РӮДАКӢ

Бо ҳуқуқи дастнавис

ВБД – 519.86:372,8+514

АМИРАЛИЗОДА НАСРУЛЛО НЕЪМАТУЛЛО

МЕТОДИКАИ ИСТИФОДАИ МОДЕЛҲО ДАР ҲАЛЛИ МАСЪАЛАҲОИ ГЕОМЕТРИЯИ МАКТАБӢ

ДИССЕРТАТСИЯ

барои дарёфти дараҷаи илмии номзади илмҳои педагогӣ аз руйи ихтисоси
5.3.4. - Назария ва методикаи таълиму тарбия (5.3.4.1. – Назария ва
методикаи таълими математика (таҳсилоти умумӣ))

Роҳбари илмӣ:
номзади илмҳои педагогӣ,
дотсент, Сироҷиддини
Давлаталӣ

Кӯлоб - 2025

МУНДАРИҶА

НОМГӮИ ИХТИСОРАҲО ВА (Ё) АЛОМАТҲОИ ШАРТӢ

МТМУ – муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ

ИМ – истифодаи модел

МГМ – масъалаҳои геометрияи мактабӣ

ММ – моделронии математикӣ

МГ – моделронии геометрӣ

ҲМГ – ҳалли масъалаҳои геометрӣ

МУҚАДДИМА

Мубрамии мавзуи таҳқиқот. Шароити муосир дигаргуниҳои амиқро дар соҳаҳои гуногуни илму техника тақозо менамояд. Маҳз моделиронӣ, ки дар амалисозии ингуга таҳаввулотҳо нақши муҳим мебозад, асоси мавзуи таҳқиқотиро ташкил медиҳад. Дар натиҷаи татбиқ намудани усулҳои моделиронӣ ба дастовардҳои муҳим муяссар гардидан мумкин аст. Истифодаи моделиронӣ дар геометрия дар геометрия дар ҳалли масъалаҳои актуалии ин фан мавқеи калидӣ дорад.

Хирадмандию дурандешии сарвари давлат имрӯзҳо имконият намедиҳад, ки мақому манзалати омӯзгорон дар ҷомеаи мутамаддин аз назарҳо дур монад. Сарвари давлат зикр менамояд, ки миллати соҳибтамаддуни мо аз қадим то замони муосир соҳиби хазинаи бепоёни илму маърифат будем, ҳастем ва кӯшиш ба харҷ медиҳем, ки бо тарбияи дурусти наслҳои минбаъда абадан бимонем.

Қобили зикр аст, ки ҳукумати мамлакат ҳамасола ба таълиму тарбияи насли наврас таваҷҷуҳи бештар намуда, дар ба камолрасонии ояндагони миллат мақому манзалати омӯзгоронро аввалиндараҷа донистааст. Тарбияи ворисони сазовори ояндасоз тақозо мекунад, ки онҳо дорои донишҳои замонавӣ ва таффакури навин бошанд.

Роҳбарону кормандони соҳаи маорифро зарур аст, ки дар партави пайёми солонаи сарвари давлат, ки 26–декабри соли 2019 ироа гардида буд, раванди ҷаҳонишавӣ дар назди муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ вазифаҳоеро пеш мегузорад, ки амали шудани онҳо аз қобилияту эҷодкории омӯзгорон, таваҷҷӯҳи волидон ва ҷомеа вобастагӣ дорад.

Бо фармони Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон аз 31 январи соли 2020, №1445 ки он мутобиқи моддаи 69 Конститутсия Ҷумҳурии Тоҷикистон, бо мақсади тақвият бахшидан ба раванди омӯзиши илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ, инчунин, тавсеаи тафаккури техникии наврасону ҷавонон муқаррар карда шудааст. Солҳои 2020 - 2040

«Бистсолагии омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф» эълон намуд.

Имрӯзҳо ҷузъи таркибии сохтори Вазорати маориф ва илми Ҷумҳурии Тоҷикистонро сатҳи азхудкунии инноватсионии толибилмон фаро мегирад, зеро фаъолияти пурраи инсонро бештар истеҳсолоти ҷамъиятию шахсӣ, бозсозии инноватсионӣ ва инкишофи маданияти умумибашарӣ вусъат мебахшад, ки ин ҳама аз азхудкунии дониш сарчаша мегирад.

Дар ҳалли масъалаҳои методикаи таълими геометрия истифодаи воситаю усулҳои нави таълимӣ яке аз масъалаҳои мубрам ба ҳисоб рафта, асоси онро моделҳо ва усулҳо ташкил медиҳад.

Омӯзишу таҳлилҳо машаххас намуд, раванди таълим он вақт самаранок хоҳад буд, ки агар дар раванди он шавқу завқи толибилмон вобаста ба усулҳои нави таълим ба инобат гирифта шавад [191].

Дар раванди таҳлилу омӯзишҳо мо бештар ба баррасии масъалаи истифодабарии моделҳо ҳангоми ҲМГ таваҷҷуҳ зоҳир намудем ва машаххас кунонидем, ки хонандагон метавонадад бо ин усул, намудҳои гуногуни МГМ дар як мудати кӯтоҳ ба осонӣ ҳал намоянд.

Мусалам аст, ки ҳалли масъалаҳо дар таълими фанни геометрия ҷойи намоёнро ишғол менамояд, зеро бе ҳалли масъалаҳо фанни геометрия пурра аз худ карда намешавад.

Таҷрибаи педагогии омӯзгорони фанни геомерия ва таҳқиқоти олимон нишон медиҳад, ки омӯзиши ҳалли масъалаҳои геометрӣ одатан дар шакли стандартӣ ва монанд ба хонандагон омӯзонида мешавад, ки ин усул барои толибилмон нофаҳмо буда, он боиси душвор гардидани ҳамагуна масъалаҳои геометрӣ мегардад. Ҳангоми дучор шудан ба ин гуна типпи масъалаҳо хонандагон бисёри вақт чӣ тавр ҳал кардани онро сарфаҳм нарафта аз ҳалли масъалаҳо худдори мекунанд.

Қисми зиёди масъалаҳои методикаи таълими геометрияи мактабӣ ҳалли худро наёфтааст. Сабаб дар он аст, ки методология ҳамчун қоида танҳо ба чунин савол ҷавоб медиҳад: «Мушкилиҳои алоҳидаро чӣ тавр ҳал кардан мумкин аст, ки он ба омӯхтани масъалаҳои мушкил равона гардад».

Дар таҳқиқоти худ методи моделрониро, ки яке аз методҳои муҳимтарини таълим дар омӯзиши геометрия ба ҳисоб меравад мавриди баррасӣ қарор додем.

Дараҷаи раҷаи таҳқиқи мавзуи илмӣ. Дар натиҷаи таҳлилу баррасиҳо як қатор таҳқиқотҳои олимони хориҷию ватаниро доир ба истифодабарии усулҳои моделу меолелсозӣ дар ҳалли масъалаҳои геометрияи мактабӣ маълум намудем, аз ҷумла: М.Л. Франк [142], Н.Ф. Четверухин [154], А.Н. Дахин [56], Г.Д. Глейзер [42], А.А. Братко [27], Д. Пойя [116], А.М. Матюшкин [88], Н.Н. Моисеев[94], Л.М. Фридман [144], И.Г. Габович [38], Б. Дадоҷонов [50], М.К. Юнусӣ [174], М.С. Тағайназаров [133], Карим – Заде Ҳ. [72], М. Эргашева [73], М.С. Назаров [98], Х.А. Ҳамдамзода [104], М.И. Фатҳулоев [141], М. Гадозода [39], У. Қурбонова [83]. ва дигарон зарурати истифодаи моделҳоро барои баланд бардоштани самаранокии таълими ҳалли ин мушкилот таъкид менамоянд. Масъалаи истифодаи моделсозии геометрӣ ва вазифаҳои он дар раванди таълим дар якқатор асарҳо, махсусан дар асарҳои В.Н. Коститсин [79], К.Е. Морозов [95], Н.А. Солодухин [131], Нгуен Ван Тханга [99] бештар ба назар мерасад. Аммо методикаи истифодаи моделҳо дар ҳалли масъалаҳои геометрияи мактабӣ то ҳол дар адабиёти методӣ ба таври бояду шояд инъикос наёфтааст.

Доир ба масъалаи мазкур олими рус В.Н. Коститсин дар китоби худ «Моделсозӣ дар омӯзиши геометрия» чунин қайд мекунад: «Моделсозии геометрӣ – ин моделсозӣ бо истифода аз роҳу усулҳои геометрӣ ба шумор меравад. Чи тавре ки хонандагон бо усули аксиоматикӣ бо мисоли сохтани фанни геометрия шинос мешаванд, хонандагонро бо намунаи моделсозии фигураҳои геометрӣ бо моделсозии математикӣ шинос кардан мумкин аст» [79, с. 55 - 80].

Доир ба моделҳои геометрӣ олимони ватанӣ Карим–Заде, Ҳалима Эргашева Мавлудахон дар китоби худ «Методҳои моделсозии математикӣ» чунин қайд мекунад: «Моделҳои геометрӣ объектҳое мебошанд, ки ба асоси геометрии худ монанд аст. Моделҳои геометрӣ дар бораи оригинал тасаввуроти рӯякӣ медиҳанд ва асосан бо мақсади намоиш додан хизмат мекунанд. Ба ин намуди моделҳо македҳои дар ҳаҷми хурд сохташудаи асл, маводи асл дохил мешаванд.

Ду объекти геометрӣ монанд номида мешаванд, агар нисбати дарозиҳои элементҳои мувофиқи онҳо доимӣ бошанд.

Моделҳои геометрӣ дар кибернетика характери ёрирасонро доранд» [73, с. 11-15].

Робитаи таҳқиқот бо барномаҳо (лоиҳаҳо) ва мавзуҳои илмӣ.

Диссертатсия дар асоси нақшаи дурнамои корҳои илмию таҳқиқотии кафедраи математика ва методикаи таълими они Донишгоҳи давлатии Кӯлоб ба номи Абуабдуллоҳи Рӯдакӣ барои солҳои 2022-2025 иҷро гардидааст.

ТАВСИФИ УМУМИИ ТАҲҚИҚОТ

Ҳадафи таҳқиқот: коркарди амалиӣ ва тадбиқи асосҳои назариявии модел ва моделсозӣ дар раванди таълими геометрияи мактабӣ.

Вазифаҳои таҳқиқот: барои мақсаднок гузаронидани таҳқиқоти илмӣ бо истифодаи методи моделиронӣ фазифаҳои зеринро дида баромадем:

1. Муайян намудани моҳияти илмии усули моделиронӣ ва шарҳи он ҳамчун мафҳуми мубрами таҳқиқотӣ;
2. Аз ҷиҳати илмӣ ва амалӣ нишон додани нақши масъалаҳои геометрияи мактабӣ;
3. Алоқаманд намудани ҳалли масъалаҳои геометрӣ бо модел ва моделсозӣ;
4. Ҳангоми ҳалли масъалаҳо саманок истифода намудани усулҳои гуногуни моделсозӣ зимни таълими фанни геометрия;
5. Пешниҳоди тавсияҳои методӣ доир ба самаранокии методологияи ҳалли масъалаҳои геометрӣ бо усули моделсозӣ.

Объекти таҳқиқот: дар муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ ба тасаввуроти геометрияи мактабии хонандагон вобаста намудни методҳои гугогуни модел ва моделсозӣ.

Мавзуи (предмети) таҳқиқот: Методикаи истифодаи моделҳо дар ҳалли масъалаҳои геометрияи мактабӣ.

Фарзияи таҳқиқот–истифодаи методикаи моделҳо дар ҳалли масъалаҳои геометрияи мактабӣ дар ҳолате самаранок мегардад, ки агар:

–дар муассисаи таҳсилоти миёнаи умумӣ барои аз худкунии моҳияти моделсозӣ ва ҳалли масъалаҳои геомерӣ аз ҷониби омӯзгорон ба хонандагон шароии мусоид фароҳам оварда шавад;

–исботи теоремаҳо мунтазам гузаронида шуда дар раванди онҳо моделҳои мувофиқ истифода бурда шаванд;

–масъалаҳо бояд бештар на матнӣ, балки бо тасвирҳо пешниҳод карда шаванд ва аз рӯйи онҳо шартҳо муқаррар карда шаванд.

–ҳангоми таълими фанни геометрия барои баланд бардоштани нерӯи зеҳнии хонандагон шароит фароҳам оварда шавад;

–натиҷаҳои корҳои санҷишӣ доир ба самаранокии методологияи таҳияшудаи таълими ҳалли масъалаҳои геометрӣ бо усулҳои моделсозӣ дар раванди ҳар як чоряк пешниҳод карда шавад.

Асосҳои назариявии таҳқиқотро коркарди масъалаҳои илмӣ ва асосҳои методию методологии таҳқиқот, алоқамандии таҳқиқот бо нақша ва барномаҳои таълимӣ, ки барои омӯзиши методикаи истифодаи моделҳо дар ҳалли масъалаҳои геометрияи мактабӣ бахшида шудааст, ташкил медиҳад.

Сарчашмаи маълумот: таҳлили асарҳои илмию амалии олимони ватанию хориҷӣ, татбиқи усулҳои моделиронӣ дар ҳалли масъалаҳои геометрӣ, санадҳои меъёрию ҳуқуии Вазорати маориф ва илми Ҷумҳурии Тоҷикистон, таҷрибаи устодони муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ ва ичунин таҷрибаи педагогии муаллиф.

Заминаҳои эмпирикии таҳқиқот–ро омӯзиш ва дар амал татбиқ намудани моделҳои геометрӣ аз тарафи олимони номоёни ватанию хориҷӣ, методикаи истифодаи моделҳои геометрӣ ҳангоми ҳалли масъалаҳои амалӣ, тарзу усулҳои таҳлили натиҷаи озмоиши педагогӣ дар МТМУ, санадҳои меъёрӣ ва адабиёти таълимӣ оид ба татбиқи моделҳо дар ҳалли масъалаҳои геометрӣ ташкил медиҳанд.

Пойгоҳи таҳқиқот: Натиҷаи корҳои озмоишию таҷрибавии диссертатсия дар муассисаи таҳсилоти умумии №6–и ноҳияи Ховалинг, гимназияи давлатии ноҳияи Ховалинг, муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №9–и шаҳри Кӯлоб ва литсейи №1–и ба номи Исмоили Сомонии шаҳри Кӯлоб дар байни 125–нафар хонандагон гурӯҳи озмошӣ ва 125–нафар хонандагони гурӯҳи муқаррарӣ гузаронида шуд.

Навгониҳои илмии таҳқиқот:

–мазмун ва муҳтавои масъалаҳои асосии моделронии ҳалшаванда муайян карда шуд;

–имкониятҳои воқеии татбиқи моделҳо дар ҳалли масъалаҳои амалӣ роҳандозӣ гардид;

–коркардҳои илмӣ ва нишондодҳои методӣ дар самти амалисозии моделронӣ анҷом дода шуд;

–роҳу усулҳои самарабахши татбиқи моделсозӣ дар ҳалли масъалаҳои геометрӣ пешниҳод гардид;

–ҳангоми ҳалли масъалаҳо исботи теоремаҳо мунтазам гузаронида шуда, дар раванди онҳо моделҳои мувофиқ истифода бурда шуд;

–бештари масъалаҳо на матнӣ, балки бо тасвирҳо пешниҳод гардид ва аз рӯйи онҳо шартҳо муқаррар карда шуд;

–ҳангоми таълими фанни геометрия методикаи амалисозии моделронӣ пешниҳод гардид, ки он барои баланд бардоштани нерӯи зеҳнии хонандагон шароити мусоид фароҳам овард.

Нуктаҳои ба ҳимоя пешниҳодшаванда: Диссертатсия муқаррароти зеринро дар бар мегирад:

1. Муайян карда шуд, ки таълими фанни геометрия мактабӣ ҳалли масъалаҳои амалиеро фаро мегирад, ки яке аз ҳадафҳои асосии он

методикаи модел ва моделсозӣ мебошад, воситаи муҳимтарини онро бошад муаллиф дар кори анҷомёфтаи хеш пурра инъикос намудааст;

2. Ҷиҳати амалигардонии кори анҷомдодашуда аз имкониятҳои воқеии таҳқиқот истифода намудан боиси самаранокии таълим мегардад ва он метавонад дар рушди малака ва маҳоратҳои муҳассилин таъсири амиқ гузорад;

3. Модел ва моделсозӣ ба хонандагон имконят медиҳанд, ки маводи назариявии азхуднамудаи худро амалан тасвир намуда, тарҳи онро созад ва ин инчунин иҷроиши онро омода намояд;

4. Системаи дар кори илмӣ мураттабгардида ва методҳои тавсиягардида имконият медиҳад, ки аксарияти масъалаҳои геометрӣ бо усули моделронӣ ҳал гардида, то ин ки натиҷаҳои дилхоҳ диҳанд;

Аҳамияти назариявӣ ва амалии таҳқиқотро таҳияи ба нақшагирии фанни геометрия бо истифодаи моделҳои геометрӣ, маводи дидактикӣ: варақаҳо ва супоришҳо, ташреҳи кор бо моделҳои геометрӣ, сенарияи машғулиятҳо, тавсияҳои методӣ доир ба ташкили онҳо, дақиқ кардани шаклҳои кор бо моделҳои геометрӣ, муайян будани натиҷаҳои таҳқиқот ва ғайра фаро мегирад.

Дараҷаи эътимоднокии натиҷаҳои таҳқиқот:

– эътимотнокии натиҷаҳои диссертатсия дар он зоҳир мегардад, ки онҳо дар раванди таълим истифода гардида, натиҷаҳои қаноатбахшро соҳиб гардид;

– корҳои дар заминаи таҳқиқот анҷомдодашуда ва натиҷагирӣ аз онҳо боварибахши рисоларо тасдиқ менамоянд;

– истифодаи ҷанбаҳои педагогию психологии методологияи методикаи истифодаи моделҳо дар ҳалли масъалаҳои геометрияи мактабӣ (МГМ) таҳия гардид;

– тавсия ва дастурҳои илмӣ–методӣ оид ба асосҳои методологии моделҳо ва моделсозӣ дар муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ аз фанни геометрия пешниҳод гардид.

Мутобиқати диссертатсия бо шиносномаи ихтисоси илмӣ.

Мазмун ва мундариҷаи диссертатсия ба соҳаҳои зерини шиносномаи ихтисоси 5.3.4. - Назария ва методикаи таълиму тарбия (5.3.4.1. – Назария ва методикаи таълими математика (таҳсилоти умумӣ)) ва бандҳои зерин мувофиқ мебошад:

– *банди 4.* Таҳқиқоти муқоисавии назария ва методикаи таълими математика дар системаҳои гуногуни педагогӣ;

– *банди 7.* Коркарди мазмуни таълими математика;

– *банди 8.* Назария ва амалияи коркарди стандартҳои давлатии таълими зинаҳо ва соҳаҳои гуногуни таълими математика;

– *банди 9.* Коркарди консепсияи методии мазмун ва раванди азхудкунии соҳаҳои таълим;

– *банди 12.* Назария, методика ва амалияи коркарди барномаҳои таълимии намуд ва зинаҳои гуногун;

– *банди 18.* Усулҳо, воситаҳо, шаклу технологияҳои таълим, тарбия ва худомӯзӣ;

– *банди 32.* Назария ва амалияи роҳбарӣ ба кори мустақилона ва эҷодӣ хонандагон аз фанни геометрия;

– *банди 33.* Назария ва методикаи таълими иловагӣ аз фанни геометрия;

Саҳми шахсии довталаби дараҷаи илмӣ: дар таҳияи диссертатсия бештар амалишаваии маъхазҳои илмӣ, масъалагузории мавзуъ аз ҷиҳати назариявию амалӣ, барномарезӣ, ба расмият дарории моделсозӣ дар курси геометрияи мактабӣ, сохтани моделҳои ёрирасон барои ҳалли масъалаҳои геометрӣ ва натиҷаҳои ҳосилшуда ифода ёфтааст.

Тасвиб ва амалисозии натиҷаҳои диссертатсия.

Натиҷаҳои ба даст омадаи диссертатсия дар ҷаласаю семинарҳои илмӣ, конференсияҳои илмӣ–назариявии донишгоҳӣ, конференсияҳои илмӣ–назариявии ҷумҳуриявию байналмилалӣ мавриди арзёбӣ қарор гирифтааст. Алалхусус, унвонҷӯ ҳангоми гузориши муфассали методикаи истифодаи моделҳо дар ҳалли масъалаҳои геометрияи мактабӣ дар раванди супоришҳои мустақилона маъруза намуда, мавқеи масъалаҳои методии татбиқи тасвирҳо (моделҳо) дар курси геометрияи мактабиро ба таври илмӣ асоснок намудааст.

Интишорот аз рӯйи мавзуи диссертатсия.

Оид ба мавзуи диссертатсия муаллиф 2 дастури таълимӣ, 1 монография ва 10 номгӯи мақолаи илмӣ ба табъ расонидааст, ки аз ин миқдор 4–то дар маҷаллаҳои тақризшавандаи Комиссияи олии аттестатсионии назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон ва Комиссияи олии аттестатсионии Федератсияи Россия, 3–то дар маводи конференсияҳои байналмилалӣ ва боқимонда дар маводи конференсияҳои ҷумҳуриявию донишгоҳӣ интишор шудаанд.

Сохтори диссертатсия – диссертатсия аз муқаддима, се боб, тавсифи умумии таҳқиқот, шаш зербоб хулосаҳои умумӣ, натиҷаҳои илмӣ–таҳқиқотӣ, тавсияҳо оид ба истифодаи амалии натиҷаҳо, номгӯи адабиёт, феҳристи сарчашмаҳои истифодашуда, ва аз феҳристи интишороти илмии довталаб иборат буда, фарогири 183 саҳифаи матни компютери мебошад. Диссертатсия бо матни Microsoft Word ҳуруфчини шуда, иборат аз 73 расм, 2 диограмма, 74 ҷадвал ва 175 номгӯйи адабиёт мебошад.

БОБИ 1. ШАРҲИ МАФҲУМҲОИ МОДЕЛ ВА МОДЕЛСОЗӢ, МОҲИЯТИ МАСЪАЛАҲОИ ГЕОМЕТРӢ ВА УСУЛҲОИ ОНҲО

1.1. Асосноксозии мафҳумҳои модел ва моделронӣ аз нуқтаи умумиилмӣ ва геометрӣ

Маърифат дар назарияи илмӣ ҳамчун қонунияти инкишофи ҷомеаи инсонӣ, ки бо раванди ҳаёт алоқаи бевосита дорад, инъикоси воқеияти зиндагӣ дар тафаккури инсон мебошад. Дар асоси ин назария инсон донишро доир ба падидаҳои рӯйдиҳанда, қонуниятҳои боҳамалоқамандии онҳо ва муҳити иҳотакунанда аз худ мекунад. Донишҳои ҳосилнамудаашро дар ҳаёти ҳамарӯзааш вобаста ба таҳаввулоти баамаломада ва талаботи хеш татбиқ менамояд.

Маърифат ва дигаргуниҳои ҷаҳони воқеӣ ва ҷомеа ҷанбаҳои боэътимод ва байни ҳам вобастаи раванди таърихи инкишофи башарият ба шумор меравад. Назарияи маърифатӣ бошад ин таълимот оид ба шинохти ҷаҳони воқеӣ аз нигоҳи инсон, бавуҷудоӣ ва таҳаввулоти он, оид ба метод ва намудҳое, ки дар он зоҳир мегардад, асосҳои маърифат оид ба ҳақиқат ва нишонаҳои (аломатҳои) эътирознокии он мебошад [79, с.110-125].

Асосгузорони фалсафа дар корҳои худ диққати асосиро ба коркарди назарияи маърифатӣ аз рӯйи материализми диалектикӣ равона намуданд. Дар гузашта нисбати ин назария ақидаҳои гуногун мавҷуд буд. Материалистон ин нуқтаи назарро оид ба маърифат интиқод намуда, андешаҳои худро чунин баён намудаанд: «Дар назарияи маърифат чун дигар соҳаҳо ба таври диалектикӣ муҳокимаронӣ намудан ба мақсад мувофиқ аст, яъне маърифат тағйирёбанда ва инкишофёбанда буда, аз нопуррагӣ ва носаҳеҳӣ ба ҷониби мукаммалӣ ва саҳеҳӣ ҷараён мегирад» [5-М, с.137].

Маърифат омили зарурии фаъолияти амалии ҷомеа ба шумор меравад. Ин фаъолиятро одамон дар асоси хосият ва функсияҳои айёнӣ, муносибати байни онҳо ҳосил менамоянд.

Манбаҳои маърифат таъсиррасонии мустақими башарият ба табиат, коркарди амалии манбаҳои табиӣ, истифодаи истеҳсолоти ашёҳои воқеӣ мебошад. Амалия аз нуқтаи назари материализми диалектикӣ таъсиргузории инсон ба ин ё он ашё бо мақсади табдилдиҳии он ба нафъи ӯ вобаста ба талаботҳояш мебошад. Асосҳои ташаккул ва инкишофи маърифат дар ҳама зинаҳояш, манбаҳои дониш, соҳаҳои татбиқи онҳо, нишонаҳои ҳаққонияти натиҷаҳо танҳо дар амалия ба вуҷуд меояд. Таҷриба ҳамчун муайянкунандаи алоқамандии ашё бо он, ки аз он ба инсон чӣ манфиат мерасад, тавсиф карда мешавад.

Ҳангоми таҳқиқи воқеаи ошкор (ашёҳо, падидаҳо, ҳодисаҳо) инсон пайваста ба методи қиёсии шинохти маърифат рӯ меорад ва онро мавриди татбиқ қарор медиҳад.

Хусусиятҳои миёнаравӣ доштани маърифат ба он асоснок карда мешавад, ки инсон (субъекти маърифат) тавассути дастрасиаш ба алоқа ва муносибатҳои ашёӣ (узвҳои ҳиссиаш) ба алоқа ва муносибатҳои ноошкор (махфӣ)-и онҳо ворид мешавад.

Хусусиятҳои миёнаравии таҳқиқи ин ё он падида, ашё ва равандҳо дар он зоҳир мегардад, ки муҳаққиқ на танҳо аз рӯйи мушоҳида озмоишҳои худро тавассути аъзои ҳиссиаш дониста мегирад, балки ӯ ба воситаи асбобу анҷом ва лавозимоти зарурӣ бо роҳи ғайри мустақим ва ҳамзамон бо ёрии иваз намудани як объект ба объекти дигар дар шинохти онҳо муваффақ мешавад. Ин ашёҳои ивазкунанда дар илм модели ашёҳои таҳқиқшаванда ном гирифтаанд.

Агар дар равандҳои маърифатӣ ду қисмат: объект ва объекти маърифатӣ иштирок намоянд, маърифат тавассути субъекти он бо ёрии танҳо узвҳои ҳиссӣ ва тафаккур ҷараён гирад, ин гуна раванди маърифатиро бевосита меноманд.

Бо роҳи бевосита шинохтани маърифат таҳқиқотчӣ (субъекти маърифат) на ҳама вақт метавонад маълумоти заруриро (асосӣ) доир ба ашёи таҳқиқшаванда ҳосил намояд. Барои субъект дар баъзе мавридҳо ба ҷои ашёи таҳқиқшаванда ашёҳои онҳоро ивазкунанда зарур аст, ки ба воситаи онҳо доир ба ашёи матлуб маълумоти боэътимод ҳосил намояд. Ба сифати ин ивазкунанда ин ё он воситаи маърифатӣ- асбобҳо, лавозимот ё модели ашё хизмат мекунанд. Масалан, ҳангоми равандҳои маърифатӣ асбобу анҷомҳои зерин: асбобҳои оптикӣ, дастгоҳӣ, ренгенӣ ва дигар лавозимоте, ки корро барои инсон осон мегардонанд, истифода бурда мешавад, ки онҳо ҳамчун кувватдиҳандаҳои узвҳои ҳиссӣ баромад мекунанд.

Ҳамзамон ба ҳайси воситаҳои формулаҳои математикӣ, расмҳо, накшаҳо ва ғайраҳо истифода бурда мешавад. Дар ҳамаи ин ҳолатҳои номбаршуда раванди маърифатиро пешраванда меҳисобанд.

Эҳтиёҷ ба ихтироот ва кашфиёт дар сохтани чунин ивазкунандаҳо инсонро ба роҳҳои ғайримустақими шинохти маърифат роҳнамоӣ мекунад. Дар ҳалли масъала татбиқ карда тавонистани донишҳои математикӣ низ аз шартҳои зарурӣ маҳсуб меёбад.

Дар шакли қолабӣ ва ё ғайри қолабӣ додашавии масъаларо донистани хонанда ҳатмист, зеро ин барои ҷустуҷӯи усули ҳалли масъала роҳ мекушояд. Ин навъи таълим моделҳои ишоравӣ ба шумор рафта, ҳамаи раванди таҳқиқи хосиятҳои мавзуро тавассути ин моделҳо раванди моделиронӣ номида мешавад.

Шинохти маърифат тавассути методи моделировани дар қиёс бо методи маърифатии бевосита як қатор афзалиятро доро мебошад. Ин бартариҳо бо он зарур мегардад, ки методи моделиронӣ дорои имконияти зерин мебошад: а) дар объекти маърифатӣ чунин хосиятҳо ва муносибатҳоеро ворид месозад, ки он бевосита воридшавандааст; б) раванди зудтағйирёбанда барои муҳаққиқ бо суръати пешбинишуда ҷараён мегирад; в) баҳогузории ғайривоқеӣ аз тарафи субъекти маърифат (инсон) нисбат ба ашё бартараф карда мешавад; г) инсон тавассути ин метод метавонад аз ҷиҳати сарфаи иқтисодӣ, неруи физикӣ ва ақлонӣ бурд ҳосил намояд.

Мафҳуми модел дар протсесси аз тарафи одам дарк карда шудани муҳити ӯ ба вуҷуд омадааст. Масъала дар он аст, ки ин протсесси дарккунӣ дар зинаҳои аввалини худ ҳамчун дарки бевоситаи обектҳо бо ёрии узвҳои ҳиссиёт ба амал меояд. Моделиронӣ – раванди таҳқиқотии объекти воқеии таҳқиқшаванда ё объекти асосӣ номида мешавад [170, с.13-135].

Ҳамзамон обектҳои метериалӣ дар раванди моделиронӣ ва методҳои ҳалли онҳо низ эҳтиёҷ доранд. Дар ин марҳила шарт ва талаботи обектҳои материалиро ҷудо намуда, конструкторҳо ва аэродинамикиро барои дар Замин фароҳам овардани ҳаракати ҳавопймоҳоро муқаррар кардан мумкин аст. Ҳангоми омӯзиши ин мавод мо мафҳуми моделҳоро истифода мебарем. Дар ин маврид монанди баъзеи обектҳо ҳақиқӣ ва раванди воқеъиро мушоҳида намудем.

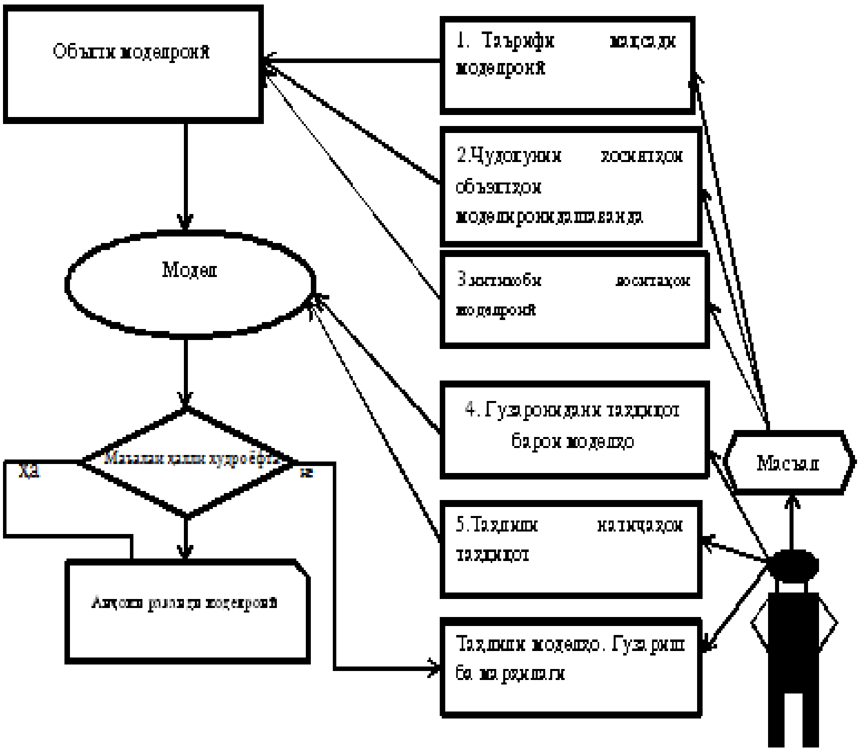
Дар ин маврид мафҳуми модел наҳамаи обектҳои асосиро дар бар мегирад, балки барои истифода намудани дар оянда банақшагирифташударо қобили қабул мешуморанд.

Бояд зикр кард, ки инкифоши тафаккури мантиқии хонандагон ҳангоми омӯзиши моделҳо дар раванди ҳалли масъалаҳои геометрӣ барои ташаккули шахсият ва услуби тафаккури ӯ ба он хосиятҳои асосӣ равона карда мешавад, ки он усулҳои гуногуни моделҳоро таҷассум намояд. Дар ҳолати дигар мафҳуми модел, шакле мебошад, ки ба монанди ихисоршудаи ба обекти асосӣ монанд буда, муҳиммияти махсуси хосиятҳои обекти асосиро, ки ба моделронӣ алоқаманд мебошад, баён менамояд.

Яке аз мақсадҳои асосии ҳалли масъалаҳое, ки омӯзгорон дар раванди фаъолиятӣ эҷодии худ ҳал менамоянд ба ду гурӯҳ ҷудо мешаванд: ҳисобкунӣ ва функсионалӣ. Муҳимияти маъалаи ҳисобкунӣ аз он иборат мебошад, ки ченкунии параметрҳо, хислатномаҳо ва методҳои ҳалли коркарди онҳо маҳсуб меёбад. Омӯзиши маъалаҳои функсионалӣ бошад, дар он амалисозии функсияи идоракунии ва лоҳиясозии тафаккури инсон ба кор бурда мешавад.

Моҳияти ин масъала яке аз компонентҳои ёрирасони фаъолияти муассисаи тиҷоратиро ба нақшагирии истеҳсолоти маҳсулотро ба нақша гирифта, идоракунии интиқоли онҳоро тағйир дода муҳиммияти модели сохташудаи норо пешкаш менамояд.

Муҳиммияти ҳалли масъаларо тавассути модел пешниҳод менамоем.



Расми 1.1. Тарҳи ҷустуҷӯии ҳалли масъалаеро тавассути моделиронӣ.

Ба моделиронӣ инсон ҳамон вақт эҳтиёҷ пайдо мекунад, ки барои бомуваффақият гузаронидани объекти асосӣ чунин сабабҳо ба ин боис мегардад.

➢ мунтазам гузаронидани намудҳои гуногуни корҳои берун аз синфӣ доир ба геометрия;

➢ дар мӯҳлатҳои муайяншуда бо ёрии ҷиддӣ, пурмазмун ва шавқовар пешниҳод намудани масъалаҳо доир ба моделҳо;

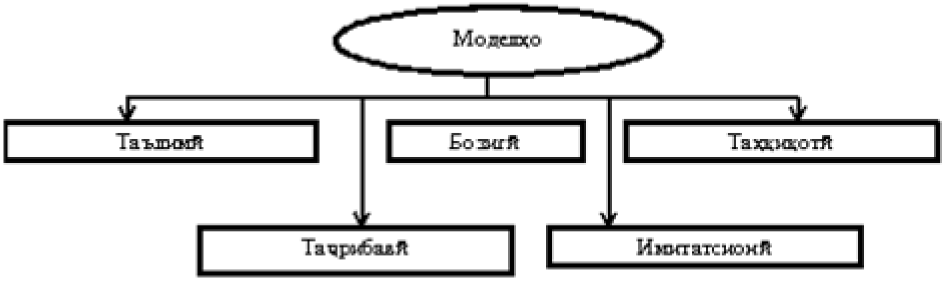
➢ хуб ташкил кардани синф ва ба гурӯҳо ҷудо намудани хонандагон ҳангоми ҳалли масъалаҳои геометрӣ (ҲМГ);

Барои ҳалли ҳамон як маъала аввал модели онро сохтан лозим аст. Ҳангоми ҳалли масъалаҳои мактабӣ се дараҷаи ҳавасмандкуниро муқаррар кардан ба мақсад мувофиқ аст. Онҳоро бо мукофотҳои таълимӣ ки дар раванди дарс бо баҳо муайян карда мешавад. Баҳо 5, 4, 3 номидан мумкин аст. Вобаста ба имкониятҳо ҳамаи хонандагонро дар раванди дар бо тариқи саволу ҷавоб пурсида ва модели геометрияе, ки ба мавзуъ марбут мебошад муайян кардан лозим аст. Моделҳо ҳамзамон ба талаботҳо мувофиқат кунад:

- ҳар як объект бо роҳи муҳокимаронӣ ва инъикоси тафаккури мантиқии хонандагон муайян карда шаванд;
- барои сохтани модел ба ҳар як калимаи масъала бо диққат ва мулоҳизакорона рафтор кардан лозим;
- инъикос объекти додашуда ба таври саҳеҳ муайян карда шавад;
- омӯзгор аз хонандагони синф тарзу усули мустақилона фикр кардану ёфтани ҳалли масъаларо дар вазъиятҳои ғайри стандартии модел омӯзонад;
- масъалаҳои геометрии бо модел ирттиботдошта моро аз ҳар тараф иҳота кардаанд. Аммо барои сохтани объекти он ба хонандагон бо тарзи сода ва омма фаҳмонидан лозим аст.

Таснифоти моделҳо

Таснифот – ин ҷудокунии объектҳо ба гурӯҳҳое мебошад, ки як ё якчанд аломатҳои умумӣ доранд. Вобаста ба амалиёти таснифотии якхела моделҳо ба дараҷаҳои гуногун ҷудо карда мешаванд. Таснифот аз рӯйи соҳаи истифодабарии моделҳоро чунин тасвир кардан мумкин аст.



Расми 1.2. Таснифоти моделҳо аз рӯйи соҳаҳои истифодабарии онҳо

Моделҳои таълимӣ – асбоҳои айёнӣ, маводҳои машққунӣ, барномаҳои омӯзишӣ.

Моделҳои бозигӣ – бозиҳои иқтисодӣ, ҳарбӣ ва корӣ. Онҳо рафтори объектро дар вазъияти гуногун нишон медиҳанд.

Моделҳои таҳқиқотӣ – барои таҳқиқи равандҳо ва ҳодисаҳо сохта мешаванд. Масалан, лавҳаҳо барои санҷиши дастгоҳҳои электронӣ.

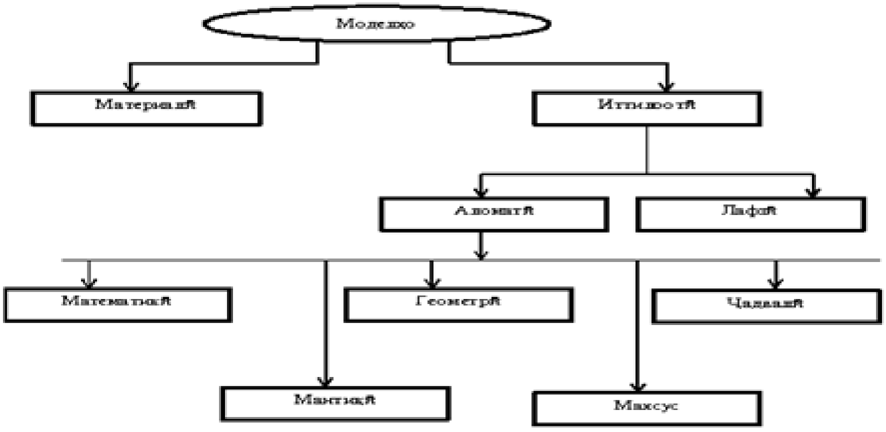
Моделҳои таҷрибавӣ – ин нусхаҳои калонкардашуда ё хурдкардашудаи объект мебошад. Онҳоро барои таҳқиқи объект ва маълумотдиҳӣ доир ба иттилооти ояндаи характеристикӣ татбиқ месозанд (масалан, модели таҷрибавии автомобили банақшагирифташуда).

Моделҳои имитатсионӣ – воқеиятро шарҳ медиҳанд. Дар ин ҳолатҳо озмоишҳо чандинкарата такрор мешаванд.

Таснифотҳоро аз рӯи соҳаҳои нишондодашуда дар моделҳои дониш ба моделҳои физикӣ, биологӣ, иҷтимоӣ ва иқтисодӣ ҷудо менамоянд.

Таснифот аз рӯйи усулҳои пешниҳодшудаи моделҳо. Модели аломати ашёи асосиро бо усулҳои гуногун инъикос намудан мумкин аст. Аломатҳоро нусхабардорӣ намуда, модели табиии онро сохтан мумкин аст. Ба ҳайси моделҳои табиӣ қолабҳо, нусхаҳои хурдшуда ё калоншудаи объект, ки зоҳири онро нишон медиҳад (масалан, глобус) ё сохтори он (масалан, модели системаи Офтобӣ) ё рафтори он (масалан, модели идоракунии радиоии автомобил).

Дар асоси нишон додани хосияти объект бо яке аз забонҳои кодиронии иттилоот – нишондоди лафзӣ, бо формула ифода кардан, расм, нақша – модели онро сохтан мумкин аст. Чунин моделро модели иттилоотӣ меноманд. Иваз намудани объекти асосӣ бо нишондоди расмӣ – модели иттилоотӣ – расмсозӣ номида мешавад. Шаклҳои гуногуни нишон додани моделҳои иттилоотӣ: лафзӣ (вербат), графикӣ, математикӣ, ҷадвалӣ мавҷуд аст (расми 3).



Расми 1.3. Таснифоти моделҳо аз рӯйи усулҳои пешниҳодшаванда

Модели вербалӣ (лафзӣ) – модели иттилоотӣ дар намуди фикрӣ ё гуфтугӯӣ.

Модели аломатӣ – модели иттилоотии бо аломатҳо ифодаёфта тавассути дилхоҳ забони расмӣ.

Модели математикӣ – моделе, ки бо ёрии формулаҳои математикӣ пешниҳод карда мешаванд.

Модели мантиқӣ – моделе, ки бо вариантҳои интихоби амалҳо дар асоси хулосабарорӣ ва таҳлили шартҳо сохта мешаванд.

Моделҳои махсус – ин, масалан формулаҳои химиявӣ, нотаҳо ва ғайраҳо мебошанд.

Модели геометрӣ – моделҳое, ки бо ёрии шаклҳои графикӣ (графҳо, блок – схемаи алгоритмии ҳалли масъалаҳо, диаграмаҳо) нишон дода мешаванд.

Граф – ин маҷмуи қуллаҳо ва теғаҳо, ки бо ҳамдигар пурра ё қисман пайваст мешаванд.

Таснифот аз рӯи нишонаи хосияти объекти моделрониро инъикоскунанда ба ҳисоб меравад.

Аз рӯйи характери инъикоскунандаи хосияти объект ду намуди моделҳоро ҷудо намудан мумкин аст.

- Сохторӣ – сохтори объект моделиронидашавандаро, ки бо мақсади таҳқиқи хосиятҳо ва баҳамалоқамандии компонентҳои ин объект дар мувофиқат мебошанд, инъикос менамоянд;
- Функсионалӣ – рафтори берунаи қабулнамудаи объектро таҷассум менамояд.

Моделҳои функсионалӣ аксаран ҳумчун моделҳои «қуттии сиёҳ» сохта мешаванд. Дар чунин моделҳо танҳо алоқаҳои воридотӣ ва содиротии объекти моделиронидашаванда бо муҳит дода мешаванд (расми 1.4.).

Расми 1.4. Модели «қутии сиёҳ»

Номи «қутии сиёҳ» набудани маълумотҳои дар дохили объект ҷойгиршударо нишон медиҳад.

Дар баробари модели «қутии сиёҳ» аз рӯйии дараҷаи маълумотрасонӣ боз ду навъи моделҳо мавҷуданд:

- Моделҳои доимӣ – расонидани маълумотҳои як карата оид ба объект;
- моделҳои тағйирёбанда – тағийрёбандаи объектро бо гузаштани вақт нишон медиҳад [8, 5-23].

Масалан, картаи тиббиӣ ҳолати саломатии бемор дар ташхисгоҳ тағйирёбии ҳолати саломатии инсонро дар ягон муддати муайяни вақт инъикос менамояд. Ин гуна модел тағйирёбанда мебошад. Таҳқиқоти тиббӣ барои ба кор оғоз намудани ҳолати саломатии коргарро дар ҳамон лаҳза нишон медиҳад. Ин мисоли модели доимӣ мебошад.

Таснифот аз рӯйи характери тағйирёбии модел дар ягон муддати вақт модели тағйирёбандаро ифода намуда, дар навбати худ ба ин ду навъи моделҳо ҷудо мешавад:

- Бефосила – ҳолати худро дар муддати вақт бе фосилаҳои муайян тағйир медиҳад;
- Фосилавӣ – ҳолати худро дар муддати вақт бо фосилаҳои муайян тағйир медиҳад.

Таснифот аз рӯйи аломатҳои сабабнок дар алоқамандӣ аз имконоти баҳисобгирӣ дар модели муоинашавандаи як ё якчанд омилҳои тасодуфӣ аз рӯйи ду навъи дигари моделҳо гузаронида мешавад:

- Муқарраршуда – моделҳое, ки дар онҳо ҳама таъсирот ва омилҳо қаблан муайян шудаанд;
- Эҳтимолиятдор – моделҳое, ки дар онҳо ақаллан яке аз омилҳо характери тасодуфӣ дорад.

Моделиронии геометрӣ ба таври мустақим бо компютер алоқамандӣ дорад. Ҳалҳои аналитикӣ (формулаҳои геометрӣ, ки вобастагии натиҷаҳои ниҳоиро аз додашудаҳо ифода мекунанд) ва ҳалҳои ҳисобии иттилоотӣ муҳим мебошанд.

Модели аналитикӣ – модели геометрӣ буда, дар худ маҷмуи ифодаҳо ва вобастагиҳои аналитикиро таҷассум менамоянд. Онҳо имконият медиҳанд, ки ин ё он хосияти объекти моделиронидашаванда баҳогузорӣ карда шаванд. Моделҳои аналитикӣ метавонанд ба таври фаврӣ равандҳои дар система баамалояндаро ба зайли саҳеҳ шарҳ дода, рафторҳои имкониятдори онҳоро дар шароитҳои гуногун пешгӯӣ намояд. Аммо имкониятҳои моделҳои аналитикӣ ҳангоми ҳалли масъалаҳои мураккаб маҳдуд мебошад, бинобар ин муҳақиқон аксаран аз он канорагирӣ намуда, ба сохтани моделҳое рӯ меоранд, ки ба методҳои ҳисобии ҲМГ асос ёфтаанд. Бинобар ин ҳалҳои ҳосилшуда тақрибӣ буда, дар онҳо хатогиҳои қаблан дар назардошташуда ҷой доранд[79, с.5-12].

Дар ин замина оид ба марҳилаҳои МГ баъзе маълумоти заруриро нишон медиҳем.

Сохтани моделҳои геометрӣ аз навишти додашудаҳо ва натиҷаҳои ибтидоӣ оғоз мегирад. Баъдан дар асоси омӯзиши системаҳои воқеъӣ навъҳои боҳамалоқамандии додашудаҳо ва натиҷаҳои ибтидоӣ барқарор карда мешаванд. Тасвири расмии ин вобастагиҳо модели геометриро ба вуҷуд меорад. Азбаски марҳилаи муосирро бе омили компютерӣ тасаввур кардан имкон надорад, марҳилаҳои моделронии геометрии компютериро тавсиф мекунем.

Муайян намудани мақсади моделиронӣ – марҳилаи аввали МГ мебошад. Мақсадҳои асосии моделронӣ инҳоанд:

- Донистани он ки объекти мушаххас чӣ гуна ҷойгир шудааст, чӣ гуна сохтор дорад, хосиятҳои асосиаш кадомҳоанд, қонуниятҳои инкишоф ва боҳамтаъсирии он бо муҳит дар кадом дараҷа мебошанд;
- омӯзиши идорасозии объект;
- маълумот додан доир ба пешбиниҳои ин ё он усул ва шаклҳои таъсиррасоннӣ ба объект.

Марҳилаи дуюми моделиронӣ танзими параметрҳо, ҷудокунии параметрҳои воридшаванда аз рӯи дараҷаи муҳиммият ва таъсироти онҳо ба натиҷаҳои моделиронӣ мебошад.

Марҳилаи сеюм – интихоби ифодасозии геометрӣ мебошад. Дар ин марҳила зарурияти гузаштан аз тасвири ғайримушаххаси модел ба ифодасози тавассути созишҳо, формулаҳо ба амал меояд.

Интихоби методи таҳқиқот – марҳилаи навбатии зарурӣ мебошад. Агар дар интихоби ин метод компютер истифода бурда шавад, зарурияти ҷудо намудани воситаҳои барномавӣ аз таркиби барномаҳо ё сохтани барномаи махсус дар ягон забони барномасозӣ ба амал меояд.

Гузаронидани таҳқиқот – гузаронидани таҷриба тавассути модел (тағйир додани додашудаҳои дохилшаванда бо тартиби баҳисобгирии аломатҳо дар баромади модел, табдили параметрҳо дар тасвири моделҳо ва ғайраҳо).

Дар марҳилаи таҳлили натиҷаҳо мувофиқати байни модели объекти воқеӣ ё раванд ошкор карда мешавад. Модел ҳамон вақт ба раванди воқеӣ баробарқувва ҳисобида мешавад, ки агар харатеристикаҳои омӯзишии раванд, ки дар равиши моделиронӣ ҳосил шудаанд, бо дараҷаи саҳеҳии додашудаҳо дар амалия мувофиқ бошанд. Дар мавриди номувофиқ омадани онҳо модели раванди воқеӣ ба яке аз марҳилаҳои аввала бармегардад.

Моделиронӣ дар бисёр илмҳо ҳамчун методи илмии маърифатӣ истифода бурда мешавад. Он ҳамчун методи илмии маърифатӣ дар заминаи илмҳои дақиқ ба вуҷуд омадааст. Дар бисёр ҳолатҳо он ҳамчун омили техникӣ арзёбӣ мегардад.

Дар марҳилаи муосир омӯзиши он оғоз ёфта, шарҳи мухтасари вай арзёбӣ мегардад. Дар ин бобат масъалаҳои махсус, ки онҳоро масъалаҳои проблемавӣ меноманд, мададрасонӣ хонандагон шуда метавонад. Масъалаҳои проблемавӣ марбут ба моделҳои геометрӣ гуногун шакланд. Дар онҳо мақсад то андозае хира ва норавшан тасвир ёфта, асоснок кардани ҳал ба осонӣ ба даст намеояд. Ҳангоми ҳалли ингуна масъалаҳо мо на бо як масъала, балки бо маҷмуи масъалаҳои вариантивӣ дучор мегардем.

Таҳлили адабиёти илмӣ нишон медиҳад, ки дар фаҳмиши умумиилмӣ мафҳуми модел ду нуқтаи назар мавҷуд аст. Нуқтаи назари аввал моделро ҳамчун системае шарҳ медиҳад, ки омӯзиши он ҳамчун восита барои гирифтани иттилоот дар бораи системаи дигар хизмат мекунад. Аз нуқтаи назари дуюм моделиронӣ барқарорсозии изоморфизм байни қонунҳо ва назарияҳои ба забонҳои гуногун баёншуда фаҳмида мешавад. Муҳаққиқи маъруф В.А. Штофф моделро ба ду маънои боҳаммуқобил истифода бурдааст: 1) ба маънои ягон назария; 2) ба маънои он ки назария ба чӣ иртибот дорад, он чиро инъикос мекунад »[169, с.130-135].

Мо дар таҳқиқоти худ нуқтаи назари аввалро ҷонибдорӣ мекунем. Дар асоси ҳамин нуқтаи назар Грисюк.С.Н. чунин махсусиятҳои моделро нишон додааст: 1) модел ҳама вақт образи ягон ашё, намоянда ё ҷойвазкунандаи воқеии табиӣ ё сунъие мебошад, ки дар навбати худ метавонад, модели дигар аслҳо низ бошад; 2) модел наметавонад ҳамаи хосиятҳои аслии ашёро инъикос кунад, балки он хосиятҳоеро фаро мегирад, ки дар мавриди таҳқиқ зарур мебошад »[46, с.200-225].

Мушоҳидаҳо ва таҳлили кори таълими геометрия ҳангоми ҳалли масъалаҳо истифодаи моделҳо дар МТМУ нишон медиҳад, ки хонандагон ҳангоми аз худкунии материалҳои назариявию амалӣ душвории зиёд мекашанд. Яке аз ин сабабҳо аз он иборат аст, ки баъди фахмонидани қисми назариявии мавзуъҳои дарс, омӯзгорон ба миқдори вақти барои ҳали масъалаҳо ҷудо карда шуда шурӯъ намуда, ба монеъае дучор меоянд, яъне қисми зиёди хонандагон ҳалли масъаларо дарк карда наметавонад. Ин табиист, чунки ҳар як хонанда қобилияти гуногуни донигирӣ дорад. Аз ин ҷо дар назари омӯзгор муаммое пайдо мешавад чӣ кор бояд кард, ки аққалан қисми бештари хонандагон фаъолонида шаванд, яъне ҳалли бештари хонандагон фаъолонида шаванд, бештар мустақилона амал намуданро ёд гиранд.

Дар ин таъриф Нгуен Ван Тханг. мафҳуми моделро умумӣ кунонида чор характеристикаи асосии зерини онро нишон додааст: 1) модел ба ашёи моделиронидашаванда дар ягон муносибат қарор дорад; 2) модел ашёи таҳқиқшавандаро дар ягон дараҷаи донисташаванда иваз мекунад; 3) таҳқиқи модел имкон медиҳад, ки оид ба ашёи таҳқиқшаванда маълумоти зарурӣ ба даст овардашуда, барои шинохти воқеии он заминаҳо фароҳам оварда шаванд; 4) методи моделиронӣ қоидаҳои гузаришро аз маълумоти доири модел то маълумот оид ба объекти таҳқиқшаванда муаяйн менамояд [99].

В.А. Штофф дар китоби худ «Моделиронӣ ва фалсафа» ба таври ягона ифода намудани мафҳуми «модел»-ро пайгирӣ намудааст. Ӯ пешниҳод менамояд, ки ин мафҳумро ба ҷойи истилоҳи назария, гипотеза, формализм истифода накарда, балки онро ҳамчун мафҳуми мустақил дар мавридҳои махсус истифода баранд. Аммо ӯ ин тавсияи пешниҳод намудаи худро дар навиштаҳои хеш ба таври пурра риоя накардааст.

Аз таъриф айён аст, ки дар он чунин аломатҳои мафҳуми модел дохил шудаанд:1) модел ин системаи фикран сохташуда ва ё тавассути ашё амалишаванда мебошад; 2) модел объекти таҳқиқшавандаро инъикос менамояд; 3) модел қобилияти иваз намудани объекти таҳқиқшавандаро дорад; 4)омӯзиши модел иттилооти навро доир ба объект фароҳам месозад.

Умуман, дар адабиёти фалсафӣ намудҳои гуногуни таърифи мафҳумҳои модел ва моделсозӣ мавҷуд аст. Дар монографияи А.И. Усмонова «Асосҳои мантиқии методи моделиронӣ» шарҳҳои гуногуни ин мафҳум таҳлил карда шуда, дар асоси онҳо чунин таърифи умумии он баён шудааст: «Мафҳуми модел дар протсесси аз тарафи одам дарк карда шудани муҳити ӯ ба вуҷудомадааст» [79, 100-115].

Дар ин таърифи модел фақат ду аломатҳои зерини мафҳум нишон дода шудааст: 1) модел ин система мебошад. Дар ин ҷо зери мафҳуми системаи якҷояшавии якчанд объектҳо ё элементҳое фаҳмида мешавад, ки онҳо нисбат ба якдигар дар ягон муносибати муайян қарор доранд. Маълум аст, ки дилхоҳ объект, ашё, падида, ҳодиса, раванд ва консепсия назарияро ҳамчун система муоина намудан мумкин аст. Айнан ҳамин гуна образ (амсила)-и объект метавонад худи объект, падида ва назарияи он бошад; 2) модел ин восита барои ҳосил намудани иттилоот оид ба системаи дигар мебошад. Бинобар ин ҳадафи татбиқи моделӣ иборат аз он аст, ки он василаи шинохти маърифат, таҳқиқи дилхоҳ объект ҳодиса ва раванд мебошад.

Ҳамин тариқ, моделиронӣ аз нуқтаи назари умумиилмӣ ҳамчун усули маърифати бо ёрии сохтани объектҳои махсус – системаҳо (моделҳо)–е мебошад, ки тавассути онҳо объекти асосии ҳодиса ё равандҳои асосӣ таҳқиқ мегарданд.

Бинобар ин ин ё он объект ҳамон вақт модел ҳисобида мешавад, ки он манбаи иттилооти зарурӣ барои объекти таҳқиқшаванда бошанд [144 20-24].

Одатан, муносибати байни модел ва объекти моделиронидашаванда муоина карда мешавад. Ин муносибат ҳамчун муносибатҳои навъи қиёс ё монандӣ тавсиф меёбанд. Аммо баъзе муаллифон муносибатҳои моделиро на ҳамчун муносибатҳои бинарӣ мавриди таҳқиқ қарор медиҳанд. Масалан, Глинский Б.А. оид ба ин масъала чунин изҳори ақида намудааст: «Методҳои умумии ҳалли масъалаҳо доир ба модел марбут бударо бояд ба хонандагон дастрас бошанд. Вале зарур аст, ки онҳо хосиятҳои алоҳидаи махсуси ҳар як масъала ва роҳи асосии ҳалли онҳоро ба назар гиранд» [45].

Масъалаҳоро бо як чанд роҳ ҳал карда, омӯзгор дар дарс ва дар кори беруназсинфӣ ба хонандагон роҳҳои зебо ва нозуки ҳалли масъаларо бояд нишон дод:

1. Ба хонанда дар ҳалли масъалаи додашуда ёрӣ расонад ва ба ӯ масъалаҳои ба ҳамин монанд ҳал карданро ёд диҳад.
2. Қобилияти хонандаро тарзе ривоҷ диҳад, ки дар оянда хонанда тамоми масъалаҳои курси геометрияро мустақилона ҳал кунад.

Таснифи моделҳоро муҳаққиқони гуногун бо тарзҳои мухталиф пешниҳод намудаанд. Дар ин таснифот умумиятҳо мавҷуданд, ки онҳо ҷудошавӣ ба ашёгӣ ва тасаввурӣ мебошад.

Махсусияти инфиродии моделҳои ашёӣ бо он зоҳир мегарданд, ки онҳо аз рӯйи қонуниятҳои табиӣ ҷой доранд. Дар қиёс бо моделҳои ашёӣ моделҳои тасаввурӣ, агарчанде ки онҳо низ дар шакли ашёӣ (нақшаҳо, калимаҳо, графҳо) вориданд, новобаста аз қонунҳои табиати ашёгидошта мавҷуд мебошанд.

Моделҳои ашёӣ ва тасаввурӣ дар навбати худ ба зернамудҳо ҷудо мешаванд: 1) монандии фазогӣ; 2) монандии физикӣ; 3) монандии математикӣ. Моделҳои тасаввурӣ бошад ба намудҳои зерин ҷудо мешаванд: 1) образӣ; 2) ишоравӣ; 3) зеҳнӣ.

Ба ғайр аз ин моделҳо метавонанд ба намудҳои дигар дар асосҳои зерин ҷудо шаванд: 1) бо мақсади истифодабарии онҳо дар равандҳои маърифатӣ (таҳқиқотӣ); 2) аз рӯйи ҳамоҳангӣ бо маълумоти оид ба асл доштааш; 3) аз рӯи дараҷаи иштироки одам дар сохтани онҳо ва ғайраҳо.

Оид ба ғайр аз инҳо боз моделҳои ҷустуҷӯи (эвристикӣ) дидактикӣ (таълимӣ) табиӣ ва сунъӣ мавҷуданд.

Ба масъалаи таснифоти моделҳо корҳои зиёд бахшида шудаанд. В.А. Штофф (1966), В.А. Вонинов (1964), К.Е. Морозов (1969), Б.А. Глинский (1965) ва ғайраҳо

Б.А. Глинский ва баъзе дигар муаллифон дар корҳои худ «Моделиронӣ ҳамчун методи илмии таҳқиқот» ба ғайр аз ин навъҳои анъанавии моделҳо боз навъҳои дигари онҳоро нишон додаанд: а) модели субстансионӣ; б) модели сохторӣ; в) модели функсионалӣ; г) модели омехта.

Модел ва моделиронӣ дар равандҳои маърифатӣ (таҳқиқотӣ) функсияҳои гуногунро иҷро менамоянд. Ҳангоми таҳқиқоти илмӣ накши муҳимро функсияҳои ҷустуҷӯи (пешгӯикунанда)-и модел иҷро менамояд. Бо татбиқи моделҳо, махсусан дар физика бисёр ихтироот рӯйи кор омадаанд [144, с.20-24].

Ҳамин тавр, ин ҳамчун методи таҳқиқоти илмӣ раванди хеле мураккаб ва бисёрҷабҳа мебошад. Нисбат ба дигар методҳои илмӣ-таҳқиқотӣ бартариҳои зеринро соҳиб мебошад: 1) дар ҳаёт бо дигар методҳо хусусияти умумӣ дорад; 2) дорои нерӯи муътадили ҷустуҷӯӣ мебошад.

Методи моделиронӣ барои он методи умумӣ ҳисобида мешавад, ки он дар ҳамаи илмҳо ва дар ҳамаи марҳилаҳои таҳқиқот ба пуррагӣ истифода бурда мешавад.

Неруи тавонои ҷустуҷӯии ин метод дар он зоҳир мегардад, ки тавассути он омӯзиш аз сода ба мураккаб, аз айён ба ноайён, аз ҳисшаванда ба даркшаванда аз ноошкор ба ошкор ҷараён мегирад [148, с.20-25].

Раванди таҳқиқоти ягон объект тавассути методи моделиронӣ бо ҳама гуногунияш аз марҳилаҳои зерин иборат мебошад:

1. Дар марҳилаи аввал таҳқиқотчӣ объктро бевосита ё ба воситаи ягон асбоб ё лавозимот меомӯзад. Дар яке аз зинаҳои таҳқиқот имконнопазарии онро дучор меояд, аз ин рӯ ба методи моделиронӣ рӯй меорад.

2. Вобаста ба масъалаи гузошташудаи таҳқиқотӣ ва характери объект субъект (инсон) модели объектро интихоб мекунад ё месозад.

3. Бо истифода аз дастгоҳи мутобиқатии илмӣ субъект модели сохтаи худро омӯхта, дар он масъалаи гузошташударо ҳал менамояд.

4. Ба воситаи модели объект маълумотҳоро ҷамъбаст намуда, онро бо забони объекти таҳқиқшаванда бармегардонад.

Ин маълумотҳои ба дастовардашударо доир ба объект, субъект дар амалия месанҷад. Агар ин маълумотҳо ба амалия ва қонуниятҳои қаблан мавҷуда муқобилият надошта бошад, пас ба ҳамин марҳилаи таҳқиқот (ҳалли масъалаи гузошташуда) ба охир мерасад. Агар ин маълумотҳо ягон нишондоди мухолиф дошта бошанд ё ба қонунҳои ҷойдошта итоат накунанд, модел бори дигар санҷида мешавад ё ба модели дигар иваз карда мешавад. Яъне марҳилаи моделсозӣ то он даме, ки масъалаи гузошташуда ҳалли хешро наёбад, такрор меёбад. Бинобар ин ҳар як илм, махсусан илмӣ математика дар ин замина бояд се масъалаҳои асосии зеринро ҳал намояд:

1. Дар асоси омӯзиши бевоситаи объекти ба соҳаи дахлдор алоқаманд субъект моделҳои гуногун ин объектро месозад.

2. Методҳои махсуси омӯзиши моделҳои сохташуда такрор карда мешаванд. Бо ин мақсад дастгоҳи махсуси илмӣ сохта мешавад. Масалан, дар математика методҳои ҳисоббарорӣ, методҳои ҳалли муодилаҳо, таҳқиқи функсияҳо ва ғайраҳо.

3. Методҳои истифодабарии натиҷаҳои омӯзиши моделҳои сохташуда дар амалия коркард карда мешаванд (дар математика, методҳои ҳалли масъалаҳои амалии навъҳои гуногун).

Дар математика мафҳум ва истилоҳоти ба он алоқаманд «модел» бо сохтани геометрияи ғайриевклидӣ дар асри XIX рӯйи кор омад. Дар марҳилаи нахуст ин мафҳум бе таъриф расмӣ-мантиқӣ ба маънои умумиилмӣ истифода бурда мешуд.

Коркарди марҳилаи муосири модел дар математика ҳамчун маҷмуи ғайрихолие фаҳмида мешавад, ки дар он маҷмуи муносибатҳо (предикатҳо) дода шудаанд [27].

Одатан, модел дар математика ҳамчун модели баъзе назарияҳо муоина карда мешавад. Дар асоси таҳлили адабиётҳои илмию методӣ ва таҷрибаи корӣ омӯзгори муассисаи таҳсилоти миёнаи уммумӣ аҳамияти қадам ба кадам иҷрокунии ҳалли маъалаҳои геометрӣ доир бо моделҳо марбут бударо ба миён омад. Ин гуна тарзи ҳал намудани масъалаҳои геометрӣ, маданияти алгоритмии хонандагонро беҳтар намуда, қобилияти дарккунӣ ва донишандузии онҳоро инкишоф медиҳад.

Назария – ин номгӯи муносибатҳои додашуда ва хосиятҳои ин муносибатҳо ва модел – ин маҷмуе мебошад, ки он бо муносибатҳои мувофиқ дода шудаанд ва бо хосиятҳои матлуб иҷро мешаванд [168, с.28-42].

Дилхоҳ назария ба якчанд назарияҳои гуногун дар мувофиқат мебошад. Дар байни инҳо эҳтимолияти мавҷуд будани моделҳои изоморфӣ ҷой дорад. Изоморфизм муносибатҳои байни онҳоро нишон дода, ба муносибати байни модел ва объекти моделиронидашуда дахл надорад.

Дар кадом замина ба вуҷуд омадани мафҳуми моделро Н. Бурбаки дар китоби худ «Очеркҳо доир ба таърихи математика» муфассал нишон додааст. Дар бораи хизматҳои Р. Декард оид ба ин масъала қайд намуда, ӯ менависад, ки «Лейбнитс бори нахуст доир ба изоморфизм ба таври умумӣ маълумот дода» (онро ҳамчун «монандӣ» тавсиф намудааст) айниятдории байни изоморфизм ва амалҳоро пешгӯӣ намудааст. Ба ҳайси намуна амалҳои ҷамъ ва зарбро нишон додааст. Аммо ин пешгӯиҳои ҷасурона аз ҷониби ҳамасронаш дастгирӣ наёфт. То миёнаи асри XIX замоне, ки алгебра ба зинаи инкишофи худ мерасид, ақидаҳои олим мавқуф гузошта шудаанд. Аз ин давра оғоз ёфта, модел тадриҷан ба илм ворид шуд. Олимон гузориш аз як назарияро ба дигараш тавассути табдилдиҳиҳои гуногун амалӣ месохтанд [56, с.125-140].

Маълум аст, ки фаҳмиши математикии мафҳуми модел ба фаҳмиши умумиилмӣ баробар намеояд. Ин баробар наомаданро аксар муҳаққиқон қайд намудаанд. Масалан, кибернетики машҳур Клаус чунин навиштааст: «Маънои математикии мафҳуми модел бо маънои мантиқии он яхела мебошад, дар муқоиса ба он ки мазмуни он дар баъзе дигар илмҳо ба он мувофиқ намеояд. Дар математика ва мантиқ зери мафҳуми модел системаи аксиомаҳо, табдилдиҳии мушаххаси ин системаҳоро мефаҳманд. Системаи аксиомаҳо чизи умумӣ буда, модели ин системаҳо мебошанд.

Дар аксари илмҳои ғайриматематикӣ модел ҳамчун ҳолати умумие дониста мешавад, ки ҳамаи ҳолатҳои алоҳидаро дар бар мегирад. Дар ин ҷо модел ба маънои ғайримушаххаси муқобили истифодаи ин мафҳум дар мантиқ ва математика мебошад [159, с.302-307].

Ин номувофиқатии байни мафҳуми моделро дар математика ва дигар илмҳо мантиқшинос ва математик Ю.А. Шрейдер чунин шарҳ медиҳад. «Модели ягон объект гуфта объекти дигареро меноманд, ки омӯзиши он дар бораи объекти ибтидоӣ маълумоти нав медиҳад» [168].

Ю.А. Шрейдер боз як навъи дигари модели умумиилмиро шарҳ додааст, ки онро модели кибернетикӣ муаррифӣ намудааст: «Худи протсеси дарки ягон объект бо ёрии медолиронӣ ба тавri зерин мегузарад: аввал объектти додашударо бевосита меомӯзанд. Аммо дар ягон марҳилаи ин омӯзиш мо боя гон масъалаи арифметикие дучор меоем, ки онро аз рӯйи объект бевосита ҳал карда наметавонем. Он гоҳ барои объекти додашуда модели нисбатан қулайтарро интихоб бояд кунем ё ин ки созем. Масъалаи сарзадаро дар ҳамин модел ҳал карда, баъд натиҷаҳои ҳалли мазкурро ба объект мегузаронем» [168].

Дар намуди умумӣ Ю.А. Шрейдер модели кибернетикиро ҳамчун модели математикӣ барои модели лингвинистии объекти омузишӣ муоина менамояд.

Қайд намудан ба маврид аст, ки дар адабиёти умумиилмии математикӣ на ҳама вақт моделҳои математикӣ пурра шарҳи худро меёбад. Масалан, дар асоси шарҳи баён намудаи В.А. Штофф «Моделҳои мантиқӣ-математикӣ гуфта, моделҳоеро меноманд, ки дар мантиқ ва математика ба сифати ҳамоҳангсозии системаҳои мавҷудаи назарияҳои дедуктивӣ истифода бурда мешаванд». Шарҳи умумии мафҳумро, ки номукаммал аст, бисёр кам вомехӯрем [171].

Л.М. Фридман нишон медиҳад, ки моделҳои математикӣ ҳадди аққал ба ду қисм ҷудо мешаванд.

1. Модели математикӣ гуфта, намунаи ашёгиеро меноманд, ки аз рӯи табиати физикиаш аз асли худ фарқ мекунад, аммо аз рӯи фаъолият ва сохтор ба он монанд мебошад.

2. Модели математикӣ гуфта, ҳамин гуна модели аломатдореро меноманд, ки он тавассути забони мантиқӣ-математикӣ сохта шуда бо қонуни ин забон итоат мекунад [145, с.55-70].

Таҳқиқоти мо он вақт татбиқшаванда аст, ки мутобиқи он ҳамаи мафҳумҳои математикӣ аз нуқтаи назари умумиилмӣ, моделҳои ягон маҷмуи ҳақиқии объектҳои воқеӣ ё муносибати байни онҳо ба шумор раванд.

Дар математика методҳоеро, ки тавассути онҳо масъалаҳо ҳал карда мешаванд, методҳои моделиронӣ меноманд. Ба ин махсусияти илмӣ математики ҷомеашинос В.И. Арнолид таваҷҷуҳ намуда, навиштааст: «Моделҳо асосан дух ел – материалӣ ва идеалӣ (фикрӣ) мешаванд. Модели ҷисми геометрӣ, ки аз сим ё қоғаз тайёр карда шудааст, модели сомолёте, ки аз чӯб сохта шудааст, модели мошини сабукрав, ки аз пласмасса ё тунука барои бозии бачаҳо сохта шудааст ва амсоли инҳо ба сифати модели материалӣ хизмат карда метавонанд» [8, с. 5-23].

Ин ғайримушаххасест, ки оид ба онҳо Ф. Энгелс навиштааст: Моделҳои воқеии муносибатҳои миқдории шаклҳои фазоӣ мебошад. Дар ҳақиқат, масъалаи мафҳуми математикии секунҷаро дида мебароем. Ин мафҳум модели идеалии ҳамаи он объекҳое мебошад, ки шакли секунҷаро доро мебошанд. Ба ибораи дигар, ин модел образи ҳамаи объектҳое мебошад, ки аз ҳамаи объктҳои дигар фарқ мекунад.

Ба таври мисол мафҳуми дигари математикӣ, муодиларо мегирем (масалан муодилаи хаттӣ). Муодила дар худ чунин модели ишоравиро доро мебошад, ки дар он бузургии матлуб бо бузургиҳои маълум чунон вобастагӣ доранд, ки онҳо тавассути ҳамин муодила ифода карда мешаванд. Аз ин бармеояд, ки муодила модели муносибатҳои миқдории бузургии додашуда мебошад.

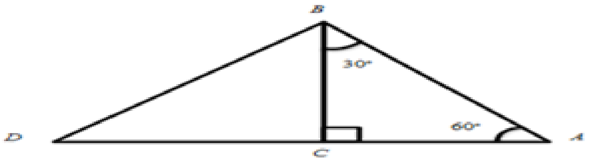
Ҳалли бисёри масъалаҳои амалӣ ба он оварда мерасонад, ки барои онҳо сохтани моделҳои махсуси математикӣ зарур мешавад. Масалан, аксаран масъалаи физикӣ дар навбати аввал, ки ба баҳисоббарорӣ алоқамандананд, бо ҳамин метод ҳал карда мешаванд. Аз рӯи шарти масъалаҳо дар асоси қонуниятҳои маълуми физикӣ формулаҳо ё муодилаҳои онҳо тартиб дода мешаванд. Ин формулаҳо ё муодилаҳо модели геометрии масъалаҳои физикии муоинашаванда мебошанд.

Ба ҳамин монанд ҳалли аксар масъалаҳои амалии геометрӣ, ки онҳоро матнӣ меноманд, тавассути сохтани моделҳои математикӣ: муодила, системаи муодилаҳо, нобаробарӣ ва ғайраҳо иҷро карда мешаванд.

Аз ин лиҳоз маълум мегардад, ки дастгоҳи геометрӣ (назарияи геометрӣ) ин маҷмуи методҳои таҳқиқотии моделҳои геометрӣ мебошанд.

Қайд намудан ба маврид аст, ки ҳалли масъалаҳои сирф геометриро, ки бо забони геометрӣ баён шудаанд, ҳамчун занҷираи мусалсали масъалаи аввала шарҳ додан мумкин аст. Масалан, масъалаи «Исбот кунед, ки дар секунҷаи росткунҷае ки яке аз кунҷҳояш 30^0 аст, катети муқобилхобида он ба нисфи гипотенуза баробар аст» ҳал карда шавад.

Исбот. Бигузор ABC –секунҷаи росткунҷа бо кунҷи ростӣ C ва кунҷи B-и ба30^0 баробар бошад(расми 1.5).



Расми 1.5. Секунҷаи додашуда

Секунҷаи DBC-и ба секунҷаи ABC баробарро месозем. Дар секунҷаи ABD ҳамаи кунҷҳо баробаранд, бинорар ин, он баробартараф аст.

Азаски $AB = \frac{1}{2}AD$ ва $AD = AB$ аст, пас $AC = \frac{1}{2}$AB.

Доир ба ҷузъиёти он дар қисмҳои минбаъда маълумотҳо медиҳем.

Ҳамин тавр, мо мебинем, ки дар геометрия мафҳумҳои модел ва моделиронӣ ҷанбаҳои гуногунро доро мебошанд. Аз шарҳи геометрии ин мафҳум шарҳҳои дигари умумиилмие бармеоянд, ки онҳоро барои амалӣ намудани мақсадҳои гуногун истифода мебаранд.

1.2. Мафҳуми масъала дар адабиёти психологӣ-педагогӣ ва методии геометрия

Истилоҳи «Масъала» дар ҳама илмҳо, бахусус, дар амалияи ҳамарӯзаи ҳаётӣ ба таври васеъ истифода бурда мешавад. То ба имрӯз таърифи дақиқи ин мафҳум муайян нашудааст. Баъзе таърифҳоеро, ки олимони соҳаҳои гуногун ба ин мафҳум додаанд, пешниҳод мекунем.

Г.А. Балл қайд менамояд, ки «масъала шавқу ҳаваси хонандагонро нисбат ба фанни геометрия бедор ва инкишоф дода, дониши онҳоро доир ба баронмаи таълим васеъ менамояд ва қобилиятҳои хонандагони алоҳида ва умуман алҳи синфро афзун мегардонад» [13, с.75-90].

Ю.О. Делимова доир ба мафҳуми масъала чунин нуқтаи назарро пешниҳод менамояд: «Мақсади асосии ҳал кардани масъала – инкишофи тафаккури эҷодӣ ва математикии хонандагон, майлу рағбати онҳо ба геометрия ва кашфи – и далелҳои геометрӣ мебошад» [57].

Аксарияти муаллифон мафҳуми умумии масъаларо сарфи назар карда, ба мафхуми ба он рақобатдор «савол» рӯ овардаанд. Натиҷаҳои ин пажӯҳишҳо дар корҳои олимони рус Ф.С. Лимантов, В.Ф. Берков, Ю.А. Петров, Л.М. Фридман ва А.А. Столяр ифода ёфтааст.

Ф.С. Лимонтов дар корҳои худ дар ин самт нишон медиҳад, ки мафҳумҳои вазъиятҳои проблемавӣ ва масъалагузорӣ аз мафҳумҳои «савол» ва «проблема» ба куллӣ фарқ мекунад. Ӯ тасдиқ менамояд, ки мафҳуми масъала нисбат ба мафҳумҳои «савол» ва «проблема» умумитар мебошад. Аз нуқтаи назари ӯ проблема ҳолати хусусии масъала мебошад. Дар ин маврид ҷустуҷӯи маълумот дар шакли фаъолияти таҳқиқотӣ гузаронида мешавад, ки матлуб на танҳо ҳалли қазия, балки раванди ёфтани он низ мебошад. Савол ҳамчун тарҳи мантиқие, ки «элементи проблема» махсус меёбад, муоина карда мешавад [86, с.15 -16].

Баъзе аз муаллифони дигар чунин меҳисобанд, ки мафҳумҳои «савол», «машқ», «проблема» ва «масъала» муродифҳои ҳамдигар мебошанд. Масалан, олими рус М.А. Данилов дар кори худ «Раванди таълим дар мактабҳои шуравӣ» чунин мешуморад, ки ташаккули малака ва маҳорат маҳз дар ҷараёни машқкунӣ ба амал меояд, ки он ба мафҳуми ҳалли масъала баробарвазн диниста мешавад. Аз ин нуқтаи назари ӯ мафҳумҳои проблема ва масъала айни якдигар буда, аз ҳам фарқ надоранд.

Айниятии мафҳумҳои «масъала», «савол», «машқ» дар корҳои И.П. Иванов, Г.А. Фортунатова, К.Н. Корнилов ва ғайраҳо нишон дода шудаанд.

Чунин айниятгузории мафҳумҳои додашуда ҳангоми тавсиф намудани ҳар яке аз онҳо баъзе душвориҳоро пеш меоранд. Дар ин раванд ҳар масъала бояд ба инкишофи тафаккури мантиқии хонандагон ҳангоми омӯзиши геометрия барои ташаккули шахсият ва услуби тафаккури ӯ, интихоб карда шавад.

И.Я. Лернер қайд менамояд, ки «на ҳар супориши бо савол ифодаёфтаи тақозокунандаи ҷавоб масъала аст. Масалан, пурсишҳо доир ба падидаҳои таърихӣ ё тавсифи қаҳрамониҳои бадеӣ масъала маҳсуб намеёбанд, зерро ҷавоб ба онҳоро дар натиҷаи аз нав такрор намудан ҳосил кардан имкон дорад. Илова бар ин, дар ҳаргуна муносибатҳои ба хонанда шинос барояшон мафҳуме мебошад, ки оид ба он тафаккур карданашон ҳатмӣ мебошад [85, с.23].

Дар гузориши худ «Доир ба мундариҷаи психологии мафҳуми масъала» Г.А. Балл қайд менамояд, ки ин мафҳум барои ифода намудани объектҳои ба се мақула дахлдор истифода бурда мешавад:

а) Ба мақулаи мақсадии амали субъект ва талаботе, ки дар назди ӯ гузошта мешавад;

б) Ба мақулаи вазъияти бо мақсад ҳамроҳ намудани шароите, ки дар он ҳалли масъала имкон дорад;

в) Ба мақулаи бо лафз ифода сохтани ин вазъият [13, с.75].

Г.А. Балл дар идома менависад: «Мо чунин меҳисобем, ки калимаи «масъала» ҳамчун истилоҳоти психологӣ барои ифода сохтани объектҳои мақулаи дуюм мувофиқ аст. Вобаста ба ин чунин тасаввуротҳоеро пешниҳод менамоем, ки дарки он ба манфиатти кор хоҳад шуд: 1) мавҷудияти тарзҳои гуногуни ҳалли масъаларо муқаррар карда шавад; 2) дар объектҳои бо мақулаи аввал мутааллиқ истилоҳоти «мақсади амалиёт», «талаби масъала», муносиб мебошанд;

3) истилоҳи «вазъияти проблемавӣ» ҳамзамон бо мафҳуми масъала барои ифода намудани объектҳои мақулаи дуюм танҳо дар баъзе муносибатҳои ин гурӯҳи объектҳо истифода бурда мешаванд; 4) муносибати фаҳмиши психологии «масъала» бо объектҳои мақулаи дуюм дар алоқамандӣ аз шароитҳои субъектии фаъолият корбаст карда мешавад.

Дар натиҷаи таҳқиқоти гузаронидаи худ Г.А. Балл ба масъала чунин таърифҳоро пешниҳод намудааст:

1. Масъала вазъияте мебошад, ки аз субъект як миқдор амалиётҳоро талаб мекунад;

2. Масъалаи фикрӣ – вазъияте мебошад, ки аз субъект амалиётҳоеро тақозо менамояд, ки бо истифода аз маълумҳо номаълумҳоро ёфтан лозим меояд;

3. Масъалаи проблемавӣ ё проблема – вазъияти аз субъект тақозо намудани амалиётҳое мебошад, ки барои ёфтани номаълум дар асоси додашудаҳо равона шуда, алгоритми ин амалиёт барои субъект номуайян аст [13, с.70 – 75].

Таҳлилҳои равоншинос Г.А. Балл муҳим ва қобили таваҷҷуҳ мебошанд, аммо истифодаи онҳо дар доираи мақсадҳои мо методикаи таълими геометрия – татбиқшаванда нестанд.

Қайд намудани ин нуқта зарур аст, ки дар адабиёти илмӣ ва илмӣ–методӣ предмети таҳқиқот танҳо раванди ҳалли масъала мебошад, аммо ба масъалаи омӯзиши худи мафҳуми масъала чандон эътибор дода нашудааст.

Доир ба ин масъала У.Р. Рейтман менависад: «Ин чӣ гуна аҷиб нест, ки омӯзиши проблемаи ҳалли масъала солҳои зиёд идома дорад, аммо то ҳанӯз таърифи умум эътирофшудаи мафҳуми «масъала» мавҷуд нест. Ин, бешубҳа, ба он алоқаманд аст, ки ба рафторҳои таҳқиқоти ҳангоми ҳалли масъалаҳо нисбат ба худи масъала диққати зиёд дода мешавад [122, с.177 – 185].

Дар идома У.Р. Рейтман чунин шарҳи мафҳуми масъаларо медиҳад: «Система дар ихтиёри худ масъаларо дорад ё не, чизеро дорад, ки бо он масъала айният аст, аммо он фарогири он чизе нест, ки ин равишро қонеъ созад» [122, с.178 - 179].

Дар тасдиқи таърифи худ илова менамояд: «Мо масъалаҳоро дар алоқамандӣ бо хоҳиш ва талаботе, ки дорем, ба вуҷуд меорем ва бар он талош мекунем, ки элементи қонеъкунандаи шарти масъаларо созем ё ҳосил кунем». Ва дар ҷойи дигар ба маврид қайд менамоем, ки «агар мо дарк карда тавонем, ки чӣ гуна одамон ягон навъи масъалаҳоро ҳал менамоянд, метавонем доир ба сохтори масъалаи ҳал менамудаи онҳо тасаввуроти комил пайдо намоем.

Олими рус А.Н. Леонтев масъаларо ҳамчун «мақсади дар шароити муайян додашуда» таъриф медиҳад [84, с.300 - 310].

Ин таърифи дар равоншиносӣ ба таври умум қабулшуда ба мафҳуми одии масъала иртибот надорад. Аммо тасаввур намудани он душвор нест, ки дар шароитҳои муайян ба ҳайси баъзе вазъиятҳои проблемавии субъект дар назар дошта мешавад ва мақсад он чизе мебошад, ки аз ин масъала бар меояд.

Равишҳои Рейтманро ба шарҳи масъала А.Ф, Эсаулов таҳлил намуда, онро муваффақ арзёбӣ менамояд ва онро аниқ намуда, чунин таърифро дар тақвияти он баён мекунад: «Масъала–ин системаҳои муайяни равандҳои иттилоотии мутобиқ шуда ва ҳатто муносибатҳои мутақобилае мебошанд, ки ба табдилдиҳӣ эҳтиёҷ доранд» [122, с.17 – 25]. Бовар кардан номумкин аст, ки ин аниқсозӣ ҳамин тавр ҷараён мегирад. Аммо инро ин тавр фаҳмидан мумкин аст. Субъект сохтори ҷузъиётро дида баромада, алоқаи байни шарт ва талаботи онро муоина намуда, дар мувофиқат бо ин талабот амал намуда, дониста мегирад, ки сохтор ва характеристикаи ҷузъиётро ба ягон омил вобастагӣ доранд ё ин ки онҳо ба ягон табдилдиҳӣ эҳтиёҷ доранд. Шарти масъала аз маълумотҳое, ки субъект онро ба даст меорад ва бо он амал мекунад, бар меояд, талаботи масъаларо бошад, субъект дар фаъолияти худ дар раванди табдилдиҳии додашудаҳои аввала ноил мегардад.

Бо вуҷуди он ҳама таҳқиқоте, ки У.Р. Рейтман ва А.Ф. Эсаулов гузаронидаанд, таърифҳои онҳоро пурра шуморидан имкон надорад. Дар кори худ «Психологияи тафаккури эҷодӣ» А.Я. Пономараев кӯшиш намудааст, ки ба мафҳуми масъала таърифи нисбатан умумӣ диҳад. Ӯ менависад: «Мо метавонем масъаларо ҳамчун ҳолати бо ҳамангезиши системаҳои таъсиркунанда тавсиф намоем» (ҳамчун ҳолати ғайри мувозинатии он) [122, с.109 – 120]. Ӯ нишон медиҳад ки параметрҳои дар асоси онҳо таҳқиқ мегузаронида шуда, ки махсусиятҳои масъаларо муайян мекунад, инҳоанд: 1) махсусиятҳои ҷудогонаи системаҳои мушаххаси баҳамтаъсиркунанда дар маҷмуъ; 2) сохторҳои ҷузъиёти онҳо; 3) усулҳои байниҳамтаъсиррасонӣ. Пономараев ҳамчунин таърифи дигари масъаларо баён мекунад: «Вазъият ҳамчун масъала маҷмӯи додашудаҳо ва талабот барои қонеъсозии онҳо мувофиқро дар бар мегирад. Ин додашудаҳо аз мақсад ва шарти масъала ба вуҷуд меоянд.

Я.А. Пономараев масъаларо ҳамчун ҳолати ғайриэътидолии система таъриф дода, онро бо ягон забон вобаста намесозад, он ғайримустақим аз субъект дар ҳодисаҳои табиӣ зоҳир мешаванд. Ба ин гуфтаи муаллиф розӣ шудан мушкил аст. Ӯ чунин меҳисобад, ки «мақсад – ин объекти қаноатмандсозии талабот мебошад [118, с.111]. Барои ноил гардидан ба чунин мақсад омилҳои объективӣ ва субъективие лозиманд, ки субъекти масъалаҳалсозро ба предмет рӯ ба рӯ намояд. Ба объектҳои субъективӣ инҳо шомиланд: дониш, маҳорат, малака. Инҳо воситаҳои субъект барои ба мақсад расидан мебошанд.

Я.А. Пономараев мафҳуми масъаларо омӯхта, ба чунин хулосае меояд, ки «Ҳамон як масъалаи мушаххасро метавон вобаста аз ҷанбаҳои муоинашаванда бо тарзҳои гуногун тавсиф намудааст. Ин бо хусусиятҳои объективии вазъият ва усулҳои табдилоти он алоқамандӣ дорад. Маҳз аз рӯи ҳамин аломатҳо дар байни масъалаҳои гуногун фарқ гузоштан мумкин аст [118, с.112]. Чи хеле ки аз таҳлилҳо бар меояд Пономараев шарҳи психологии қобили таваҷҷуҳ ва амиқи мафҳуми масъаларо пешниҳод намудааст.

Боиси қайд аст, ки дар адабиёти илмӣ–педагогӣ ва психологӣ баъзе муаллифон мафҳуми масъаларо бо мафҳуми вазъияти проблемавӣ айни ҳам донистааст. Аз ҷумла, муаллифи рус В. Окон дар кори таҳқиқотии хеш «Асосҳои таҳлили проблемавӣ» ба таври муфассал ин масъаларо таҳлил намудааст. Ӯ тасдиқ менамояд, ки «проблема ин масъала нест». Ва дар идома менависад: «Характери проблемавӣ барои фардияти додашуда чунин навъи масъалае ба шумор меравад, ки он фарогири мушкилоти назариявӣ ва амалие мебошад, ки фаъолияти таҳқиқотиро дар раванди ҳалли масъала тақозо мекунад». Ҳангоми фатҳи душвориҳо дар ҳалли масъала характери проблемавӣ аз байн бардошта мешавад. Проблема барои шахси масъала ҳалкунанда душвориҳое мебошад, ки садди ӯ гардиданд ва ки ӯ ҳанӯз барои рафъи онҳо омода нест, барои дигарон ин масъала мумкин аст проблема бошад [107, с.38 – 39].

Табиист, ки аксари масъалаҳо то ягон дараҷае характери проблемавӣ доранд. Мисоли ин гуна масъалаҳо масъалаҳои матнии геометрӣ, арифметикӣ ва физикӣ мебошанд. Ин гуна масъалаҳо одатан аз субъект кори дарозмуддати мустақилонаро талаб мекунад. Аммо дар ҳаёт ва мактаб аксар бо масъалаҳое дучор меоем, ки ҳалли онҳо аз субъект фаъолияти механикӣ (аллакай дарбаргиранда)–ро талаб менамоянд.

Характеристикаи раванди бавуҷудоӣ ва ҳалли масъала – проблема дар таълим ба ақидаи В. Окон аз чунин элементҳо иборат аст: 1) вазъиятҳои ҳаётии муайян муоина карда мешаванд; 2) дар ҳар як чунин вазъият як проблема, масъалае дучор меояд, ки ҳалли он душвор мебошад; 3) барои ҳар як проблемаи бавуҷудоянда гипотезаи ҳалли он рӯи кор меояд; 4) тамоми раванд бо ҳалли проблема ба поён мерасад [107, с.65– 66].

А.В. Брушлинский корҳои В. Оконро таҳлил намуда, нишон медиҳад, ки дар байни вазъияти проблемавӣ ва проблема фарқияти воқеӣ мавҷуд аст. Ӯ менависад: «Фарқияти байни вазъияти проблемавӣ ва проблемаро ба осонӣ муайян намудан ғайриимкон аст». Ин фарқиятҳоро ба таври зерин тавсиф намудан мумкин аст. Субъект барои ба мақсади худ расидан дар ҳалли масъала ба душворӣ дучор меояд, масалан норасоии иттилооти зарурӣ, қоидаҳои маъмулӣ, теоремаҳои вобаста ва ғайра. Дар ин асно вазъияти проблемавӣ ба вуҷуд меояд. Аз ҳамин вазъияти порблемавӣ масъала пайдо мешавад[28, с.37 – 38].

Дар кори худ «Психологияи тафаккур ва кибернетика» Брушлинский ба хулосае меояд, ки дар натиҷаи таҳлили вазъияти проблемавӣ масъала ба вуҷуд меояд.

«Бавуҷудоии масъала (мушкилот)» дар фарқият аз вазъияти проблемавӣ онро нишон медиҳад, ки акнун пешакӣ дода шуда (маълум)–ҳо ва номаълум (матлубҳо)–ро ҷудо намоем. Ин ҷудокунӣ дар ифодасозии лафзии масъала зоҳир мегардад.

Вазъияти проблемавӣ – менависад А.М. Матюшкин дар охирсухан ба китоби В. Окон ду намуд мешавад: назариявӣ ва амалӣ. Моҳияти назариявии вазъияти проблемавӣ бо он зоҳир мегардад, ки муқаррароти умумӣ кушода шуда, донишҳои азхуднамудаи хонандагон асоснок гарданд. Илова бар ин ошкор намудани омилҳое, ки барои шарҳи далелҳои нав ё асоснок намудани амалҳои нав зарур мебошанд [89, с.191 – 200]. Моҳияти амалии мафҳуми вазъияти проблемавӣ аз он иборат аст, ки хонандагон дар асной ҳалли масъала ба ягон монеаи зеҳнӣ бархӯрд мекунанд. Ин бархурд барои иҷрои амалӣ барояш зарурӣ ҳатмӣ мебошад. Дар ин маврид ҷустуҷӯи усули дигар барои аз вазъияти проблемавӣ баромадан лозим мешавад.

Доир ба модели вазъияти прроблемавӣ сухан гуфта А.М. Матюшкин чунин намуди моделҳоро тасниф месозад: 1) модели рафтории вазъияти проблемавӣ; 2) модели эҳтимолӣ; 3) модели иттилоотӣ - семантикӣ.

Шарти асосии ба вуҷуд овардаи проблема дар ин навъи вазъияти проблемавӣ мувофиқан инҳоянд: 1) монеаҳо дар роҳи ба мақсад расидан; 2) мушаххассозии шарт ва предмети тафаккур; 3) монеаи дар шакли алтернативӣ ифодашуда; 4) номувофиқатии донишҳои воқеии талабшаванда [90, с.286 – 295].

Ю.М. Колягин проблемаҳоро ҳамчун марҳилаи ибтидоии фаъолияти фикрӣ меҳисобад. Ӯ менависад: «Дар он ҷое, ки чизеро ҷустҷӯ карда ёфтан лозим нест, дар он ҷо тафаккури мақсаднок вуҷуд надорад». Дар проблема (масъала) ҳама вақт ду компонент мавҷуд аст: 1) шароит, маҷмуи объектҳои мушаххас, ки ба тартиби муайян оварда шудаанд; 2) талаботе, ки чӣ ёфтанро аз шароити додашуда нишон медиҳад.

Ҳамаи мисолҳои овардашуда дар шарҳи мафҳуми масъала нишон медиҳанд, ки «хонандагон оид ба ситоиши геометрия ва омӯзиши он, ҷанбаҳои гуногуни инкишофи илми математика ва шохаҳои он, муҳимтарин мафҳумҳои геометрӣ, робитаи геометрия бо соҳаҳои мухталифи илму техника ва амалияи инсон, дар бораи бузургтарин кашфиёти геометрӣ, дар бораи бузургдоштҳои илмӣ геометрияи ҷаҳонӣ, фалсафаи олии математика ва дигар масъалаҳои мушаххасии ба геометрия алоқаманд» андешаронӣ намуд[77, с.13 – 25].

Яке аз сабабҳои ин гуна ҳолат дар он аст, ки муаллифони гуногун дар муносибатҳои байни масъала ва субъект дар ихтилоф қарор доранд. Аксари муаллифоне, ки ба шарҳи мафҳуми масъала машғуланд, субъектро ба мафҳуми масъала дохил мекунанд (Г.А. Балл, А.Н. Леонтыв, Я.А. Пономараев, К.А. Славская ва ҳоказоҳо), онҳо масъаларо ҳамчун такмили инкишофи тафаккури хонандагон мушкилоте меҳисобанд, ки дар объект ва субъект дар фаъолият бошад. Вобаста ба ин масъаларо барои як субъект ташкил дода ва барои дигар субъект муайян кардан мумкин аст, чунки масъала муайян нашавад. «Бо ин гуна равиш омӯзиши воқеии масъала новобаста аз фаъолияти субъекти муоинашаванда номумкин аст». Ин муаллифон равиши ҳалли масъаларо аз рӯи моҳияти кор дар рааванди он муайян ва омӯхта, худи масъаларо шарҳ намедиҳанд.

А.В. Брушменский, А.М. Матюкин, Л.М. Фридман ва баъзеи дигарон мафҳуми масъаларо аз вазъияти проблемавӣ бо мақсади таҳлили амиқи ин мафҳумҳо ҷудо намуданд. Дар асоси равиши таҳқиқотии онҳо масъала ҳамчун як системати воқеӣ, ки барои тавсифи амали субъект талаб карда мешавад, муоина мегардад. Илова бар ин, имконияти обективии омӯзиши худи масъала новобаста аз фаъолияти субъект дар ҳалли масъала ба амал оварда мешавад.

А.М. Матюшкин, Л.М. Фридман мафҳуми масъаларо бо ифодаҳои аломатии онҳо алоқаманд намудаанд. А.М. Матюшкин нишон медиҳад, ки барои вазъияти проблемавӣ ду масъалаи асосӣ ба миён меояд:

«Хонандагон на фақат дар ҳалли масъалаҳои тайёр, инчунин дар тартиб додани онҳо низ тайёр бошанд; раванди фаъолияти баланди фикрии ҳар як хонандаро таъмин месозад». Ба ҳангоме ки масъала ҳамчун «усули аломатии пешниҳод намудани як хонанда ба дигараш (ё ба худаш) пешниҳод мешавад, дар худ нишондод ба мақсад ва шарти комёб гардиданро дар бар мегирад» [89, с.189 – 192].

Л.М. Фридман масъаларо ҳамчун модели аломатии вазъияти проблемавӣ тавсиф намудааст. Ӯ чунин меҳисобад, ки вазъияти проблемавӣ барои мафҳуми масъала заминаи генетикӣ мебошад. Ӯ мафҳуми масъала ва вазъияти проблемавиро аз рӯи аломатҳои зерин ҷудо намудааст: 1)вазъияти проблемавӣ барои субъект воқеан, новобаста аз ягон забон, вуҷуд дорад ва он бо забоне, ки ба он байён мегардад, иртибот дорад; 2) вазъияти проблемавӣ ҳама вақт аз ҷиҳати мундариҷа нисбат ба масъала бой мебошад. Ё масъала ин модели вазъияте мебошад, ки онро қисман инъикос менамояд; 3) барои ҳар як вазъияти проблемавӣ як ё якчанд масъала мавҷуд аст, ки онҳоро аз якдигар чун маҷмуи хосияти вазъиятҳои тасвиршаванда фарқ мекунанд; 4) вазъияти проблемавиро ба субъекти дигар интиқол додан номумкин аст, масъаларо бошад ба субъекти дигар интиқол додан мумкин аст, онро тағйир дода аз нав пешниҳод кардан имкон дорад.

Л.М. Фридман чунин меҳисобад, ки масъаларо ҳамчун ягон система омӯхтан мумкин аст ва ҳатман дар чунин маврид фаъолияти инсонро дар ҳалли масъала муоина намудан имкон дорад. Ба ибораи дигар, масъаларо объекти омӯзишии махсус қарор додан мукин аст, ки он системаи томро, ки сохтори муайян дорад, ифода мекунад.

Ҳамин тавр, таҳлили гузаронидашудаи мафҳуми масъала нишон медиҳад, ки таърифҳои гуногуни ин мафҳум вуҷуд дорад. Бинобар ин, аксар вақт мафҳуми масъаларо бо вазъияти проблемавӣ алоқаманд медонанд. Баъзе муаллифон масъаларо бо вазъияти проблемавӣ айни ҳам дониста, дигар муаллифон масъаларо ҳамчун мафҳуми характери проблемавӣ дошта нисбат медиҳанд, гурӯҳи сеюм онҳоро аз ҳамдигар дар фарқият гузошта, бар он ақидаанд, ки масъалаҳо аз вазъияти проблемавӣ ба вуҷуд меоянд.

Дар омӯзиши геометрия ҳалли масъалаҳо мавқеи муҳим доранд. Бинобар ин дар адабиёти методӣ–математикӣ ба мафҳуми масъала диққати махсус равона карда шудааст. Агар мо зери мафҳуми «масъала» ба маънои васеаш дилхоҳ машқро аз ҳисобкуниҳо то исботи теоремаҳо дар назар дошта бошем, мо ба ақидаи Ф. Волф оид ба он ки «машғулиятҳои геометрия аз ҳалли масъалаҳо иборат аст», рози шуда метавонем [35, с.139 – 145].

Табиист, ки қабл аз оид ба кадом шаклҳои масъалаҳои геометриро дар мактаб омӯзонидан, чӣ гуна масъалаҳалкуниро ба хонандагон ёд додан, дар кадом шароит геометрияро тавассути ҳалли масъалаҳо аз худ кардан сухан гӯем, бояд дар навбати ин мафҳумро ҳамчун мафҳуми геометрӣ муҳокимаронӣ намоем.

Ю.М. Колягин қайд менамояд, ки «масъала ин аз амалиёти бошууронаи кофта ёфтани воситаи мувофиқ барои муваффақ гашттан ба зарурияттти мақсадноки дар айни замон дастнорас иборат мебошад. Ҳалли ёфтани ҳамин восита мебошад» [16, с.36 – 45].

Н.А. Солодухин вобаста ба мафҳуми масъала чунин андеша ронид: «Масъалаҳо сода мураккаб мешаванд. Дар мавриди дуюм ҳалли масъала бо мушкилӣ ба даст меояд»[131,с. 125].

Математик ва методисти булғорӣ И. Ганчев масъаларо ҳамчун «пайдарпай ифода намудани андешаҳо, ки ба воситаи онҳо ягон маҷмӯи аввалаи R дар маҷмуи додашудаи M додашудаааанд, талаб карда мешаванд, ифода намудааст:

А) Маҷмуи додашудаи R нисби ё конструктивӣ сохта мешавад;

Б) R – и дар маҷмӯи M додашударо ба воситаи ягон зермаҷмӯи он муқаррар сохтан лозим аст;

В) Нишон додан лозим аст, ки объектҳо ва муносибатҳо аз R–ро ба воситаи қоидаҳои муайян ҳосил кардан мумкин аст, ки ба сохтани нрақшаҳо тавсиф меёбанд.

Г) Нишон додан лозим аст, ки R бо маҷмӯе ҳамҷоя мешавад, ки он маълум дониста мешавад.

Дар кори дигари худ Б.А. Глинский қайд менамояд, ки «Пайдарпаии лафзи муқаррарӣ ва рамзҳое, ки тавассути он ифода карда мешавад, маҷмуи М ва хосияти объектҳои зермаҷмуъ дода мешаванд ва талаб карда мешавад, ки номаълум ёфта шавад[45, с.7 – 10].

Таҳқиқот ва равиши И. Ганчев ба масъала идомаи таҳқиқоти математики чехиягӣ Я. Вишин мебошад, ки он дилхоҳ масъалаи математикиро чунин таъриф додааст. «Масъала ҳамон вақт ҷой дорад, ки ягон маҷмуи Q – ро дар ин маврид соҳаи ҳалли масъала меномем».

Тавсифи мафҳуми масъалаҳои кибернетикӣ дар худ баъзе вазиятҳои ташкили мантиқиро таҷассум мекунанд, ки барои масъалаи ҳалшаванда пайдарпайии амалҳои муайянро гузаронидан лозим меояд.

Масалан Г. Гелерbrowser менависад: «Масъала аз талабот ва эҳтиёҷоти одамон ба вуҷуд омадаанд. Ҳар давру замон масъалаҳои ҳалталаби худро ба миён гузоштаю мавриди ҳал қарор медиҳад. Воқеъан ҳам, гузориш ва ҳалли масъалаҳо ба одамон шодию фараҳ мебахшад» [40, с.147 – 150]. Характеристикаи додашудаи мафҳуми масъала аз тавсифоти қаблӣ кам фарқ мекунад. Умумияти онҳоро дида тавонистан душвор нест. Айнан ҳамингуна равишро дар шарҳи мафҳуми масъала К. Томашевский баён намудааст: Ӯ менависад: «Масъала – ин талаботи изҳоршудае мебошад, ки дастрас намудани мақсади амалҳои батартибдаровардашударо тақозо менамояд». Инчунин таърифҳои масъала чи дар кибернетика ва чӣ дар геометрия барои возеҳу равшан баён сохтани асоси ин мафҳум кифоя нестанд. Аз нуқтаи назари кибернетикӣ мафҳуми масъаларо олимон Л. Нюэлл, Ҷ. Шоу ва Г. Саймон хеле ҷолиб баён сохтаанд. Онҳо менависанд: «Ба таври ғайримушаххас гуфта мешавад, ки дар назди инсон масъала гузошта мешавад, агар барои ӯ маҷмуи ҳалҳои имкопазир ва усулҳои санҷиши онҳо, ки дар воқеъ элементҳои додашуда ҳалҳои ҳақиқии масъала мебошанд, дода шуда бошанд.

Сабаби он ки барои ҷӣ масъала дар воқеъ «масъала» ҳисобида мешавад, дар он аст, ки маҷмуи аввалияи ҳалҳои имконпазир, ки барои масъалаи додашуда пешниҳод мешавад, эҳтимоли хеле васеъ буданро дорад.

Ҳалҳои воқеӣ мумкин аст мунтазам ва ин маҷмуи ҳисобӣ бошанд, аммо ҳосил намудан ва санҷиши ҳар як элементи нав заҳмати бисёрро талаб менамояд. Ҳамин тавр, масъалаи ҳалшаванда барои инсон маҷмуи ҳалҳои имконпазирро намедиҳад. Ба ҷои ин барои ӯ элементҳое пешниҳод карда мешавад, ки роҳҳои махсуси дарёфти ҷузъиётҳои ин маҷмуъро ба тартиби муайян коркард намудан мумкин бошад. Дар ин маврид элементҳои ҷустуҷӯӣ дорои хосиятҳое мебошанд, ки онро масъалаи гузошташуда муайян намекунад.

Э. Крик дар китоби худ «Муқаддимаи корҳои муҳандисӣ» ба масъалаи шарҳи мафҳум аз нуқтаи назари кибернетикӣ ва илмӣ–техникӣ машғул шуда менависад: «Масъала» дар ҳар гуна вазъият ба амал омаданаш мумкин аст, агар гузориш аз як ҳолат ба ҳолати дигар лозим бошад. Ду ҳолат бояд ҳамчун ду нуқтаи фазо бошанд, ки масофаи байни онҳоро чен кардан талаб карда шавад. Ҳар як масъала дорои шарти аввалияе мебошад, ки онро шартан бо А ишорат менамоянд (онро воридшавӣ ба масъала меноманд) ва дорои талаботе мебошад, ки онро бо В ифода менамоянд. Аксар масъалаҳои чунин намуд дорои ҳалҳои гуногун мебошанд ва дорои усулҳои гузариш аз як ҳолат ба дигар мебошад. Ин гуна шарҳдиҳии масъалаҳо ҷудо намудани чунин элементҳоро пешниҳод менамояд: воридшавӣ А, баромад В ва Р гузариш аз А ба В ва илова бар ин назария Н, ки дар асоси он усули Р ҷараён мегирад. Ошкор аст, ки ҳадди ақал яке аз ин элементҳо дар шарти масъала дода мешавад, дигарҳояш эътимоланд, номаълум мебошанд. Дар алоқамандӣ бо он ки кадом элементҳо номаълум ва кадомашон маълум аст, таснифоти моҳияти масъаларо дар нақшаҳои геометрӣ гузаронидан мумкин аст.

Олими рус С.О. Шатуновский дар китоби худ «Масъалаҳои геометрӣ ва ҳалли онҳо бо ёрии паргор ва хаткашак», ки ҳамчун замима ба китоби А. Адлер «Назарияи созишҳои геометрӣ» навиштааст, масъаларо чунин таъриф додааст: «масъала гуфта баёни талаботи аз рӯи ашёҳои додашуда, ёфтани ашёи матлуберо меноманд, ки онҳо нисбат ба ҳамдигар ва ашёҳои додашуда дар муносибати муайяне мебошанд». Дар айни ҳол дар назар дошта шудааст, ки мафҳумҳои ашё, додашуда, ёфтан, матлуб дар ҳар як маврид махсус муайян карда мешаванд [166, с. 3 – 10].

Ин таъриф ба тавре хеле саҳеҳ алоқаи байни компонентҳои масъаларо кушода, қисматҳои асосии онро нишон медиҳад. Қайд намудан лозим аст, ки таърифҳои дигар математикҳо – методистҳо кӯшише барои пайгирӣ намудани ин таърифи Шатуновский мебошанд.

Масъала аз нуқтаи назари Ю.М. Коляггин мафҳуме мебошад, ки инъикоси муайяни боҳамалоқамандиро бо олами беруна нишон медиҳад. Ӯ қайд менамояд, ки «масъала ба ташаккули маҳорат ва малакаи зеҳнии хонанда вобаста ба мақсаду маром ва воситаи муҳими таълими насли ҷавон ба ҳисоб меравад» [77, с. 7 – 10].

В.М. Брадис дар китоби худ «Масъала, аз як тараф, мафҳуми мантиқӣ, аз тарафи дигар мафҳуми психологӣ мебошад. Дар мантиқ мафҳуми масъала чандон муфассал муоина нагардидааст. Баъзе таҳқиқотҳое мавҷуданд, ки дар онҳо мафҳуми ба масъала наздик савол дида баромада шуддааст. Вале савол ин ҳанӯз масъала нест». Брадис ин таърифро аниқ намуда, нишон медиҳад, ки масъалаи бо ёрии паргор ва хаткашак ба ду қисм ҷудо намудани порча барои хонанда, масъала маҳсуб намеёбад, аммо масъалаи исботи перпендикулярии ду биссектрисаҳое, ки ба кунҷҳои ҳамсоя гузаронида шудаанд, масъала ба шумор меравад. Саволҳое, ки ҷавоб ба онҳо аз хонанда ҷустуҷӯи фикррониро талаб мекунаду танҳо бахотирории донишҳои доштаашро тақозо дорад, масъала ба ҳисоб намеравад [26, с. 68 – 70].

Олими англис Д. Пойа дар китоби худ «Чӣ тавр масъаларро ҳал кардан лозиим аст» ҳарчанд ки таърифи масъаларо баён накардааст, аммо ӯ нишон додааст, ки барои ҳал намудани масъала донистани «чӣ номаълум аст?», «чӣ дода шудааст?», «шарти масъала аз чӣ иборат аст?», «элементҳои гуногуни масъала бо ҳамдигар чӣ гуна вобастаанд?», «номаълум бо додашудаҳо чӣ тавр алоқамананд?» хеле муҳим мебошанд [116, с. 43 – 50].

Ҳамин тавр, ба ақидаи Д. Пойа ҳар гуна масъала аз додашудаҳо, номаълумҳо ва алоқаи байни онҳо иборат аст.

Профессор Ҷ. Шарифов дар кори таҳқиқотии хеш «Асосҳои методии таълими ҳалли масъалаҳои математикӣ» маълумоти ҷолибро нисбати мафҳуми масъала дар дарс худат ҳал менамоед ва ё онро бо якҷояги хонандагон ҳал мекунед. Дар ҳарду маврид хонанда ба кори механикӣ машғул гардида, барои дар худ ҳосил намудани малакаҳои зарурӣ имконият пайдо мекунад. Муаллифи ин таҳқиқот идома медиҳад, ки «хонандагон доир ба масъалаҳо таффакури мантикӣ дошта худашон ҳал намоянд. Масъалаҳо яке аз воситаҳои асосии дар хонандагон тарбия намудани маданиятнокии геометрӣ ба ҳисоб меравад. Самаранок истифода бурдани онҳо дар раванди таълим ба он вобаста аст, ки хонандагон чӣ қадар ё то кадом андоза ба маҷмӯи маҳорати ҳал кардани масъалаҳо мусалаҳ мегарданд» [160, с. 3 – 10].

В.И. Крупич, масъаларо ҳамчун объекти мураккаб чӣ аз ҷиҳати сохти берунӣ ва чӣ аз ҷиҳати соти дохилии он муоина намудааст.

Сохти берунии онро қисми ахборотдиҳандаи масъала номидааст. Ҷузъҳои алоҳидаи масъаларо бо ҳарфҳо ишора намуда, имконият пайдо кардааст, ки аз нуқтаи назари қисми ахборотдиҳанда масъаларо ҳамчун системаи маҳмуди $S = \{A, B, C, F, D, B\}$, ки дар он ҳамаи аъзоҳо байни худ алоқамананд ва ҳамдигарро пуррра месозанд, дида бароядд, ки дар ин ҷо А

– шарти масъала, В – талабот, F – дар системаи муносибаттҳои байни додашудаҳо ва матлуби масъала муносибати асосӣ ба шумор меравад.

Дар адабиётҳои таълимӣ – педагогӣ бошад, таърифи аз ҳама оддии масъала аз тарафи педагог математики маъруф С.О. Шатуновский дода шудааст. Таърифи додаи чуни наст. Масъала ин зарурияти объективии ёфтани воситаи мувофиқе мебошад, ки баро ба амал баровардани мақсади ба пеш гузошташуда равона карда шудааст.

Дар назар дошта мешавад, ки мафҳумҳои «объект», «ёфтан», «дода шудаҳо», «матлуб», дар ҳар кадоме аз ҳолатҳо ба таври махсус таъриф дода мешаванд.

Н.К. Крупская навиштааст, ки «маҳорати аз таърифи худи хонандагон тартиб додани масъалаҳоро ба дараҷаи зарурӣ баланд бардоштан лозим аст».

Н.М. Бескин қайд мекунад: «Онҳое, ки фақат нишон доданӣ мешаванд, ки гӯё хонанда масъалаи тайёрро ҳал кунад, хато мекунанд. Тартиб додани масъалаҳо – ин раванди махсуси эҷодӣ буда, ҷойи онро ҳалли масъалаҳои тайёр гирифта наметавонанд» [19, с. 67 – 70].

Боз якчанд таърифҳои масъаларо аз нуқтаи назарри олимони муосир нишон медиҳем.

Мувофиқи таърифи додаи К.У. Осимов «масъала ин баёни талаби ёфтанро аз рӯи элементҳои додашудаи дигаре, ки мувофиқати нишондодашударо қаноат мекунонанд, дар худ таҷассум менамояд» [108, с.10 – 45].

Таърифҳои қаблан байёншуда чи қадаре, ки ба равоншиносӣ, кибернетика, геометрия тааллуқ дошта бошанд ҳам, ҳамон гуна ба предметҳои дигар низ мутааллуқ мебошанд. Масъалаи дигар ифода ёфтани талаботи он мебошад.

А.С. Криговская таърифи масъалаи математикиро ин гуна баён намудааст: «Масъалаи математкӣ – ин саволи математикиест, ки ҷавоб ба он худ ба худ ҳосил намешавад ва ин ҷавоб набояд бо роҳи татбиқи нақшаи маълуми умумӣ ҳосил гардад» [81, с. 132 – 140].

Таърифи додашуда дар худ баъзе норасоиҳоро дорад.

- Якум, на ҳама масъалаҳои геометрӣ дар шакли савол баён карда мешаванд. Ва агар ҳамин таърифро қатъӣ дуруст гуфта қабул намоем, он гоҳ чандин масъалаҳои дар курси геометрия қабул гардида ба ин таъриф мувофиқат намекунанд ва лозим меояд, ки онҳоро аз байн бардорем.

- Дуюм, таърифи додашуда ба саволи оё дар бораи масъалаи геометрӣ чизе гуфтан мумкин аст, агар савол геометрӣ набошаду барои ҳалли масъала татбиқи дастгоҳ математикӣ талаб карда шавад, ҷавоб дода наметавонад.

- Сеюм, масъалаи геометрӣ, чун масъалаҳои дигар, на фақат аз савол иборат мебошад, балки аз саволе, ки баъзан онро пурра ё қисман ба худи савол дохил менамоянд.

Дар таърифҳои додашудаи масъала омехташавии ду равияҳои гуногунро пай бурдан мумкин аст: аз як тараф, дар таъриф таркибҳои масъалаҳо дохил гардида бошанд, аз тарафи дигар – консепсияи педагогӣ ворид гардидааст. Таърифҳои дида баромадаамон аз субъект вобаста мебошанд. Дар таърифҳои С.О. Шатуновскиий ва И.Ф. Тесленко консепсияи педагогӣ ба назар гирифта нашудааст, яъне таърифи масъала новобаста аз субъект муоина шудааст.

Ба таърифи масъала таърифи баёншудаи А.А, Столяр-ро низ дохиил намудан мумкин аст. (Дар таърифи ӯ консепсияии равоншиносӣ ба назар гирифта нашудааст). Ин таъриф аз таркиби мантиқии худи масъала бармеояд. Муаллиф қайд кардааст, ки дилхоҳ масъала аз соҳа, предмети муайян ба вуҷуд меояд. Соҳаи предметӣ системаеро муттаҳид месозад, ки аз як ё якчанд маҷмуъҳо иборат мебошад (онҳоро ба ҳамон як маҷмуи унверсиалӣ дохил кардан мумкин аст) ва дар онҳо предикатҳо амал мекунанд (онҳо хосиятҳои элементҳои ин маҷмуъҳо ва ё муносибати байни онҳоро ифода мекунанд).

$$(A_1,\ A_2\ , \dots\ A_к\ ,\ P_1,\ P_2, \dots\ P_n\ )$$

Дилхоҳ вазъият дар ин соҳаи предметӣ бо ягон формулае ифода мешавад, ки аз предикатҳои додашудаи Р ва амалиёти мантиқии

$\varphi(P_1,\ P_2, \dots\ P_n)$ таркиб ёфтааст.

Доир ба мафҳуми масъала ва моҳияти он таҳқиқот бурда, андешаҳои мутафаккирони бузурги оламро доир ба он баён мекунем. Физики машҳури немис А. Эйнштейн, ки таҳаввулоти амиқеро дар инқирози механикаи класикӣ ба вуҷуд овард, ба илми математика, бахусус геометрия таваҷҷуҳи хос дошт. Ӯ нисбати омӯзиши геометрия эҳтиромона чунин гуфтааст: «Агар асари Евклид шавқу завқи ҷавонии шуморо наафрӯхта бошад, он гоҳ Шумо барои назария таваллуд нашудаед» [108, с.5-30].

Математики машҳури америкоӣ Д. Пойа, ки ҳаёти хешро сарфи ҳалли масъалаҳо намудааст, доир ба масъала чунин андешаҳоро иброз доштааст: «Маҳорати ҳал кардани масъала ба монанди маҳорати оббозӣ ё ба воситаи лижа тохтан ҳамин тавр санъати амалӣ мебошад. Онро танҳо бо роҳи тақлид ё машқ омӯхтан мумкин аст». «Ҳалли масъала хусусияти махсуси хиради инсон аст, вале хирад – ин неъмати махсуси инсон мебошад, ин санъат амалист». «Агар мо масъаларо ба ҷои ҳарфҳо бо маълумотҳои додашуда ҳал мекардем, он гоҳ таҳқиқи иборатомӯзи формулаҳо, инчунин баҳодиҳии санҷиши натиҷа партофта мешуд». «Барои супориши масъалаҳо ба хонандагон пешниҳод намудан, масъалаҳо вобаста ба инкишофи тафаккури геометрӣ, дараҷаи тайёрии геометрии хонандагони синф ё мактаб интихоб карда мешаванд».[11, с.55-80].

Геометрияи Евклид ягона системаи мантиқии сода нест. Он аввалин ва бузургтарин мисоли чунин система мебошад, ки илмҳои дигар кӯшиш карданд ва ҳанӯз кӯшиш доранд ба он монанд бошанд. Бузергтарин дастоварди Евклид аз маҳорати ба тартибории теоремаҳо иборат аст, системаи мантиқии он бузуртарин муваффақиияти «Ибтидо» аст.

Нобиғаи намоёни мардуми форс Ал–Форобӣ? ки ҳамчун мутафаккир маъруф аст, нисбат ба масъала ва илми геометрия чунин нуқтаҳоро байён кардааст:

Дар зери номи «илми геометрия» ду илмро мефаҳмонанд: геометрияи амалӣ ва назариявӣ. Геометрияи амалӣ хатҳо ва самтҳои ҷисми чубиро муоина мекунад, агар онҳоро дуредгар истифода барад; ҷисми оҳаниро, агар онҳоро оҳангар истифода барад; ҷисми сангӣ, агар онҳоро сангтарош истифода барад; сатҳи Замин ва майдон, агар онҳоро заминчекунӣ номанд.

Геометрияи назариявӣ хатҳо, саттҳо ва ҷисмҳоро мутлақ муоина мекунад, зеро ки онҳо барои сатҳои ҳамаи ҷисмҳо мебошанд. «Илмҳое, ки аз диди муоинаи исботҳо муқаддамтаранд, илмҳое мебошанд, ки ба геометрия монанданд»[127, с. 30-60].

Абӯалӣ ибни Сино, ки дар илми башарӣ бо таълифотҳояш дар соҳаи гуногуни дониш бартарӣ дорад, таассуроти бесобиқа дар илмӣ риёзӣ, бахусус геометрия дорад. Баъзе намунаҳои онро дар иртибот бо ин гуфтаҳо меорем:

Адад - ин миқдори фосиланок аст, зеро қисмҳои он аз якдигар ҷудо карда шудаанд. Байни ин гуна ду қисми бо ҳам ҳамсоя гузошташуда ба монанди дуюм ва сеюм, чизе дар байн нест, ки онҳоро алоқаманд созад, тавре, ки нуқта заррачаеро меноманд, ки ду хатро алоқаманд мекунад, хат ду ҳамвориро, ҳаморӣ ду ҷимсмро. Геометрия ҳеҷ вақт хати ростро аз хати каҷ зеботар намешуморад барои ӯ фарқ надорад, ки хати рост муқобили хати каҷ аст ё не, зеро ки зебоӣ ва муқобили хосиятҳои махсуси хат нестанд ва ин мафҳумҳо ба мавзуи геометрия дохил нестанд ва ҳамчун объектҳо таъриф дода намешаванд. Бештар чунин ҳолат мешавад, ки исбот аз баръакс бештар ҷой дорад. Ва муҳокимарониро кутоҳ мекунад. Оид ба масъалаҳои геометрӣ таърифҳои хонданбоби мансуб ба геометрияи олими асримиёнагии форс–тоҷик Ҷамшед Ал – Кошӣ чунин нуқтаҳои ҷолибро пешкаш намудааст: «Мафҳуми маълумотҳои геометрии содатарин ҳанӯз ба Юнони Қадим маълум буд. Дар он замон тасдиқоти геометрӣ ба намуди қоидаи беисбот баён карда мешуд. Дар он давра на танҳо маълумотҳои геометрии гуногун ҷамъ мешуданд, балки методикаи исботи тадиқотҳои геометрӣ тақмил меёфтаанд ва инчунин кӯшиш мекарданд, ки қоидаҳои аввалини асосӣ геометрияро баён намоянд, ки қоидаҳои аввалини асосии геометрияро баён мекарданд, ки аз онҳо ба воситаи муҳокимарониҳои соф мантиқӣ маҷмӯи тасдиқотҳои геометрии гуногун ҳосил карда мешуданд» [127].

Математики амрикоӣ Д.И. Хан дар нисбати муҳиммияти масъала ва нақши исбот дар илм чунин фикрҳоро баён намудааст: «Математик ба монанди рассом ё шоир нақшу нигор месозад. Ва агар ин шақшу нигор нисбатан мустаҳкам аст, танҳо аз он лиҳоз, ки онҳо аз ғояҳо таркиб ёфтаанд. Нақшу нигори математик ба монанди нақшу нигор рассом ва шоир бояд зебо бошад: ғояҳо ҳамчун рангҳо ё гуфтор бояд гармоникӣ ба ҳамдигар мувофиқ оянд. Зебоӣ талаботи аввалин аст: дар ҷаҳон барои математикон далел ҷой нест». «Исбот аз муқобил», ки ин қадар Евклид дӯст медошт, ба гумон аст яроқи аз ҳама пурнафосати математика бошад. Ин аз ҳама гуна гашт дар шоҳмот дида тарзи зеботар аст: шоҳмоттбоз барои он ки ғолиб ояд, метавонад пиёда ё ҳатто савораро қурбон кунад: математик бошад ба хатари бохти тамоми як дафъа бозӣ тайёр аст» [152, с. 35 – 36].

На танҳо олимони соҳаи геометрия, балки намояндагони дигари илмҳо низ ба муҳиммияти масъала ва муҳокимарониҳо рӯ оварда, андешаҳои ҷолиби худро доир ба он иброз намуданд. Масалан, файласуфи немис У. Лок чунин суханҳоро дар ин бора навиштааст: «Ман оид ба математика чун оид ба тарзи омӯзонидани ақл ба амиқӣ ва пайдарҳамии тафаккур қайд кардам. Ман намехостам бигӯям, ки ҳама одамон бояд математикҳои асил бошанд: ман танҳо мешуморам, ки он тарзи муҳокимарониро, ки бе восита ин илм муаррифӣ мекунад, аз худ карда, одамон қобилият пайдо мекунанд, онро ба дигар соҳаҳои дониши ба онҳо сару кор дошта гузаронанд. Зеро ҳангоми ҳамагуна муҳокимаронӣ, бо ҳар гуна далели алоҳида ба монанди исботи геометрӣ амалиёт мебояд: зарур аст пайдарпайии ғояҳоро муоина кунем, то ақл ба манбае нарасад, ки онҳо аз он бармеоянд ва то он ки қобилияти тасвирӣ ҳамаи робитаҳои бефосиларо муайян накунад. Дар он ҷое, ки ҳақиқат бо методи исбот барқарор мешавад, таҳқиқоти оянда зарурат надорад.

Оид ба мафҳуми масъала, мазмун моҳият, намудҳои он, методҳои ҳалли онҳо профессор Ҷ. Шарифов корҳои муҳимми зиёдеро ба анҷом расонидааст. Аз мақола то китобҳои мукаммал мавсуф садҳо таълифот дорад, ки хонандаро ба олами васеи масъалаҳо фаро хондааст. Азбаски дар ин ҷо сухан доир ба мафҳуми масъала меравад, мо барои намуна андешаҳои устодро роҷеъ ба он мухтасаран байён намоем:

«Дар раванди ҳалли масъалаҳо донишҳои математикӣ ба сифати қувваҳои ҳаракаткунанда хизмат менамояд». Агар хоҳиш бошад роҳи ҳалли масъалаи душвортаринро ҳам ёфтан мумкин аст. «Дурустӣ ва ё нодурустии ҳалли масъалаҳоро амалия исбот менамояд». «Дар зеҳни инсон энергияи захиравии зиёде мавҷудаст. Ин энергия аслан дар шакли ғайри фаъол амал мекунад. Ҳалли масъалаҳо метавонанд энергияи захиравиро ба энергияи корӣ табдил диҳанд: Дарёфтани як роҳи ҳалли масъала ин нишонаи самари бохирадии мо нест, балки хиради рӯшанбин дар ҳалли бешумори он зуҳур меёбад. Ҳалли масъала ҳар қадар душвор бошад, дар ӯ манфиати бештар аст. Онҳое, ки дар ҳалли масъала роҳи осон меҷӯянд, дер ё зуд пушаймон мегарданд. Агар сабру тоқати касеро санҷиданӣ бошед ба ӯ ҳалли масъалаи геометриро супориш диҳед». «Зиндагӣ худ мактаби бузург аст дар назди ҳар кадоме аз мову шумо даҳо ва садҳо масъаларо мегузорад. Ҳалли ин масъалаҳо моро вазифадор месозад, ки ба ҳалли масъалаҳои нисбатан нав камар бандем. Бахт насиби он касе мегардад, ки агар аз масъалаҳои зиндагӣ наҳаросад, балки барои ҳалли онҳо ҳатто аз шаклу усулҳои ғайриқобил истифода барад [160, с. 30 - 35].

Узви вобастаи Академияи илмҳои педагогӣ, доктори илмҳои педагогӣ Мансур Нугмонов дар баробари таҳқиқоти бешумор дар самти методикаи таълими математика, ба таърихи илми математика, бо мафҳумҳои гуногуни математика аз ҷумла масъала ва ҷузъиёти он таваҷҷуҳ намуда, дар бораи ин илм ва нақши масъала ва муҳокимаронихо дар ҳаёт нуқтаҳои ҷолиб баён намудааст. Дар мавриди таҳқиқшаванда чанде аз онҳоро ба ҳайси далелҳои илмӣ пешниҳод менамоем: Таърихан ва дар ибтидо муҳокимаронињо ва қонуниятҳои математикӣ асосан бо забони табиӣ баён шуданд ва фақат баъдтар, ифодаи шаклан барои математика махсус шакли интиҳоӣ ва мантиқан ғайри муқобилсуханнии назарияивиро ба худ гирифтаанд, ки бо ёрии забони шевавӣ пешниҳод шудаанд. Аз тарафи дигар, гузариш ба забони ишоравӣ ва формулаҳо инкишофи соҳаҳои илми математика ва умуман математикаро хеле пурқувват ва моҳияти даркшавандагии муҳокимаронињо ва натиҷаҳои математикиро хеле осон гардонид [26, с. 12 – 14].

«Теорема худ натиҷаи ҷустуҷӯ ва ибтидои исбот аст. Онро ба шакл даровардан тафаккури баланди мантиқиро талаб мекунанд. Ҳатто аз одитарин теоремаҳои геометрия нозукӣ, хушбаёнӣ ва ифодаи беҳтарини ҳамдеҳаи забонро дарёфт кардан мумкин аст. Аксиома дарки тахаюлии олами воқеист, ки бояд ҳар як шахси бо маърифат моҳияти онро фаҳмад ва қабул намояд. Он чунон ҳақиқат аст, ки дигар асоси ҳақиқиро ҷустуҷӯ кардан шарт нест [101, с. 9].

Хулосаи боби якум

Мафҳуми модел яке аз мафҳумҳои муҳимми илмӣ ба шумор меравад. Он на танҳо хоси илми математика, балки мутааллиқ ба фанҳои дигар низ мебошад. Дар таҳқиқот мо ҷанбаҳои умуми илмӣ ва ҷиҳатҳои хоси ба илми математика, алалхусус ба геометрия алоқамандро мавриди омӯзиш, таҳлил, қиёс ва таҳқиқ қарор додем. Дар асоси омӯзишҳо ва пажуҳишҳо дар атрофи мафҳуми модел ва моделиронӣ муқаррар намудем, ки омӯзиш ва дар амал татбиқ сохтани асосҳои илми геометрия бе дар амал истифода намудани моделҳо ғайриимкон аст. Зеро масъалаи геометрӣ маҳз дар асоси созишҳои ба онҳо мувофиқ ҳал карда мешаванд.

Мафҳуми модел ва моделсозиро аз ҷиҳати назариявӣ асоснок намуда, моҳияти онро муайян намудем. Азбаски масъалаи геометрӣ ва модел ду мафҳумҳои боҳам алоқаманд мебошанд, дар таҳқиқот ба мафҳуми масъалаи геометрӣ, навъҳои он ва тарзу усулҳои ҳалли онҳо корҳои пажуҳишии назаррасро анҷом додем. Масъалаи геометрӣ ҳамчун масъалаи математикӣ ба иҷрои амали муайян равона шудааст, ки натиҷаи он боиси ҳалли проблемаи гузошташуда мебошад.

Ҳамзамон, дар боби якуми таҳқиқот ба масъалаҳои назариявии алоқамандии байни мафҳумҳои масъала ва моделиронии он кор бурда ошкор намудем, ки онҳо бе ҳамдигар вуҷуд дошта наметаонанд.

Мафҳуми модел аз нуқтаи назари гуногун имконпазир аст ва бинобар ин таърифҳои гуногуни ин мафҳуми мураккаб ва бисёрҷанба ба ҳисоб меравад. Ба ҳамин монанд, таснифоти гуногуни масъалаҳои геометрӣ имконпазир аст. Тамоми масъалаҳои геомтерияи мактабӣ ба воқеӣ имконпазир аст. Тамоми МГМ ба воқеӣ ва соф геометрӣ ва охирин, дар навбати худ, ба сода ва мураккаб тақсим карда мешавад.

Раванди ҲМГаз чор марҳилаи ҳатмӣ (таҳлили масъала, ҷустуҷӯи усул, нақшаи ҳалли санҷишӣ натиҷаи ҳал ва тартиб додани ҷавоб) ва ҳамаи ин марҳилаҳо, ба истиснои марҳилаи охирин, иборат аст. Ҳамин тавр, метавон дар зеҳн амалӣ карда шавад, бидуни сабт дар нутқи шифоҳӣ ё хаттӣ. Ба ғайр аз ин, дар ҷараёни ҳалли бисёр масъалаҳо аз марҳилаҳои зерин истифода бурдан ба мақсад мувофиқ аст: сабти нақшавии масъала (натиҷаҳои таҳлили масъала), тафтиши ҳалли масъала, таҳлили илмию таълимии ҳалли масъалаи геометриро дар бар мегирад.

Ҳангоми таълими фанни геометрия омӯзгорон ба таври ноошкор аз моделҳо истифода мебаранд ва аз моҳияти он ва татбиқи мақсадноки он маълумоти пурра надоранд. Баёни ҳар як аксиома, нишон додани хосиятҳои шаклҳои геометрӣ, асоснок намудани таърифу теоремаҳо бидуни моделсозӣ ва нишон додани онҳо ғайриимкон аст. Аз ин рӯ, мо ба ин ҷиҳати масъала диққати ҷиддӣ дода, дар хусуси модели масъалаи геометрӣ ва нақши он дар ҳалли масъалаҳои курси геометрияи мактабӣ таҳқиқоти худро гузаронидем.

БОБИ 2. ИСТИФОДАИ МОДЕЛҲО ДАР ҲАЛЛИ МАСЪАЛАҲОИ ГЕОМЕТРИЯИ МАКТАБӢ

2.1. Моделсозӣ дар курси геометрияи мактабӣ

Моделиронии геометрӣ (МГ) – қисми ҷудонашавандаи маълумоти математикии муосир аст. Моҳияти математикаи муосир дар чӣ зоҳир меёбад? Олими рус Л.М. Перминова ба ин савол чунин посух додааст: «Модели математкӣ – ин сохтори мантиқие мебошад, ки дар байни элементҳои он як миқдор муносибатҳо муқаррар шудаанд.

Математика маҷмуи амиқи тартибноки донишҳоро оид ба моделҳои математикӣ бо мушкилиҳои ба худ алоқаманд дарбар мегирад, ки бо масъалаҳо ва сабабҳои дохилӣ ва берунӣ асос ёфтаанд [111, с. 61-67].

Ин фикри Л.Д. Кудрявсевро академик В.И. Арнолд идома дода менависад: «Қобилияти дарккунии модели математикӣ бояд ба вазъияти ҳаққонии хонанда бояд ҳиссаи маълуоми азбар намударо ташкил диҳад»[8, с. 5-20].

Моделиронии математикӣ (ММ) – ин моделронии математикӣ бо методҳои геометрӣ мебошад. Чи хеле ки хонандагон дар сохтани курси геометрия аз методи аксиоматикӣ истифода мебаранд, онҳо метавонанд дар мисоли моделсозии шаклҳои геометрӣ бо методи моделиронӣ шиносоӣ пайдо кунанд. Расмҳое, ки дар китобҳои дарсӣ оварда шудаанд, аз оне ки мо модел меномем, фарқ доранд. Ин фарқиятро метавон дар мисоли гуногунии нақшаи метро бо харитаи маҳал собит намуд.

Чунин савол ба миён меояд: агар хонандагон фанни геометрияро танҳо бо нақшаҳо меомӯхтанд, онҳо дар маҷмуъ чӣ миқдор маълумотҳоро пайдо мекарданд? Омӯхтани география бе ёрии харитаҳои контурӣ ба мақсад мувофиқ нест. Геометрия низ дар мактаб чун қоида бе маводҳои чопи бо тасвири ҷисмҳои геометрӣ таълим дода мешавад.

Таҷрибаҳо нишон медиҳанд, ки бо истифодаи расмҳои тайёр дар доираи масъалаҳои ҳалшаванда хонандагон метавонанд ба таври мустақилона теъдоди зиёди супоришҳоро иҷро намоянд.

Агар хонанда уфуқҳои моделиронии геометриро тай карда, онҳоро барои таҳқиқи хосиятҳои ҷисмҳои геометрӣ татбиқ намояд, пас дар ин ҳолат бо боварӣ гуфта метавонем, ки маълумотҳои математикии азхуднамудааш дар сатҳи баланд зоҳир мешавад. Ҳамзамон, ин амал барои инкишофи функсияҳои майнаи сар таъсири мусбат мерасонад.

Дар бораи моделҳо дар геометрия баъзе маълумотҳои заминавиро, ки барои таҳқиқот муҳиманд, пешкаш намуда барои азбар намудан ба хонанда кумак мерасонад.

Дар амалияи корва зиндагӣ баъзан бо масъалаҳое дучор гаштан мумкин аст, ки шубҳаҳо ба амал меоваранд. Воқеъан ҳам вақте ки мо ба масъала доир ба моделҳо сару кор мегирем, бояд шубҳаамонро ё бо аломати тасдиқ ва ё бо аломати раднамоӣ бартараф намоем.

Ҳангоми баёни мавзуъҳои гуногуни таълимӣ теоремаҳои бисёре дучор меояд, ки исбот кардани онҳо талаб карда мешавад. Исботи ин теоремаҳо, аз як тараф, дониши геометрии хонандаро васеъ намуда, тафаккури мантиқиашро инкишоф медиҳад, аз тарафи дигар, барои дар машғулиятҳои амалӣ ҳангоми ҳал кардани масъалаҳо истифода бурдани онҳо имконият медиҳад.

Дар баъзе мавридҳо чунин ҳам шуданашон мумкин аст, ки то модели ба масъала мувофиқ истифода бурда нашавад, ҳалли масъалаи геометрӣ ё имконпазир мегардад ва ё хеле тул мекашаду корро душвор мегардонад. Инро махсусан дар курси геометрия баъало ҳис намудан мумкин аст. Агар ба мафҳумҳои геометрӣ назар кунем онгоҳ модели дигари мафҳуи геометриро ҳосил кардан мумкин аст.

Масалан, ба воситаи R^3 маҷмуи ҳамаи сегонаҳои ададҳои ҳақиқиро ишора мекунем. Сегонаи (xyz)–ро нуқта номида, масофаи байни нуқтаҳои

(x_1, y_1, z_1) ва (x_2, y_2, z_2) – ро ададе меномем, ки ба воситаи формулаи $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ ҳисоб карда мешавад.

«Ҳамворӣ» гуфта, чоргонаи (a,b,c,d)–ро меномем, ки бо саҳеҳӣ то нисбати a:b:c:d муайян карда шудааст, ки барояшон $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$ аст. Агар нуқтаи (xyz) ба ҳамвории (a,b,c,d) бо шарти

$$ax + by + cz + d = 0$$

тааллуқ дошта бошад, пас маҷмуи R^3 модели ададии фазо мешавад[79, с.6].

Системаи координати декартии росткунҷа дар модели фазоии табиӣ ҳар як нуқтаи M – ро дар мувофиқати яккимата бо сегонаи (xyz), ки координатаи он мебошад, мегузорад, яъне «нуқта» - и (xyz) модели ададии R^3 мебошад. Дар дилхоҳ модели фазогӣ системаи координатаи росткунҷагиро дохил кардан мумкин аст ва ин мувофиқати байни ҳам яккиматаро бо нигоҳдории муносибатҳои асосӣ бо модели ададии R^3 инъикос кардан мумкин аст. Ин маънои онро дорад, ки ҳамаи моделҳои фазоӣ дар маҷуъ якхела мебошанд ва чи хеле ки мегӯянд, изоморфианд. Ба ибораи дигар, агар баёнотҳое, ки мафҳумҳо ва муносибатҳои асосии он дар як модел иҷрошаванда бошанд, пас он барои дигар моделҳо низ иҷро мешаванд. Нақшаи шакли геометрии ҳамвор, ки дар варақи коғаз тасвир шудааст, модели тақрибан табиии ин шакл бо дараҷаи саҳеҳие, ки асбобҳои истифодашуда имкон додаанд, мебошад[79, с. 7].

Асбобҳои муқаррарии нақшакашӣ то ба дараҷае имкони тасвири шакли геометриро доранд, ки онро бо ҳисоббарорӣ дар ҷадвали логарифмӣ муқоиса кардан мумкин аст.

Модели ададии R^3 фазо дар доираи назарияи ададҳои ҳақиқӣ сохта шудааст. Ба ҳамин монанд сохтани модели фазоӣ дар ҳудуди планиметрия – модели ҳамвориҳои фазо – имкон дорад. Яке аз ин гуна моделҳо бо методи Г. Монж (1746 – 1818) муайян карда шудааст, ки оид ба он маълумотро дар китобҳои дарсии геометрияи мактабӣ вохӯрдан мумкин аст. Дар нақшакашӣ ин метод асосӣ ба шумор меравад. Дар баъзе ҳолатҳо онро барои ҳалли масъалаҳои геометрӣ истифода бурдан мумкин аст.

Аммо ба ғайр аз ин, боз моделҳои фазоии дигаре низ маълум мебошанд, ки татбиқи онҳо самарабахштаранд.

Яке аз ин гуна моделҳо модели Федоровии фазо мебошад, ки ба шарофати кашфи он Е.С. Федеров унвон гирифтааст.

Кристаллограф ва геометри рус Е.С. Федеров (1953–1919) ба кристаллография машғул гардида, имконотҳои моделронии геометрии сохторҳои кристаллиро ҷустуҷӯ менамуд [79, с. 8]. Бо ин мақсад ӯ ду модели ҳамворигии фазоро сохт, ки яке аз онҳо – модели сиклографикӣ мебошад. Баъзе маълумотро оид ба ин модел баён мекунем.

Дар фазо ягон ҳамвории H – ро қайд мекунем. Ин ҳамворӣ фазоро ба ду нимфазоҳо H^+ва H^- ҷудо мекунад. Давраро дар ҳамвории H мусбат мавқеъ гирифта меҳисобем, агар ҳаракати нуқта аз рӯйи давраи додашуда чунин муйян карда шуда бошад, ки он аз дилхоҳ нуқаи нимфазои H^+ ба муқобили ақрабақи соат намудор бошад ва онро манфӣ мавқеъгирифта меҳисобем, агар ҳаракати он аз дилхоҳ нуқтаи нимфазоӣ H^- ба муқобили ҳаракати ақрабаки соат намудор бошад. Давраи мусбат мавқеъ гирифташударо бо марказаш дар нуқтаи A ва радиусаш r бо $O^+(A, r)$ ва давраи манфӣ мавеъ гирифташударо бо $0^-(A, r)$ишора мекунем. Нуқттаҳои ҳамвории H–ро ҳамчун давраи радиуси сифрӣ дошта муоина мекунем. Давраҳои мавқеъ гирифташуда ва давраи радиуси сифридоштаро сиклҳо меноманд.

Акнун инъикоси байниҳамяккқиматаи фазоро бо ба маҷмуи ҳамаи сиклҳои ҳамвории H аз рӯйи қоидаи зерин дида мебароем.

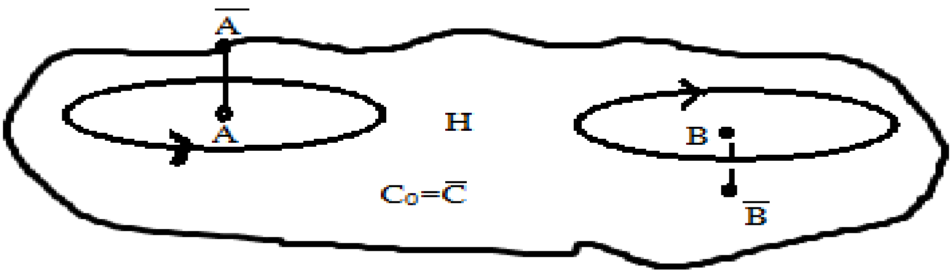
Проексияи ортогоналии нуқтаи дилхоҳи фазо ба ҳамворӣ $\overline{A}$ – ро бо A ва ба воситаи $|A\overline{A}|$- дарозии порчаи $A\overline{A}$ ишора мекунем.

Чунин мувофиқатро бо нуқтаи $\overline{A}$ муқаррар мекунем:

- давраи радиусаш сифрӣ бо марказаш дар нуқтаи A, агар $\overline{A} \epsilon H$;

- сикли $O^+(A, |A\bar{A}|$, агар $\bar{A}\epsilon H^+$;

- сикли $O^-(A, |A\bar{A}|$, агар $\bar{A}\epsilon H^-$ бошад (расми 2.1).



Расми 2.1. Инъикоси сохташудаи сохтори фазо

Инъикоси сохташуда сохтори фазоро ба маҷмуи ҳамаи сиклҳои ҳамвории H мегузаронад. Ин маҷмуъ модели сиклографикии фазо мешавад.

Модели додашударо чунин тавзеҳ медиҳем.

- хати рости ба ҳамвории H параллел дар намуди маҷмуи ҳамаи сиклҳои якхелаи ҳамон як радиусдошта, воқеъ мебошанд;

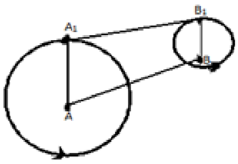
- хати рости ҳамвории H-ро буранда ба шакли маҷмуи ҳамаи сиклҳои байниҳамгомотетӣ бо маркази умумии гомотетия, ки нуқтаи буриши ин хати рост бо ҳамвории H мебошад, тасвир карда мешавад;

- ҳамвории ба ҳамвории H параллел ҳамчун маҷмӯи ҳамаи сиклҳои якхелаи радиуси баробардошта тасвир карда мешавад;

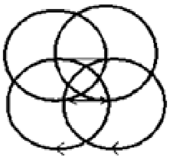
- ҳамвории H-ро аз рӯи хати рости d буранда ҳамчун маҷмуи ҳамаи сиклҳое тасвир меёбад, ки ду сиклҳои ҳамҷавор радиусҳои якхела дошта, дар натиҷа хати росте, ки аз маркази он мегузарад ба хати рости d параллел буда ва ё маркази гомотетия дар ин хати рост воқеъ буда, нисбати радиусҳои онҳо ба нисбати масофаашон то хати рости d баробар мебошад.

Масофа байни нуқтаҳои дар модели фазо овардашуда ба тарзи зерин байён карда шдааст. Нуқтаҳои $O^+(A, r_1)$ ва $O^+(B, r_2)$-ро дида мебароем(расми 2.3). Дар перпендикуляр ба хати рости AB дар нуқтаҳои A ва B дар як тарафи хати рости AB нуқтаҳои A_1 ва B_1-ро чунон месозем, ки

$AA_1 = r_1$, $\mathrm{BB}_1 = r_2$ бошад. Дарозии порчаи $A_1\mathrm{B}_1$ масофаи байни нуқтаҳои муоинашуда мебошад (расми 2.2).



Расми 2.2. Модели фазо ба воситаи маркази гомотетия



Расми 2.3. Модели фазои додашуда

Модели сиклографикии фазои дар боло овардашударо Е.С. Федоров барои тасвири сохторҳои гуногуни кристаллографӣ истифода намудааст. Ҳангоме, ки сохторҳо дар атом ба қуллаҳои куб гузошташудаанд, бар раси 2.3 нишон дода шудааст.

Қобили зикр аст, ки ҳар як теоремаи стереометрия, ки бо модели сиклографикӣ тасвир ёфтааст, бо якчад теоремаҳо бо сиклҳо дар планиметрия мувофиқат мекунад. Масалан, теоремаи зеринро дида мебароем: агар нуқтаҳои A, В ва С дар ҳамвории α ҷойгир набуда, дар як хати рост воқеъ набошанд ва хатҳои AВ, ВС ва АС ин ҳамвориро буранд, пас нуқтаи буриши ин хатҳои рост бо ҳамвории α дар як хати рост мехобанд. Ба сифати «Ҳамворӣ»-и α дар модели сиклографикӣ «Ҳамворӣ»- и Н-ро қабул мекунем. Теоремаи овардашуда дар истилоҳоти планиметрӣ чунин ифода карда мешавад: се маркази гомотетии ҳар кадом аз дуто давраи аз се давраҳои додашудаи бо радиусҳои ҷуфт–ҷуфт гирифташуда дар як хати рост мехобанд. Ба сифати «Ҳамворӣ»-и α дигар «Ҳамворӣ»-ҳоро қабул карда, боз якчанд теоремаи планиметриро ҳосил мекунем [79, с10].

Е.С. Федоров мавҷуд будани дигар моделҳои фазоиро дар назар дошта ба мисли Архимед гуфтааст: «Ба ман як теорема диҳед, ман маҷмӯи теоремаҳоро месозам» [79, с11].

Аз модели сиклографикии фазо ба модели дигари федоровӣ – векториалӣ ба осонӣ гузаштан мумкин аст.

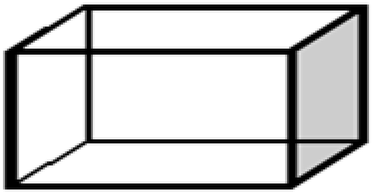
Дар ҳамвории Н ду нурҳои байниҳаммуқобилро интихоб менамоем. Яке аз онҳоро мусбат ва дигарашро манфӣ меномем. Ҳар як сикли ҷуфти нуқтаи (A_1, A_2)- и ҳамвории Н-ро дар мувофиқат мегузорем, агар он сикл ба ҳисоб равад:

- давраи радиусаш сифрӣ бо марказаш дар нуқтаи A, пас $A_1 = A_2 = A$;

- давраи $0^{+}(A, z)$, пас $A_1 = A$ ва A_2- нуқтаи буриши ин давра бо нури самти мусбатдошта, бо нуқтаи ибтидоии A;

- давраи $0^{-}(A, z)$, пас $A_1 = A$ ва A_2- нуқтаи буриши ин давра бо нури самти манфидошта, бо нуқтаи ибтидоии A.

Сохтани инъикоси байниҳамяккиматаи модели сиклографикии фазо ба маҷмуи ҳамаи нуқтаҳои ҳамвории Н ба ин маҷмуъ сохтори фазогиро мегузаронад ва ин дар навбати худ ба модели федоровии векториалии фазо табдил меёбад. Куб дар ин модели фазо дар расм чунин тасвир меёбад (расми 2.4). Ин гуна тасвири куб ба таври кифоя айёнӣ мебошад ва дар он гузаронидани созишҳои гуногун қулай мебошад. Модели федоровии фазоро дар шакли модели векториалӣ истифода бурдан муҳим аст.



Расми 2.4. Куби додашуда

Доир ба проексиясозии параллелӣ ва инъикоси аффинии ҳамворӣ баъзе маълумотро дар доираи кор пешниҳод мекунем.

Бигузор Н – ҳамворӣ дар фазо ва р- хати рости ба ҳамвории Н параллел набошад. Хати рости р ва хати рости ба он параллелро хатҳои рости проексияшаванда меномем. Проексияи нуқтаи М′ дар ҳамвории Н ба самти хати рости р нуқтаи $M -$ е мебошад, ки он ҳамвории Н-ро бо хати рости проексияшавандаи аз нуқтаи М′ гузаранда мебурад. Инъикоси фазо дар ҳамвории Н, ки дар он ҳар як нуқта бо проексияаш дар мувофиқат гузошта мешавад, проексиясозии параллелӣ дар ҳамвории Н ба самти хати рости р номида мешавад.

Ҳангоми проексиясозии параллелӣ:

- хатҳои параллели проексиянашаванда ба хатҳои рости параллел (ё ҳамҷояшаванда) мегузаранд;
- нисбати порчаҳои дар як хати рости проексиянашаванда ҷойгиршуда ё дар хатҳои параллели проексиянашаванда воқеъ нигоҳ дошта мешаванд.

Ҳамвории П – и ба ҳамвории Н параллел набуда ва ба самти проексия ғайрипараллелро муоина мекунем. Инъикоси ҳамвории П ба ҳамвории Н, ки дар натиҷаи он ҳар як нуқтаи ҳамвории П дар мувофиқат ба проексияи он дар ҳамвории Н ба самти хати рости *p* гузошта мешавад, инъикоси аффинӣ номида мешавад. Инъикоси ҳамвории Н′ (аз ҳамвории Н фарқкунанда ё бо он ҳамҷояшаванда) ба ҳамвории Н, ки онро дар намуди композитсияи адади охирноки инъикосҳои перспективӣ – аффинӣ ифода кардан мумкин аст, инъикоси аффинӣ номида мешавад.

Аз хосияти проексиясозии параллелӣ бармеояд, ки ҳар гуна инъикоси аффинии як ҳамворӣ ба дигараш байниҳамяккимата мебошад ва он ҳар як хатти ростро ба хати рост мегузаронад. Исбот кардан мумкин аст, ки тасдиқоти ба он баръакс низ ҷой дорад: дилхоҳ инъикоси байниҳамяккиматаи як ҳамворӣ бо дигараш, ки ҳар як хати ростро ба дигараш мегузаронад, аффинӣ мебошад.

Дар ҳолати хусусӣ ҳаракат (ҳамчун инъикоси як ҳамворӣ ба дигараш, ки дар он масофа нигоҳ дошта мешавад) ва монандӣ (ҳамчун инъикоси як ҳамворӣ ба дигараш, ки дар он нисбати масофаҳо нигоҳ дошта мешавад), инъикосҳои аффинӣ ба шумор мераванд.

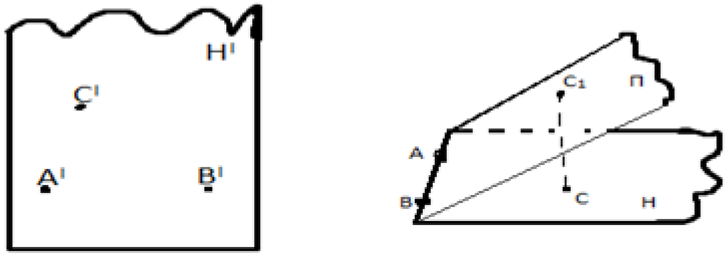
Инъикоси аффинии ҳамворӣ бо худаш табдилоти аффинии ин ҳамворӣ номида мешавад.

Бигузор S – хати рост дар ҳамвории Н бошад. Проексиясозии параллелии ҳамвории Н ба хати рости S ба самти баъзе хати рости р, ки дар ҳамвории Н ҷойгир асту ба S параллел нест, инъикоси перспективӣ – аффинии ҳамворӣ номида мешавад. Пас, дар алоқамандӣ ба инъикоси аффинии ҳамвор дар ҳамворӣ инъикоси аффинии ҳамвориро ба хати рост ҳамчун композитсияи инъикоси перспективи аффинии охирнок муайян кардан мумкин аст. Мо метавонем аз тасдиқоти боло муқаррар намоем, ки инъикоси ҳамвориро бо ҳамворӣ ва инъикоси ҳамвориро бо хати рост аз рӯи як қоида ҷорӣ кунем.

Теорема. Агар A', B', C'- се нуқтаҳои ҳамвории H'- и дар як хати рост ҷойгирнабуда ва A, B, C- нуқтаҳои бо якдигар ҳамҷоянашаванда бошанд, пас инъикоси ягонаи аффинии f – и ҳамвории H' вуҷуд дорад, ки шартҳои $f(A') = A, f(B') = B, f(C') = C$ –ро қаноат мекунад.

Исботи мавҷудият.

Фарз мекунем, ки A ва B нуқтаҳои гуногун бошанд: Ба воситаи П ҳамвориеро ишора мекунем, ки аз рӯйи хати рости AB мегузарад ва нуқтаи C – ро дарбар намегирад (агар C дар хати рости AB ҷойгир набошад). Инъикоси монандии f – и ҳамвории H'- ро ба ҳамвории П, ки дар он $f_1(A') = A,\ f_1(B) = B$ аст, дида мебароем. Гузориши $f_1(C') = C$-ро ҷорӣ мекунем. Боз инъикоси перспективӣ – аффинии f_2-и ҳамвории П –ро ки дар он $f_2(A) = A,\ f_2(B) = B, f_2(C_1) = C$ аст, муоина мекунем. Инъикоси $f = f_2 * f_1$- инъикоси матлуб мебошад (расми 2.5).



Расми 2.5. Инъикоси монандии додашуда

Исботи ягонагӣ. Дар асоси хосияти проексиясозии параллелӣ ва таърифи инъикоси аффинии ҳамворӣ ҳосил мекунем:

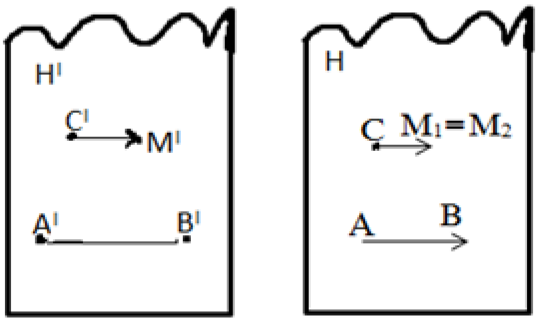
агар $A'B'$ ва $C'\mathrm{M}'$- порчаҳои параллел дар ҳамвории Н,

$$\overline{C'\mathrm{M}'} = \lambda \overline{A'B'}$$

ва – инъикоси аффинии ҳамвории H', ки дар он $f(A') = A, f(B') = B,$ $f(C') = C, f(\mathrm{M}') = \mathrm{M}$ бошад, пас $\overline{C\mathrm{M}} = \lambda AB$ $(*)$

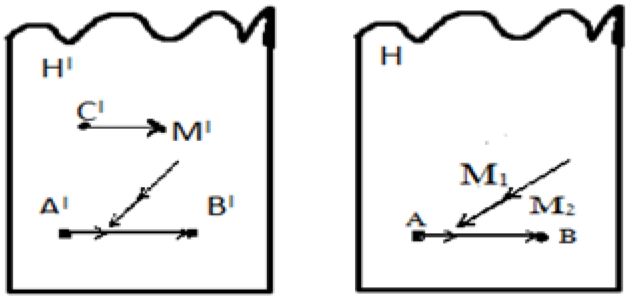
Барои нуқтаҳои додашудаи A, B, C барои дилхоҳ адади ҳақиқии λ нуқтаи ягонаи М вуҷуд дорад, ки барояш баробарии $(*)$ иҷро мешавад.

Бигузор акнун f ва q инъикосҳои аффинии ҳамвории H' - и шарти теоремаро қонеъкунанда ва M'- нуқтаи дилхоҳи ҳамвории H' бошад. Гузоришҳои зеринро ҷорӣ мекунем: $f(\mathrm{M}') = \mathrm{M}_1, q(\mathrm{M}') = \mathrm{M}_2$. Агар порчаҳои $\mathrm{A}'\mathrm{B}'$ ва $\mathrm{C}'\mathrm{M}'$ параллел бошанд, пас нуқтаҳои M_1 ва M_2 шарти $(*)$-ро барои ҳар гуна қимати λ қаноат мекунанд ва бинобар ин ҳамҷоя мешаванд (расми 2.6).



Расми 2.6. Инъикосҳои аффинии ҳамвории додашуда

Агар порчаҳои $\mathrm{A}'\mathrm{B}'$ ва $\mathrm{C}'\mathrm{M}'$ параллел набошанд, пас хати рости $\mathrm{C}'\mathrm{M}'$ хати рости $\mathrm{A}'\mathrm{B}'$- ро дар ягон нуқтаи M' мебурад. Ифода мекунем: $f(\mathrm{N}') = \mathrm{N}_1, q(\mathrm{N}') = \mathrm{N}_2$. Азбаски порчаҳои $\mathrm{A}'\mathrm{B}'$ ва $\mathrm{A}'\mathrm{N}'$ дар як хати рост ҷойгир мебошанд, пас нуқтаҳои N_1 ва N_2 ҳамҷоя мешаванд. Ба ҳамин монанд, азбаски порчаҳои $\mathrm{C}'\mathrm{N}'$ ва $\mathrm{C}'\mathrm{M}'$ дар як хати рост мехобанд ва $f(\mathrm{N}') = q(\mathrm{N}')$, пас нуқтаҳои M_1 ва M_2 ҳамҷоя мешаванд (расми 2.7). Ҳамин тавр, инъикосҳои f ва q ҳамҷоя мешаванд.



Расми 2.7. Ин инъикосҳои ҳамҷояшаванда

Аз теоремаи исботшуда натиҷаҳои зерин бармеоянд.

Натиҷаи 1. Инъикоси аффинии ҳамворӣ ҳамон вақт байниҳамяккимата аст, ки агар барои се нуқтаи дар як хати рост нахобида, нусхаҳои онҳо низ дар як хати рост нахобанд.

Натиҷаи 2. Ҳаргуна инъикоси аффинии ҳамвориро дар намуди композитсияи инъикоси монандӣ ва проексиясозии параллелӣ тасвир кардан мумкин аст.

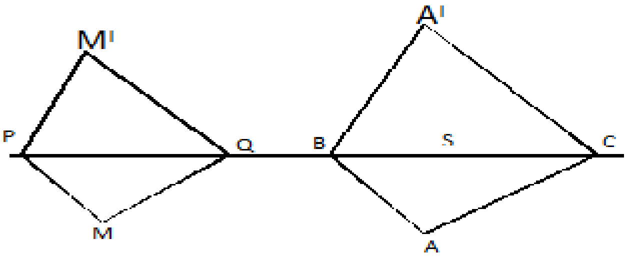
Шабоҳати ҳамвориҳо ва хосияти онҳо

Фарз мекунем, ки f-табдилоти аффинии ҳамвории Н бошад. Нуқтаи Р-и ҳамвории Н нуқтаи инвариантии табдилдиҳии f номида мешавад, агар шарти $f(p) = p$ иҷро шавад. Хати рости $S-$и ҳамвории Н хати рости инвариантии табдилдиҳии f номида мешавад, агар $f(S) = S$ бошад. Азбаски ҳангоми инъикоси аффини баробарии $(*)$ нигоҳ дошта мешавад, пас дилхоҳ нуқтаи хати рости PQ аз нуқтаи дилхоҳи инвариантии P ва Q гузаранда нуқтаи инвариантии ин табдилдиҳӣ ба ҳисоб меравад, яъне хати рости PQ дар ин ҳолат хати рости инвариантии нуқтаҳои табдилдиҳии f мебошад.

Шабоҳати ҳамвории Н табдилоти ғайриайниятии аффинии табдилдиҳии ин ҳамворӣ номида мешавад, ки дорои хати рости нуқтаҳои инвариантӣ – тири шабоҳатӣ мебошад.

Азбаски табдилоти аффинии ҳамворӣ бо яккимата додашавии образҳои се нуқтаҳои дар як хати рост нахобанда муайян карда мешавад, пас **шабоҳат** бо додашавии тири **шабоҳатӣ** ва ҷуфтҳои гуногуни нуқтаҳои мувофиқи дар ин тир воқеънабуда тавсиф меёбад.

Масалан, образи нуқтаи ихтиёрии M'-ро бо шабоҳат бо тири S ва ҷуфти мувофиқи нуқтаи $(\mathrm{A}', \mathrm{A})$ месозем. Бо ин мақсад дар тири S ду нуқтаҳои B ва C –ро интихоб мекунем ва аз нуқтаи M' хатҳои ростеро мегузаронем, ки онҳо мувофиқан бо хатҳои рости $\mathrm{A}'\mathrm{B}$ ва $\mathrm{A}'\mathrm{C}$ параллел бошанд ва тири S- ро дар нуқтаҳои P ва Q буранд. Хатҳои рости аз нуқтаҳои P ва Q гузаранда ва бо хатҳои рости AB ва AC параллел дар нуқтаи M бурида мешаванд (расми 2.8).

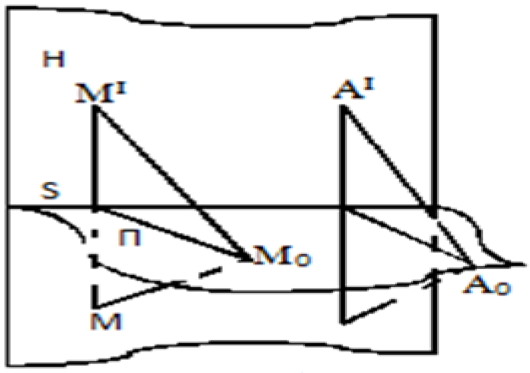


Расми 2.8. Тирхои буридашудаи образи додашуда

Доир ба ин мафҳум теоремаи зеринро баён карда исбот мекунем.

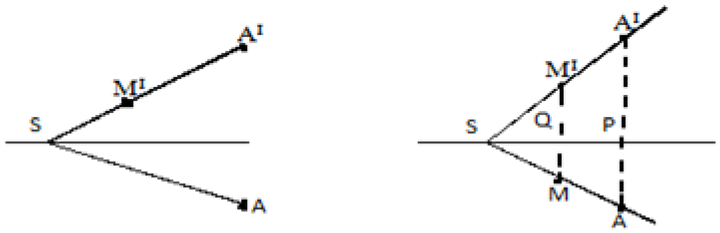
Теоремаи 2. Дилхоҳ **шабоҳати** f- и ҳамвории H- ро дар намуди композитсияи ду инъикосҳои перспективӣ – аффинӣ тасвир кардан мумкин аст.

Исбот. Бигузор **шабоҳати** f бо оси шабоҳатии S ва ҷуфти нуқтаи мувофиқи (A', A) дода шуда бошад. Ҳамвории дигари П –и аз ҳамвории H фарққунандаро дида мебароем, ки он аз хати рости S мегузарад. Дар он нуқтаи $A_0 \notin S$ –ро интихоб мекунем. Шабоҳати f композитсияи инъикоси перспективӣ – аффинии ҳамвории H ба ҳамвории П ба самти хати рости $A'A_0$ ва инъикоси перспективӣ – аффинии ҳамвории П ба ҳамвории H ба самти хати рости A_0A ба шумор меравад (расми 9). Теорема исбот шуд.



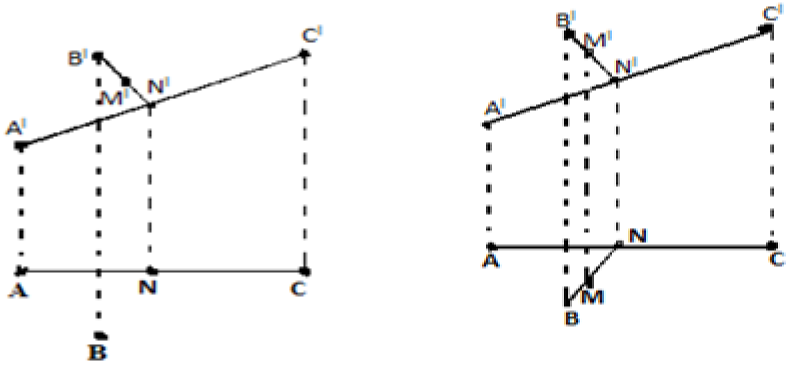
Расми 2.9. Композитсияи инъикоси перспективӣ – аффинии ҳамвории додашуда

Аз нишон додани шабоҳат дар намуди композитсияи ду инъикосҳои перспективӣ – аффинӣ бевосита бармеояд, ки хатҳои рости нуқтаҳои дар асоси шабоҳат воқеънабударо бо образҳои онҳо пайвасткунанда буриши ҳамвории H бо ҳамвориҳои ба ҳамвории $A'A_0A$ параллел мешавад. Аз ин натиҷа мебарояд, ки онҳо байниҳам параллел мебошанд. Самти хатҳои рости пайвасткунандаи нуқтаҳои ҳамвории H – и дар тири S воқеънабуда бо образҳои онҳоро самти ин **шабоҳат** меноманд. Самти **шабоҳат** барои сохтани образи нуқта қулай мебошад. Дар расми 2.10 сохтани пайдарпайии образи M-и нуқтаи M' дар шабоҳат бо тири S ва ҷуфти нуқтаи мувофиқи (A', A) ва дар расми 2.11 шабоҳат бо додашавии се ҷуфти нуқтаҳои $(A', A), (B', B), (C', C)$ оварда шудаанд.



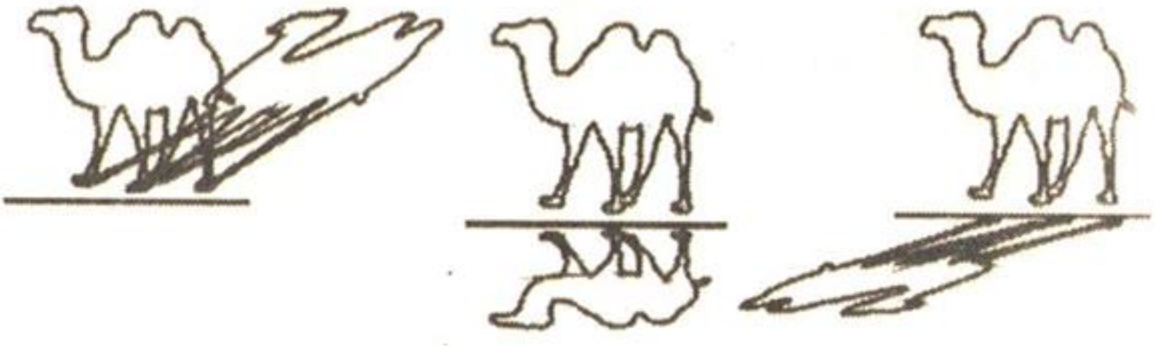
Расми 2.10. Сохтани пайдарпайии образи додашуда

Шабоҳат ҳаракат номида мешавад, агар самти он ба самти тири шабоҳатӣ мувофиқ ояд ва каҷ фишурдашуда ном дорад, агар ин самтҳо гуногун бошанд. Фишурдашавии каҷ мустақим номида мешавад, агар самти он бо самти тири он перпендикуляр бошад. Хати фишурдашударо маъмулан фишурдашаванда меноманд.



Расми 2.11. Шабоҳат бо додашавии се ҷуфти нуқтаҳои оварда шудаанд

Дар расми 2.12 образҳои ҳамон як шакл ҳангоми ҳаракат бо фишурдашавии мустақим ва қаҷ оварда мешавад.



Расми 2.12. Образҳои ҳамон як шакл ҳангоми ҳаракат бо фишурдашавии мустақим ва қаҷ овардашуда

Бигузор f – фишурдашавии қаҷи ҳамвории бо тири S ва ҷуфти мувофиқи нуқтаи (A',A) бошад. Ба воситаи P нуқтаи буриши хати рости $\mathrm{A}'\mathrm{A}$ бо тири S ва ба воситаи К нисбати порчаи самтдори $P\mathrm{A}$ ба порчаи самтдори $P\mathrm{A}'$ ифода мекунем, яъне

$$\overline{P\mathrm{A}} = R\overline{PA'}.$$

Фарз мекунем, ки хати рости нуқтаи ихтиёрии M' – и дар тири S воқеънабуда бо образи он М пайвасткунанда тири S – ро дар нуқтаи Q бурад (расми 10). Пас, аз созиши нуқтаи М ва таърифи зарби вектор бо адад натиҷа мебарояд, ки

$$\overline{QM} = K\overline{OM'}.$$

Ин хосияти фишурдашавии қаҷро ба сифати таърифи он қабул кардан мумкин аст. Адади К коэффитсиенти фишурдашавии муоинашуда номида мешавад. Фишурдашавии қаҷ симметрияи қаҷигӣ ном дорад, агар $K = -1$ бошад. Симметрияи тирӣ симметрияи қаҷе мебошад, ки ба тири симметрия перпендикуляр аст[79, с.12-19].

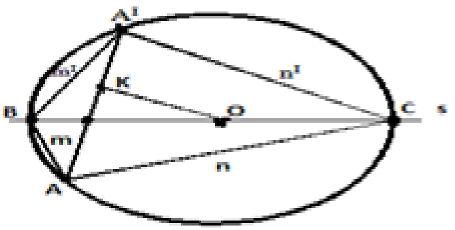
Аз рӯйи таърифи коэффитсиенти K – и фишурдашавии қаҷ $K \neq 0$ аст. Агар ин амалро ҳангоми сохтани образи нуқта дар фишурдашавии қаҷ ҳангоми $K = 0$ будан иҷро намоем, пас он бо сохтани проексияи нуқта ҳангоми проексиясозии параллелии ҳамворӣ дар хати рост мувофиқ меояд. Бинобар ин проексиясозии параллелии ҳамвориро дар хати рост ҳамчун **шабеҳсозӣ** ба маънои васеаш дида баромадан мумкин аст.

Ба масъалаи шабеҳсозии навъи умумӣ мепардозем.

Самтҳои хати рости m' ва n' самтҳои асосии шабеҳсозии f номида мешаванд, агар ин хатҳои рост ва образҳои онҳо m ва n низ перпендикуляр бошанд.

Теоремаи 3. Ҳаргуна шабеҳсозии f-и ҳамвории H ҳадди аққал ду самтҳои асосӣ дорад.

Исбот. Агар f симметрияи тирӣ бошад, «пас образҳо» ду хатҳои рости дилхоҳи перпендикуляр мебошанд ва аз ин натиҷа мебарояд, ки самти дилхоҳ хати рост самти асосии **амсилаи** f ба ҳисоб меравад. Бигзор **амсилаи** f, ки бевосита фишурда нест, бо тири s ва ҷуфти мувофиқи нуқтаи (A; A) муайян шуда бошад. Ба воситаи 0 нуқтаи буриши миёнаҷои перпендикуляри порчаи $A'A$-ро бо, тири s ва ба воситаи B, C - нуқтаҳои буриши тири s-ро бо давраи марказаш дар нуқтаи 0 – и аз нуқтаҳои A' ва A гузарандаро ишора мекунем. Образҳои хатҳои рости перпендикуляри $A'B$ ва $A'C$ бо **амсилаи** f хатҳои рости перпендикуляри AB ва AC мебошанд, яъне самтҳои $A'B$ ва $A'C$ асосӣ мебошанд (расми 2.13).



Расми 2.13. Образои ду хатҳои рости перпендикулр

Аз теоремаи исботшуда натиҷаҳои зерин бармеояд.

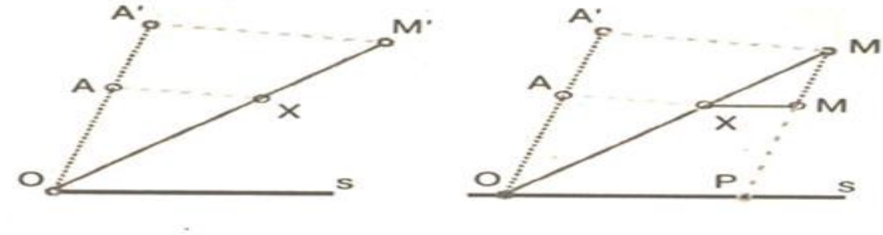
Натиҷаи 3. Ҳар гуна амсилаи аз симметрияи тирӣ фарқкунанда на зиёда аз ду самти асосӣ дорад.

Амсила дар маънои васеаш бо инъикоси перспективӣ-аффинии ҳамворӣ хосиятҳои муайяни умумӣ доранд: хати рости нуқтаҳои инвариантӣ дошта – тири инъикос буда, хати рости нуқтаҳои дар тир ҷойгирнабударо пайвасткунанда бо образҳои онҳо параллел мебошанд. Бинобар ин гуфтан мумкин аст, ки **амсила** дар маънои васеаш инъикоси перспективӣ – аффинӣ дар ҳамворӣ бо худаш мебошад.

Натиҷаи 4. Дилхоҳ инъикоси аффинии ҳамворӣ бо худашро дар намуди композитсияи монандии ин ҳамворӣ ва амсила дар маънои васеаш фаҳмидан мумкин аст.

Масъалаҳои конструктивӣ оид ба табдилдиҳии амсила

Масъалаи 1. Амсилаи f бо тири s ва ҷуфти нуқтаҳои мувофиқи $(\mathrm{A}', \mathrm{A})$ дода шудааст. Образи M-и нуқтаи M' - ро сохта, фарз мекунем, ки нуқтаи буриши хати рости $\mathrm{A}'\mathrm{M}'$ бо тири s дастрас нест. Созиши матлуб дар расми 2.14 оварда шудааст. Дар ин ҷо $\mathrm{A}'\mathrm{M}'//AX$, $\mathrm{A}'A//\mathrm{M}'M$ ва $\mathrm{XM}//S$. Аз баробарии $\overline{0\mathrm{A}} = \mathrm{K}\overline{0\mathrm{A}'}$ бармеояд, ки $\overline{0X} = \mathrm{K}\overline{0M'}$ ва $\overline{\mathrm{PM}} = \mathrm{K}\overline{\mathrm{PM}'}$, яъне нуқтаи M – нуқтаи матлуб мебошад.



Расми 2.14. Образи додашуда

Масъалаи 2. Дар хатҳои рости додашудаи m ва n мувофиқан ҷуфти нуқтаи (M, N)-и ба **амсилаи** f мутобикро созед, агар ин **амсила** бо таври зерин муайян шуда бошад.

а) бо тири s ва ҷуфти мувофиқи нуқтаи $(\mathrm{A}', \mathrm{A})$;

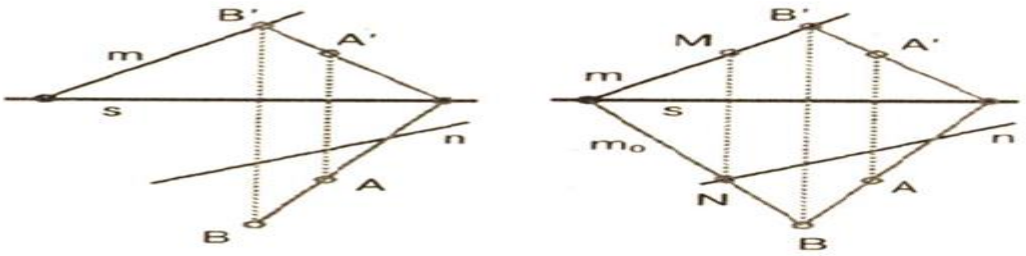
б) бо се ҷуфт нуқтаҳои мувофиқи $(\mathrm{A}', \mathrm{A})$, $(\mathrm{B}', \mathrm{B})$, $(\mathrm{C}', \mathrm{C})$.

Барои ҳал намудани ин масъала бояд маҷмуи образҳои нуқтаҳои хати рости m – ро дар **амсилаи** f сохта, маҷмуи чунин нуқтаҳоеро интихоб кардан лозим аст, ки дар хати рости n ҷойгир шуда бошанд. Масъала ҳамон вақт ҳал дорад, ки агар чунин нуқта мавҷуд бошад. Дар ин ҳолат бо созиши зерин омада мерасем.

а) дар хати рости m нуқтаи ихтиёрии B'-ро интихоб карда, образи он нуқтаи B – ро месозем (расми 2.10).

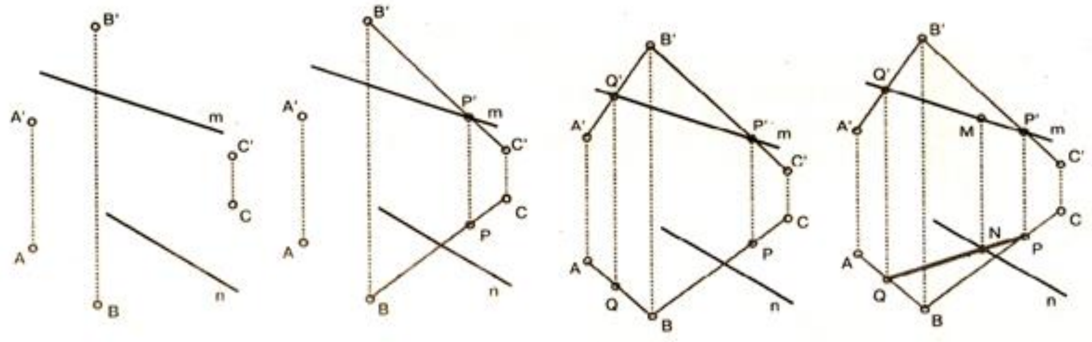
Хати рости m_0 – и аз нуқтаи В гузаранда ва нуқтаи буриши тири s бо хати рости m образи хати рости m ба шумор меравад. Он хати рости n-ро дар нуқтаи N мебурад.

Нуқтаи $\mathrm{M} = f^{-1}(N)$ бо нуқтаи N ҷуфти нуқтаҳои матлубро ташкил медиҳад (расми 2.15).



Расми 2.15. Амсилаи f бо нуқтаҳои додашуда.

б) Созиши дукаратаи дар расми 2.11 овардашударо мувофиқан барои нуқтаҳои P' ва Q' иҷро мекунем (расми 2.16).



Расми 2.16. Созиши дукаратаи образи додашуда барои нуқтаҳои P' ва Q'

Хати рости РQ образи хати рости m дар **амсилаи** f мебошад. Он хати рости n-ро дар нуқтаи N мебурад. Нуқтаи $\mathrm{M} = f(N)$ бо нуқтаи N ҷуфти нуқтаҳои матлубро ташкил медиҳад.

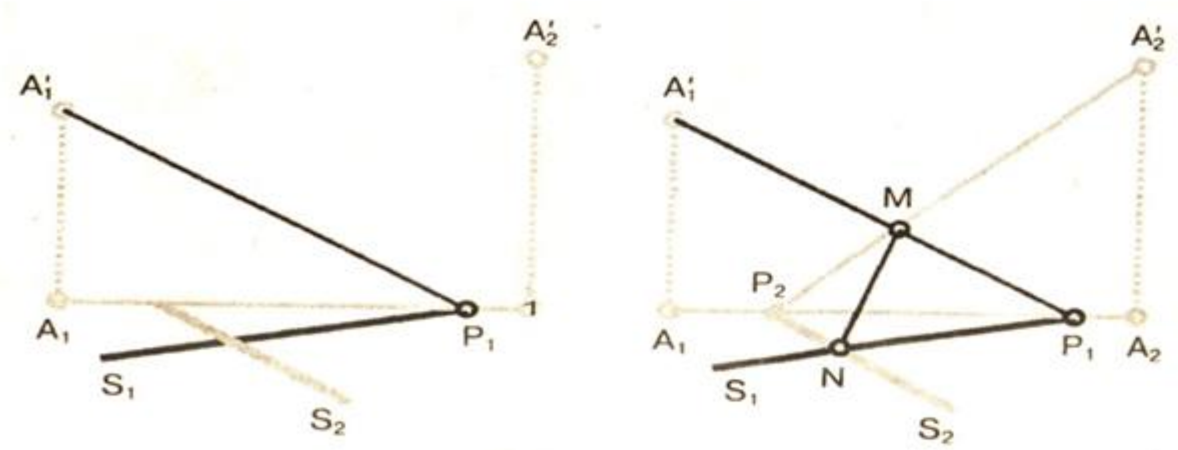
Масъалаи 3. Ду табдилдиҳии **амсилаҳои** f_1 ва f_2 дода шудаанд. Чунин хати рости m-ро созед, ки $f_1(m) = f_2(m)$ буда, табдилдиҳӣ мувофиқан чунин дода шуда бошанд.

а) бо тирҳои S_1, S_2 ва ҷуфти нуқтаҳои мувофиқи $(\mathrm{A}_1',\ A_1)$ ва $(\mathrm{A}_2',\ A_2)$;

б) бо се ҷуфт нуқтаҳои мувофиқи $(\mathrm{A}_1',\ A_1)$, $(\mathrm{B}_1',\ \mathrm{B}_1)$, $(\mathrm{C}_1',\ \mathrm{C}_1)$ ва $(\mathrm{A}_2',\ A_2)$, $(\mathrm{B}_2',\ \mathrm{B}_2)$, $(\mathrm{C}_2',\ \mathrm{C}_2)$.

Барои сохтани хати рости матлуб сохтани ду нуқтаҳои М ва N бо шартҳои $f_1(\mathrm{M}) = f_2(\mathrm{M})$ ва $f_1(N) = f_2(N)$ кифоя мебошад. Ин хосиятро нуқтаи буриши хатҳои рости $f_1^{-1}(m)$ ва $f_2^{-1}(m)$ барои хати рости m соҳиб мебошад. Агар хатҳои рости муоинашаванда параллел набошанд. Ҳамин тавр, ба сохтани чунин хати рости матлуб меоем, агар он мавҷуд бошад.

а) Танҳо ба мавриди умумии байниҳамҷойгиршавии хатҳои рости S_1, S_2 ва A_1 A_2 маҳдуд мешавем (расми 2.17).

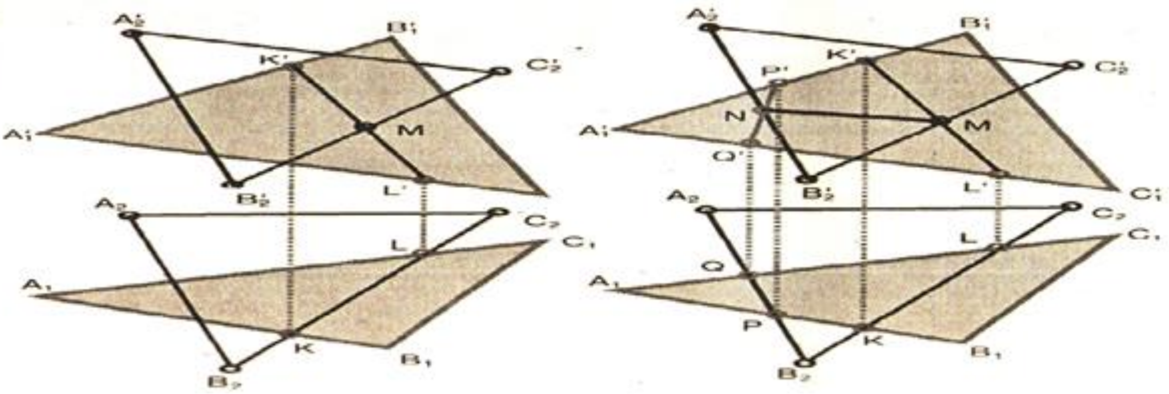


Расми 2.17. Байниҳамҷойгиршавии хатҳои рости додашуда

Хати рости $\mathrm{A}_1'\mathrm{P}_1$ прообрази хати рости ҳамон нуқта дар A_1 A_2 дар инъикоси f ва хати рости $\mathrm{A}_2'\mathrm{P}_2$ прообрази ҳамон нуқта дар инъикоси f_2 мебошад. Бинобар ин нуқтаи буриши М–и ин хатҳои рост яке аз нуқтаҳои матлуб мебошад. Дигар нуқтаи матлуб нуқтаи буриши тирҳои S_1 ва S_2 N мебошад. Яъне нуқтаҳои М ва N хати рости матлубро муайян мекунанд.

б) дар ин маврид ҳам масъала аз рӯи схемаи дар боло овардашуда ҳал карда мешавад.

Хати рости K^1 L^1 (расми 2.18) прообрази хати рости К L дар инъикоси f_1 ва хати рости B_2' C_2' прообрази ҳамон хати рост дар инъикоси f_2 мебошад. Бинобар ин нуқтаи М–нуқтаи буриши ин хатҳои рост яке аз нуқтаҳои матлуб мебошад. Нуқтаи дигар N – ро ҳамчун буриши прообрази P^1 Q^1 – хати рости РQ дар инъикоси f_1 бо хати рости A_2' B_2' прообрази ҳамон нуқта дар инъикоси f_2 ҳосил кардан мумкин аст. Ҳамин тавр, хати рости МN хати рости матлуб мебошад.



Расми 2.18. Прообрази хати рости додашуда бо инъикоси муайянгардида

Эллипс ҳамчун образи давра дар амсиласозӣ

Барои муайян кардани ин мувофиқат леммаи зеринро баён намуда, исбот мекунем.

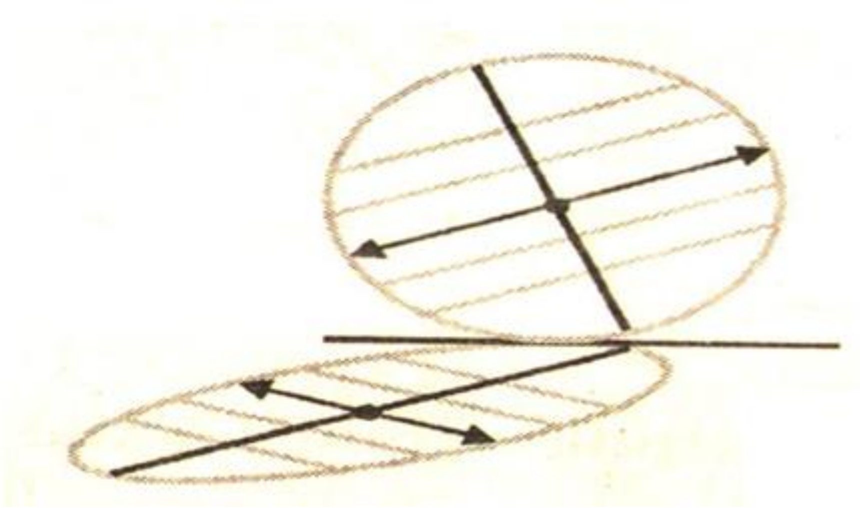
Лемма. Ҳаргуна инъикоси перспективӣ – аффинии ҳамвори П, ба ҳамвории Н-ро дар намуди композитсияи ҳаракати ҳамвории П–ро ба Н оваранда ва амсилаи Н овардан мумкин аст.

Исбот. Бигузор $\hbar$ инъикоси перспективӣ – аффинии ҳамвории П ба Н бошад (расми 9). Дар он s буриши ҳамвориҳои П ва Н – ро ҳамҷоя кунанда мебошанд. Дар маҷмуи нуқтаҳои ҳамвории П ин тобхӯрӣ бо инъикоси перспективӣ – аффинии ҳамвории П бо ҳамвории Н дар самти перпендикулярии ҳамвории биссектриалии кунҷи байни ҳамвориҳои П ва Н, яъне композитсияи $\hbar \cdot g^{-1}$ мебошад. Онро бо f ишора мекунем, он амсила ба шумор меравад. Аз ин натиҷа бармеояд, ки $\hbar - t \cdot g$. Лемма исбот шуд.

Эллипс одатан ҳамчун проексияи параллелии давра муайян карда мешавад. Ба ибораи дигар, эллипс – ин давра ё образи давра ҳангоми инъикоси перспективӣ – аффинии як ҳамворӣ ба дигараш мебошад. Бо назардошти лемма ба хулосае омадан мумкин аст, ки эллипсро ҳама вақт аз ягон давра дар натиҷаи пайдарпай иҷро кардани ҳаракат ва **амсила** ҳосил намудан мумкин аст. Дар асоси теоремаи 1 ва натиҷаҳои 2 ва 4 дилхоҳ эллипс аз дилхоҳ давра бо ёрии ягон инъикоси аффинӣ ҳосил карда мешавад.

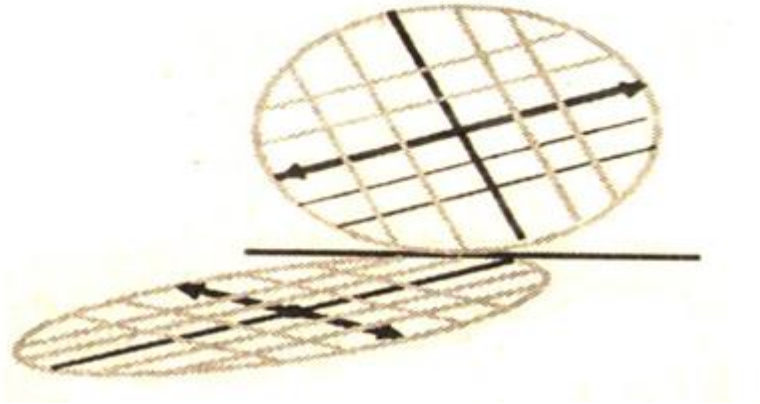
Бисёр хосиятҳои эллипсро бо истифода аз хосиятҳои давра ва амсила ҳосил намудан мумкин аст.

- нуқтае мавҷуд аст, ки миёнаҷои дилхоҳ хордаи эллипс буда, аз маркази он мегузарад (барои давра ин нуқта маркази он мебошад), хордаҳои эллипс, ки аз маркази он мегузаранд, диаметрҳои ин эллипс номида мешаванд, маркази эллипс симметрияи он мебошад (расми 2.19);



Расми 2.19. Давра ва хорадҳои додашуда

- миёнаҷои ҳамаи хордаҳои параллели эллипс дар як диаметр ҷойгиранд, ки самти онҳо самти ҳамҷуфтии хордаҳои муоинашаванда мебошанд, диаметри эллипс тири каҷи симметрияи ин эллипс мебошад (расми 19);
- агар самти диаметри АВ –и эллипс бо самти диаметри СД **ҳамҷуфт** бошад, пас самти диаметри СД бо самти диаметри АВ мувофиқ меояд, диаметрҳои эллипс, ки самтҳояшон ҳамҷуфтанд, ҳамҷуфт номида мешаванд (расми 2.20);



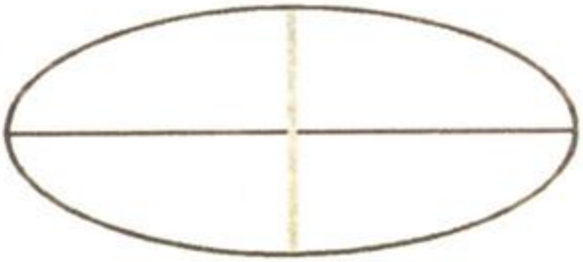
Расми 2.20. Диаметрҳои эллипси додашуда

- расандаҳои эллипс, ки ба охирҳои як диаметр гузаронида мешаванд, параллел мебошанд ва самти онҳо ба самти диаметри додашуда ҳамҷуфт мебошанд (расми 2.21);

Расми 2.21. Расандаҳои эллипси додашуда

- дилхоҳ эллипси аз давра фарқкунанда фақат ду диаметрҳое дорад, ки бо ҳам ҳамҷуфт ва перпендикуляр мебошанд.

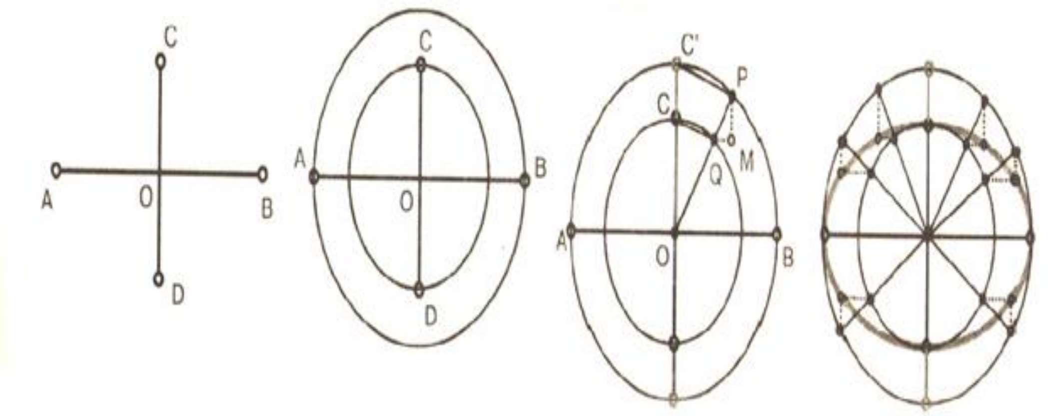
Диаметрҳои ҳамҷуфт ва перпендикуляри эллипс тирҳои он номида шуда, охирҳои тирҳо – қуллаҳои ин эллипс номида мешаванд (расми 2.22).



Расми 2.22. Диаметрҳои ҳамҷуфт ва перпендикуляри эллипс

Масъалаи 4. Эллипсро аз рӯйи тирҳои он АВ ва СД созед.

Сохтани чунин нуқтаҳои эллипс зарур аст, ки бо истифода аз онҳо контури онро тасвир кардан мумкин бошад. Порчаҳои дар расм додашударо ки нуқтаи буриши умумӣ доранд ба сифати диаметр мегиремт ва порчаи АВ ҳамчун диаметр қабул шудааст, ишора мекунем (расми 2.23).

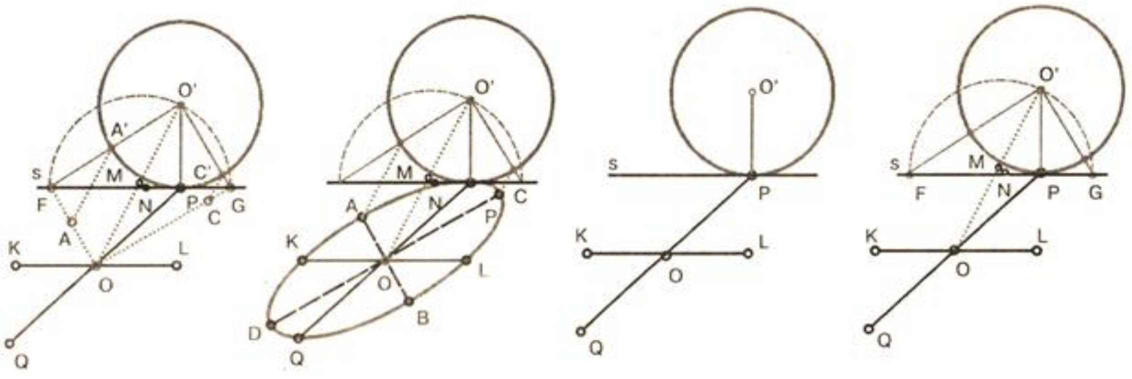


Расми 2.23. Эллипс аз рӯйи тирҳои додашуда

Амсила бо тири АВ ва ҷуфти нуқтаи мувофиқи (C',С) яке аз давраҳои сохташударо ба эллипси матлуб табдил медиҳад. Образи нуқтаи дилхоҳи М –и ин давраро дар мувофиқат ба ҳалли масъалаи 1 сохтан мумкин аст (расми 2.14) .

Масъалаи 5. Тирҳои эллипсро созед, агар диаметрҳои ҳамҷуфти он Кλ ва РQ дода шуда бошанд. Аввал давраро сохта амсилаи онро чунин муайян мекунем, ки ин давра ба эллипс бо диаметрҳои ҳамҷуфти Кλ ва РQ гузарад. Барои ин ба воситаи нуқтаи Р хати рости Кλ–и ба S параллел ва ба перпендикуляр ба он дар нуқтаи Р порчаи Р$0'$-ро мегузорем, ки ба нимдиаметри К0 –и диаметри Кλ баробар бошад. Амсилаи f бо тири S ва бо ҷуфти нуқтаи мувофиқи $(0;0)$ давраи $0(0;\ |0'P|)$ – ро ба эллипс бо диаметрҳои ҳамҷуфти Кλ ва РQ мегузаронад.

Хатҳои рости $0'F$ ва $0'G$ дорои самти асосии амсилаи f мебошанд (расми 2.13). Образҳои А ва С-и нуқтаҳои A' ва C'-и бурандаҳои хатҳои рости мувофиқ бо давраи $0(0',(0'P|)$ мебошанд, ки қуллаҳои эллипси матлуб маҳсуб мешаванд. Ба нуқтаҳои А ва С симметрияи марказиро нисбат а нуқтаи О татбиқ намуда, қуллаҳои боқимондаи В ва Д – и онро меёбем (расми 2.24).



Расми 2.24. Симметрияи марказиро нисбат а нуқтаи О татбиқ намуда

Модели аффинии ҳамвории евклидӣ

Бигузор П ва Н – ду ҳамвориҳои гуногун ё ҳамҷояшаванда бошанд. Дар ҳар яке аз онҳо сохтори ҳамворӣ - системаи мафҳумҳо ва муносибатҳои асосӣ муайян карда шуданд. Инъикоси аффинии f-и ҳамвории П-ро ба Н дида мебароем. Он байниҳамяккимата мебошад, бинобар ин ба ҳамвории Н сохтори ҳамвории П-ро мегузаронад. Дар ҳамвории Н ба ғайр аз сохтори табиии мавҷуда боз сохтори дигар ба вуҷуд меояд. Инъикоси аффинии f нуқтаҳои ҳамвории П-ро ба нуқтаҳои ҳамвории Н ва хатҳои рости ҳамвории П-ро ба хатҳои рости ҳамвории Н гузаронида, тааллуқдории нуқтаҳои дар хатҳои рости параллел хобида ва нисбати порчаҳои ба як хати рост ё хатҳои рости параллел мутаалликро нигоҳ медорад. Бинобар ин, сохтори гузаранда дар ҳамвории Н бо сохтори табиӣ қисман ҳамҷоя мешаванд. Ин ду қисми сохтори умумӣ сохтори аффинии ҳамворӣ номида мешавад. Маҷмуи сохтори аффинии ҷудошудаи ҳамворӣ ҳамвории аффинӣ номида мешавад. Дар фарқият аз сохтори ҳамвории аффинӣ ва табиӣ сохторҳои гузаранда дар ҳамвории Н сохтории ҳамвории евклидӣ ба шумор меравад.

Маълум аст, ки дилхоҳ ҳаракати ҳамвории евклидӣ сохтори онро иваз намекунад. Маҷмуи нуқтаҳои ҳамвории Н дар якҷоягӣ бо инъикоси аффинии f –и сохтори ҳамвории гузарандаи евклидӣ модели аффинии ҳамвории евклидӣ номида мешавад.

Инъикоси аффинии f бо се ҷуфти нуқтаҳои мувофиқи (A', A), (B', B), (C', C) яккимата муайян карда мешавад. Дар модели аффинии бо инъикоси f муайяншуда порчаҳои AB, BC ва AC дорои ҳамон дарозиҳои порчаҳои $A'B'$, $B'C'$, $A'C'$ мебошанд. Фарз мекунем, ки g – ҳаракате бошад, ки ҳамвории П-ро бо худаш ё дилхоҳ ҳамвории дигар мегузаронад.

Ҳамзамон, ҳаракат сохтори ҳамвории евклидиро нигоҳ медорад. Пас, инъикоси аффинии $f \cdot g$ дар ҳамвории Н ҳамон модели аффиниро муайян мекунад, ки инъикоси f ба ибораи дигар, барои додашавии модели аффинии ҳамвории евклидӣ дар маҷмуи нуқтаҳои ҳамвории Н зарурияти додашавии ҳамвории П ва инъикоси Н нест. Кифоя аст, ки секунҷаи ABC додашуда дарозии тарафҳои он дар модели додашуда нишон дода шавад, ки шарти мавҷудияти секунҷаро қаноат кунад: ҳар як тарафи секунҷа аз модули фарқи ду тарафи дигари он калон буда, аз суммаи онҳо хурд аст. Дар маҷмуи нуқтаҳои ҳамвории Н мавҷуд будани ду сохтори ҳамвории евклидӣ: сохтори табиӣ ва модели аффинӣ - мумкин аст ба номувофиқатӣ оварда мерасонад.

«Давра» дар модели аффинии ҳамвории евклидӣ ҳамчун образи давра ҳангоми инъикоси аффинӣ эллипс мебошад. Азбаски дилхоҳ ду давра гомотетӣ мебошанд, пас дилхоҳ ду «давра» дар модели аффинӣ эллипсҳои гомотетӣ мебошанд. Дар атрофи «секунҷа»–и ABC «давра» кашидан мумкин аст ва он бо давраи радиусаш воҳидӣ бо коэффитсиенти гомотетии муайян гомотетӣ мебошад. Ва баръакс, давраи радиусаш воҳидиро дониста, дар дохили он секунҷаро кашидан мумкин аст, ки бо секунҷаи ABC гомотетӣ мебошад. Ҳамин тавр, дар ҳамвории Н додашавии эллипси ихтиёрӣ ҳамчун давраи радиусаш воҳиди яккимата модели аффинии ҳамвории евклидиро муайян мекунад.

Масъалаи 6. Аз нуқтаи А ба хати рости d перпендикуляр гузаронед, агар дар модели аффинӣ ҳамвории евклидӣ:

а) давра дода шуда бошад;

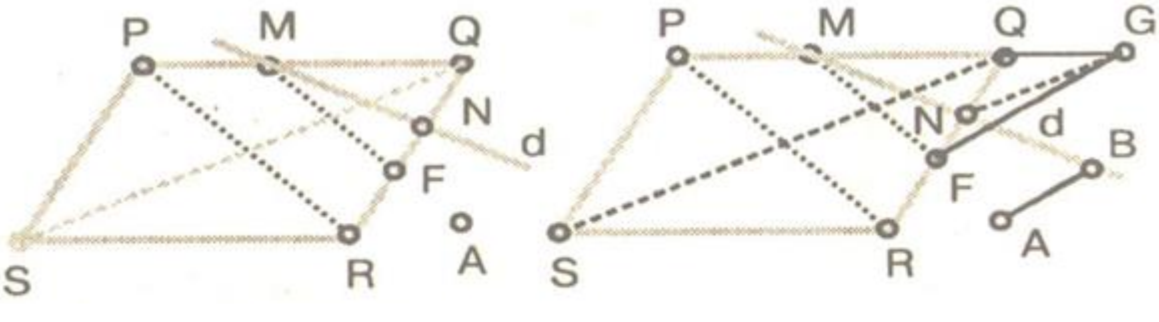
б) квадрат дода шуда бошад.

а) Бигузор Q –»давра», яъне эллипс бошад.

Азбаски хатҳои рости перпендикуляр – ин хатҳои рости ҳамҷуфти самти якхела дошта нисбат ба эллипси муоинашаванда мебошанд, пас, хати рости матлуб – ин хати росте мебошад, ки аз нуқтаи А мегузарад ва бо самти хати рости ҳамҷуфти он d мувофиқ аст. Барои сохтани он хордаи эллипсро мегузаронем, ки бо d параллел ва ба диаметри аз миёнаҷои ин хорда гузаранда мувофиқ бошад. Хати рости AB ба диаметри сохташуда параллел мебошад (расми 2.25).

Расми 2.25. Хатҳои рости перпендикуляри ҳамҷуфти самти якхела дошта нисбат ба эллипси муоинашаванда

б) Бигузор параллелограми РQRS дар модели аффинии ҳамвории евклидӣ квадрат бошад ва хати рости d тарафҳои онро дар нуқтаҳои M ва N бурад (расми 2.26). Нуқтаи M-ро дар хати рости РQ ба самти диагонали RS ва нуқтаи N-ро дар хати рости РQ дар самти диагонали QS проексия мекунем.

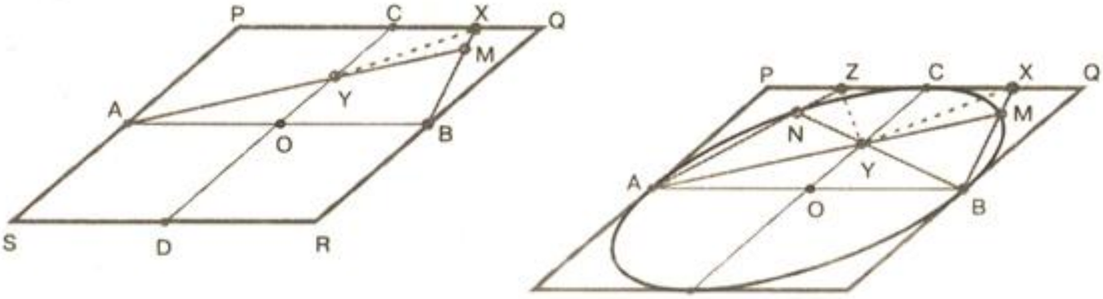


Расми 2.26. Параллелограми дар модели аффинии ҳамвории евклидӣ додашуда

Нуқтаҳои ҳосилшударо мувофиқан бо F ва G ишора мекунем. Секунҷаи FQG аз секунҷаи MQN ҳангоми ба кунҷи 90° гардиш додан ҳосил мешавад. Бинобар ин хати рости FG параллел мебошад.

Масъалаи 7. Дар модели аффинии ҳамвории евклидӣ давраи дарункашидаи квадратро созед.

Бигузор $PQRS$ – квадрати додашуда ва AB – хати миёнаи он бошад. Давраи дар дохили ин квадрат кашидашударо ҳамчун маҷмуи нуқтаҳое, ки аз онҳо порчаи AB дар таҳти кунҷи 90° дида мешаванд, муоина мекунем. Бинобар ин хати рости BX–ро гузаронида ба он перпендикуляри AM-ро мефарорем. Созиши ба ин монандро якчанд маротиба иҷро карда, адади лозимии нуқтаҳоро ҳосил мекунем, ки бо ёрии онҳо контури эллипси матлубро тасвир мекунем (расми 2.27).

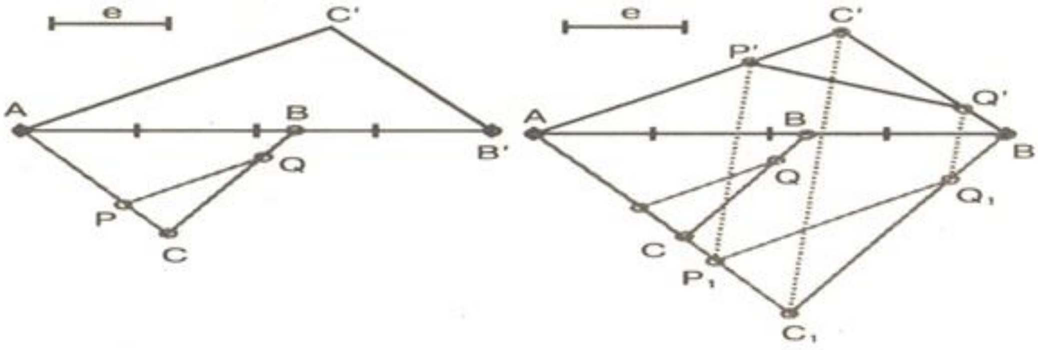


Расми 2.27. Давраи дар дохили квадрат кашидашуда ҳамчун маҷмуи нуқтаҳои додашуда

Масъалаи 8. Дар ҳамвории H порчаи воҳидии e, секунҷаи ABC ва порчаи PQ дода шудааст. Дар модели аффинии ҳамвории евклидӣ тарафҳои AB, BC ва AC-и секунҷаи ABC мувофиқан дарозиҳои 4,2 ва 3-ро доранд. Порчаи $P'Q'$-ро созед, ки дарозиаш ба дарозии порчаи PQ баробар бошад.

Барои созиш инъикоси аффинии f-и ҳамвории H-ро муайян кардан лозим аст, ки секунҷаи ABC-ро ба секунҷаи $A'B'C'$ тарафҳояш $A'B'$, $B'C'$ ва $A'C'$ мегузаронад, ки тарафҳои он мувофиқан ба 4,2 ва 3 баробаранд ва образи $P'Q'$ - и порчаи PQ-ро сохтан лозим аст, ки $A = A$ гирифта, дар нури AB порчаи $A'B'$-ро мегузорем, ки дарозиаш ба 4 баробар аст ва дар он секунҷаи $A'B'C'$ -ро месозем, ки тарафҳои $A'C'$ ва $A'B'$ мувофиқан ба 3 ва 2 баробаранд.

Инъикоси матлуби f композитсияи гомотетӣ бо марказаш дар нуқтаи A ва ҷуфти нуқтаи мувофиқи (B, B') мебошад, ки нуқтаи C-ро ба G ва амсиларо бо тири AB ва ҷуфти мувофиқи нуқтаи (G, C') мегузаронад. Созиши матлуб дар расми 2.28 тасвир ёфтааст.



Расми 2.28. Инъикоси матлуби додашуда композитсияи гомотетӣ бо марказаш дар нуқтаи муайян

2.2. Сохтани моделҳои ёрирасон барои ҳалли масъалаҳои геометрӣ (геометрияи синфҳои 7 – 9)

Геометрия яке аз илмҳои қадимтарин ба шумор рафта, дар тӯли тамоми мавҷудияташ барои инсоният хизматҳои босазоеро анҷом додааст. Дар рушд ва пешравии ҷомеа ин илм дар тамоми давру замонҳо саҳми зиёд дорад. Аз ҳаёти одии инсонӣ сар карда, то бахшҳои мураккабтарин донишҳои геометрӣ ҳамқадами ҳаёт мебошанд. Олими иттолиявӣ Г. Галилей оид ба нақши геометрия дар ҳаёти инсон чунин гуфтааст: «Геометрия ҳамчун илм аз қадим боз ташаккул ёфтааст. Мафҳумҳои ибтидоии геометрияро инсон дар натиҷаи чен кардани масоҳати замин, ғунҷоиши предметҳои гуногун зарфҳо, амборҳо, ҳавзҳо ва ҳоказоҳо ҳосил кардааст. Қадимтарин ёдгориҳои хаттӣ шаҳодат медиҳанд, ки қариб 4 – ҳазор сол пеш дар Миср қоидаҳо барои муайян намудани масоҳатҳо ва ҳаҷмҳо мавҷуд будаанд. Баъдтар олимони юнон як қатор хосиятҳо ва қонуниятҳои геометриро кашф карданд, ки ин боиси ташаккул ёфтани системаи донишҳои геометрӣ гардид» [43, с.65-70].

Рӯ овардан ба донишҳои геометрӣ ва ҳалли масъалаҳои геометрӣ бояд воситаи муҳимми таълим ва тарбияи хонандаи имрӯза гардад. Дар ин қисмати кор мо аз баёни маводҳои назариявӣ худдорӣ намуда, бештар ба ҳалли масъалаҳо дар асоси моделсозӣ рӯ овардаем. Моделсозӣ, ин раванди иваз кардани объекти мавриди омӯзиш бо объекти дигари ба дастовардани дар бораи муҳимтарин хосиятҳои объекти аслӣ бо истифода аз обекти намунавӣ мебошад, ки моделсозӣ метавонад ҳамчун тасвири объект бо модел барои ба даст овардани моделсозӣ инчунин метавонад ҳамчун тасвири объект бо модел барои ба даст овардани маълумот дар бораи ин объект тавассути гузаронидани таҷрибаҳо истифода бурда шаванд.

Моделсозӣ ба назарияи монандӣ асос ёфта, таъкид мешавад, ки шабоҳати мутлақ танҳо дар сурате ба амал меояд, ки як объект бо дигараш айнан ҳамон як объект иваз карда шавад. Ҳангоми моделсозӣ шабоҳати мутлақ ба вуқуъ намеояд, бинобар ин, кӯшиш кардан лозиим, ки модел тарафи омӯхташудаи фаъолияти объектро ба таври кофӣ инъикос кунад. Ҳолатҳои мушаххаси аналогияи геометрӣ, вақтӣ мебошад. Моделҳои геометрӣ шабоҳати таносуби фазоии қисмҳои ашё, шабоҳати тасвирҳои геометрӣ мебошад. Ҳамчунин ҳалли масъалаҳо доир ба модели геометрӣ яке аз воситаҳои муҳимми омӯзиш ва татбиқи он дар амалия мебошад. Дар раванди омӯзиш аз принсипҳои дидактикӣ аз сода ба мураккаб ва аз осон ба душвор пурра истифода намудаем. Яъне пайдарпайи дар гузориш мавқеи муҳим дорад. Хонандаи имрӯза бояд оид ба масъала, мазмун ва роҳҳои ҳалли он диққати асосӣ ва малакаҳои зарурии худро равона созад [108, с.13-25].

Марҳилаи муосир пурра гузариш аз назария ба амалия мебошад. Ҳар як мафҳуми омӯхташуда татбиқи амалӣ дорад ва онро бояд ба хонандаи имрӯза нишон дод. Масъалаҳоии геометрияро шартан ба се қисм ҷудо намудан мумкин аст:

1. Масъалаҳое, ки дар он ченакҳои номаълуми як элементи шакл аз рӯйи ченакҳои додашудаи элементҳои дигари ҳамин шакл муайян карда мешаванд. Ин гуна масъалаҳоро масъалаҳои ҳисобкунӣ меноманд.
2. Дар баъзе масъалаҳо муайян кардани ягон навъи алоқамандиҳо ва ё муносибатҳои умумии мавҷудбуда дар шакли додашуда талаб карда мешавад. Ин гуна масъалаҳоро масъалаҳо доир ба исбот меноманд.
3. Ба навъи сеюми масъалаҳо, масъалаҳо доир ба сохтан дохил мешаванд. Дар онҳо сохтани ягон шакли геометрӣ аз рӯйи баъзе додашудаи ин шакл талаб карда мешаванд.

Ҳангоми кор кардан роҷеъ ба ин мавзуъ чунин ҳадафҳоро афзал донистем:

Хонандагонро бо асосҳои назарияи муосири тасвири фигураҳои одитарини ҳамворӣ шинос намоем. Моделсозии геометрӣ аз геометрияи тасвирӣ бо он фарқ мекунад, ки тасвир дар ин ҷо на ҳамчун фигураи ҳамвории тасвир, монанд ба проексияи параллелии асл, балки ҳамчун тафсир (модели) аслӣ дар модели ҳамворӣ ва фазоӣ баррасӣ мешавад. Ба ибораи дигар, дар моделсозии геометрӣ модели аслӣ аст. Чунин муносибат ба мафҳуми образ бартариҳои калони методологӣ дорад[73, с. 9-18].

Бо ин мақсад ба хонандагон имкониятҳои истифодаи моделсозии геометриро дар раванди таълим нишон диҳем. Гап дар сари он аст, ки дар китобҳои дарсии геометрияи ҳозираи мактабӣ нақшаҳои нодуруст иҷрокардашуда бисёранд, махсусан расмҳое, ки ҷисмҳои мудаввар тасвир карда шудаанд. Ин барои инкишофи тафаккури ҳайёлии хонандагон ниҳоят зарарнок аст. Донистани асосҳои моделсозии геометрӣ ба омӯзгор кумак мекунад, ки ин хатоҳоро ошкор кунад, онҳоро ба осонӣ ислоҳ кунад ва дар кори худ танҳо тасвирҳои дурустро истифода барад.

Доир ба гуфтаҳои дар боло зикр карда мавзуҳои зеринро баррасӣ менамоем.

Татбиқи моделҳо ва хосиятҳои асосии шаклҳои содатарини геометрӣ

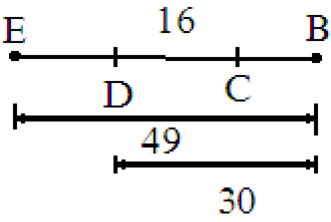
1. Дар расм AB=245м, BC назар ба AB 4 маротиба дарозтар аст. Дарозии порчаи AC-ро ҳисоб кунед.

Д. ш. аст: $AB = 245\text{м}$ $BC = 4AB = 4 \cdot 245 = 980\text{м}$	Ҳал: $AC = AB + BC$ $AC = 245\text{м} + 980\text{м}$ $AC = 1225\text{м}.$
$AC = ?$	

Ҷавоб:1225м.

2. Порчаи EC ёфта шавад.

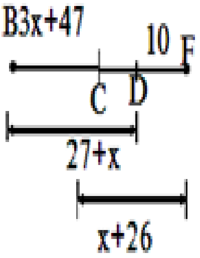
Д. ш. аст: $EB = 49$ $DB = 30$ $DC = 16$	**Ҳал:**
$CB = ?$ $ED = ?$	$CB = DB - DC$ $EC = ED + DC$ $CB = 30 - 16$ $EC = 19 + 16$ $CB = 14$ $EC = 35$



Ҷавоб: 35.

3. Порчаи CF-ро ёбед.

Д. ш. аст: $BC = 3x + 47$ $DF = 10$ $BD = 27 + x$ $CF = x + 26$	Ҳал: $BD = BC + CD$ $27 + x = 3x + 47 + CD$ $CD = 27 + x - 3x - 47 = -20 - 2x$ $CF = CD + DF$ $x+26=CD+10;\ CD = x+26-10=x+16;$ $-20 - 2x = x + 16; \quad -2x - x = 16 + 20;$ $-3x = 36; \quad x = -12.$ $CF = x + 26 = -12+26=14.$
$CF = ?$	



Ҷавоб: 14.

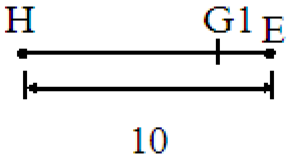
Супоришҳои мустақилонаро барои хонандагон пешниҳод менамоем

Варианти 1.

1. Дар расм дарозии порчаи MN=148м, NP назар ба MN 2 маротиба кӯтоҳтар аст. Дарозии порчаи MP-ро ҳисоб кунед.

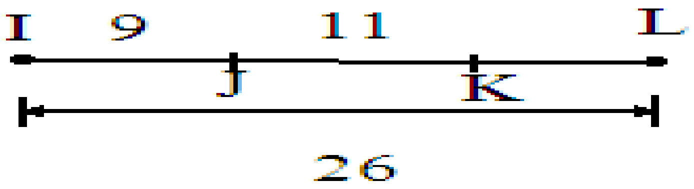
Ҷавоб: 222м.

2. Дарозии порчаи ишорашударо ёбед.



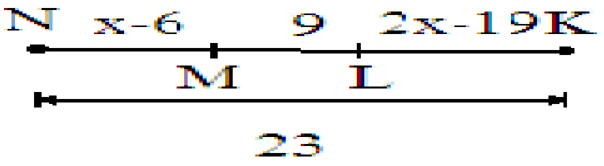
Ҷавоб:9.

3. Порчаи KL-ро ёбед.



Ҷавоб: 6.

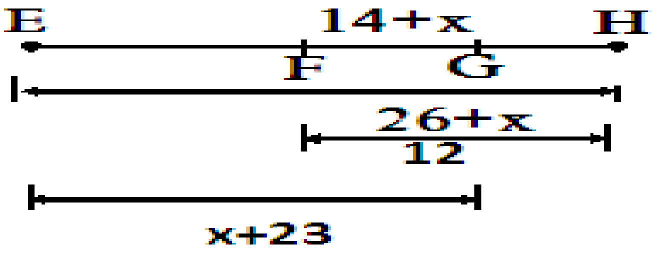
4. X-ро ёбед.



Ҷавоб: $x = 13$.

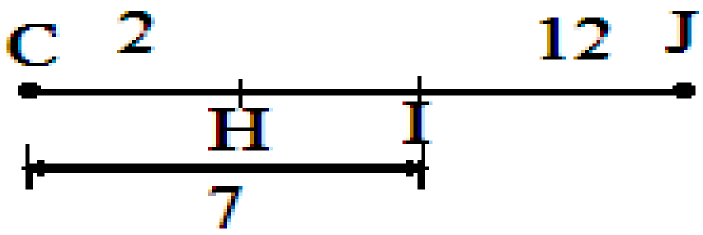
Варианти 2.

1. Порчаи EG-ро ёбед.



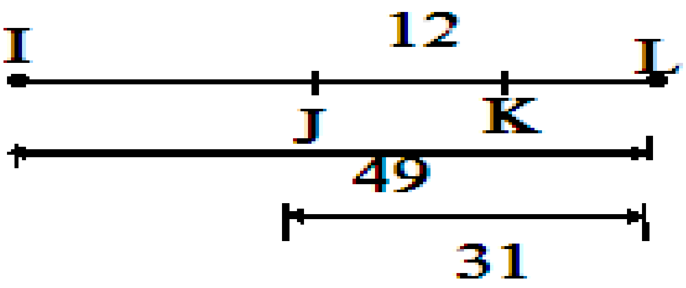
Ҷавоб: 18.

2. Порчаи HJ ёфта шавад.



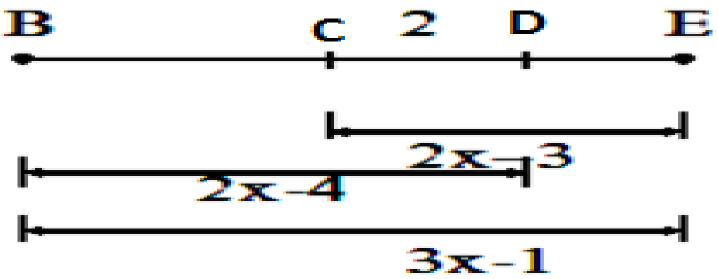
Ҷавоб: 17.

3. Порчаи IK-ро ёбед.



Ҷавоб: 30.

4. Порчаи BD - ро ёбед.

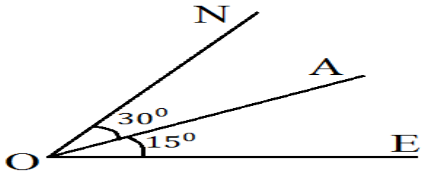


Ҷавоб:12.

Моделҳои ёрирасон доир ба кунҷҳо

1. Дар расм $\angle AOE = 15^0, \angle AON = 30^0$ аст. $\angle NOE$ – ро ёбед.

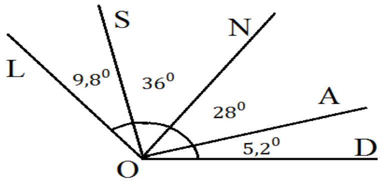
Д. ш. аст:	Ҳал:
$\angle AOE = 15^0$ $\angle AON = 30^0$	$\angle NOE = \angle AOE + \angle AON$ $\angle NOE = 15^0 + 30^0$ $\angle NOE = 45^0$
$\angle NOE = ?$	



Ҷавоб: $\angle NOE = 45^0$.

2. Дар асоси расм бузургии $\angle AOS + \angle SOD - \angle LDM$–ро муайян кунед.

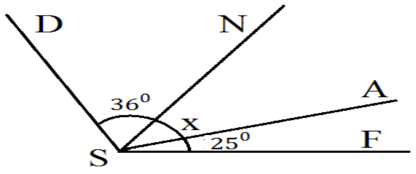
Д. ш. аст:	Ҳал:
$\angle DOA = 5{,}2^0$ $\angle AON = 28^0$ $\angle NOS = 36^0$ $\angle SOL = 9{,}8^0$	$\angle AOS + \angle SOD - -\angle LON =$ $= (28^0 + 96^0) + (36^0 + 28^0 + 5{,}2^0)$- $-(9{,}8^0 + 36^0) = 64^0 + 69{,}2 - 45{,}8 =$ $= 64^0 + 23{,}4 = 87{,}4^0$.
$\angle AOS + \angle SO -$ $-\angle LON = ?$	



Ҷавоб: $87{,}4^0$.

3. Дар расм кунҷҳои $\angle DSF = 105^0$, $\angle FSA = 25^0, \angle ASN = x$ ва $\angle NSD$ дода шудааст. Кунҷи $\angle ASN$ – ро ёбед.

Д. ш. аст:	Ҳал:
$\angle DSF = 105^0$ $\angle DNS = 36^0$	$36^0 + 25^0 + x = 105^0$ $x = 105^0 - 61^0$ $x = 44^0$
$\angle ASF = 25^0$ $x = ?$	

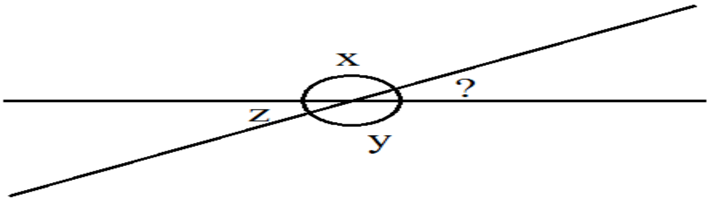


Ҷавоб: 44^0.

Супоришҳои мустақилонаро барои хонандагон пешниҳод менамоем

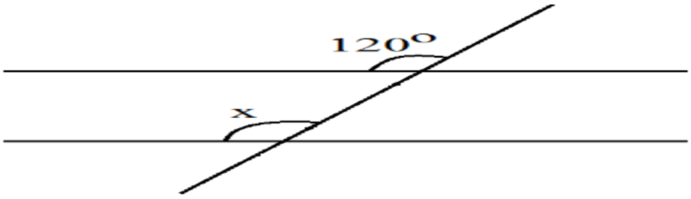
Варианти 1.

1. Кунҷи ишорашударо ёбед, агар $x - z = 25^0$ бошад.



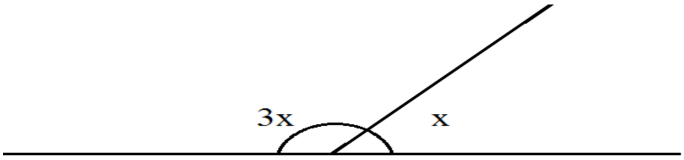
Ҷавоб: $z = 77{,}5^0$.

2. Аз рӯи расм x – ро ёбед.



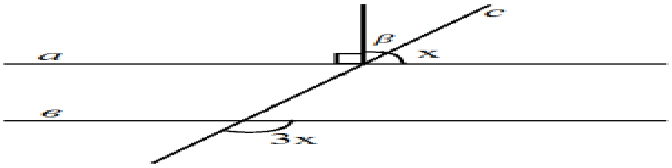
Ҷавоб: $x = 120^0$.

3. Дар расм кунҷи кушод мутаносибан ба $\beta:\alpha = \frac{1}{3}$ ҷудо шудаанд. Бузургии онҳоро муқаррар намоед.



Ҷавоб: 135^0; 45^0.

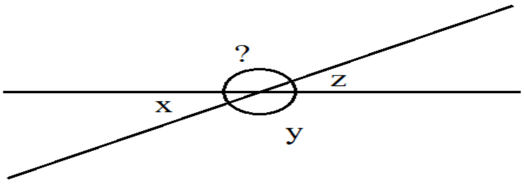
4. Аз рӯйи расм $\angle\beta$ – ро ёбед.



Ҷавоб: $\beta = 45^0$.

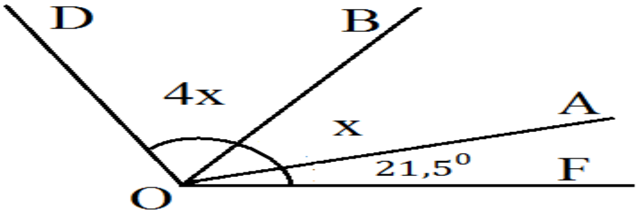
Варианти 2.

1. Кунҷи ишорашуда (?)-ро ёбед, агар $y - x = 34^0$ бошад.



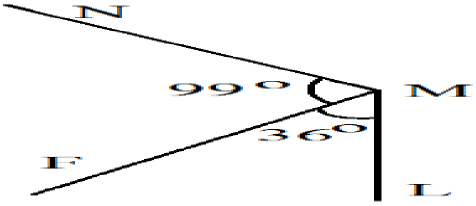
Ҷавоб: 107^0.

2. Дар расм кунҷҳои $\angle DOF = 146{,}5^0$; $\angle FOA = 21{,}5$; $\angle AOB = x$ ва $BOD = 4x$ баробар аст. Кунҷи $\angle BOF -$ ро ҳисоб кунед.



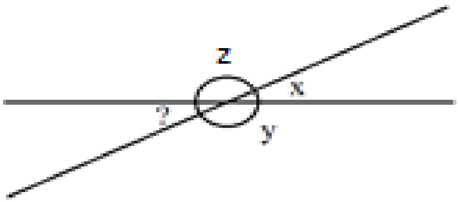
Ҷавоб: $\angle BOF = 46{,}5$.

3. Кунҷи LMN – ро ёбед.



Ҷавоб: $\angle \mathrm{NML} = 135^0$.

4. Агар $z + y = 240^0$ бошад, кунҷи муқобили x – ро ёбед:



Ҷавоб: 60^0.

Татбиқи моделҳо дар ҳалли секунҷаҳо

1. Периметр ва намуди секунҷаро муайян кунед.

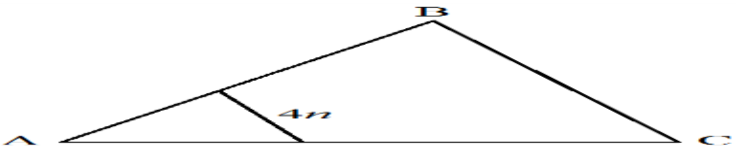
Д. ш. аст:	Ҳал:
$a = 3{,}5$дм $b = 35$см $= 3{,}5$дм $c = 35$см $= 3{,}5$дм	$P = a + b + c$ $P = 3{,}5 + 3{,}5 + 3{,}5$ $P = 10{,}5$дм Баробартараф.

Ҷавоб: $P = 10{,}5$дм. Баробартараф.

2. Аз рӯи расм дарозии тарафи BC – ро ёбед.

$\mathrm{BC} = 2 \cdot 4n$

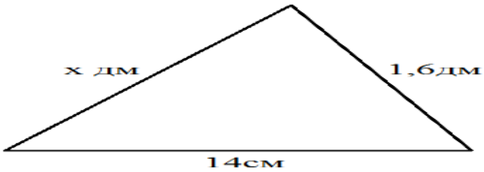
$\mathrm{BC} = 8n$



Ҷавоб: $BC = 8n$.

3. Дар расм агар $P = 5{,}2$дм бошад x- ро ёбед.

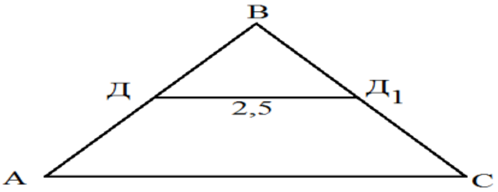
Д. ш. аст: $a = x$ дм $b = 1{,}6$дм $c = 14$см $= 1{,}4$дм $P = 5{,}2$дм	Ҳал: $a + b + c = P$ $x + 1{,}6 + 1{,}4 = 5{,}2$ $x = 5{,}2 - 3$ $x = 2{,}2$
$x = ?$	



Ҷавоб: $x = 2{,}2$.

5. Дарозии AC – ро ёбед.

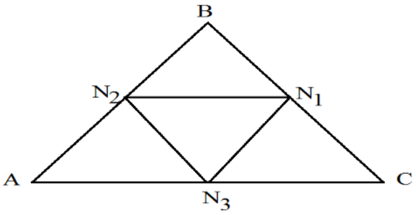
$AC = 2 \cdot ДД_1$
$AC = 2 \cdot 2{,}5$
$AC = 5$



Ҷавоб: $AC = 5$.

5. Агар периметри секунҷаи $N_1N_2N_3 = 24$ бошад. Пас периметри секунҷаи ABC – ро ёбед.

Д. ш. аст: $P_{N_1N_2N_3} = 24$	Ҳал: $N_1N_2 = N_2N_3 = N_3N_1 = 8$ $AB = BC = AC = 8 \cdot 2$ $AB = BC = AC = 16$ $P_{ABC} = 16 + 16 + 16$ $P_{ABC} = 48$
$P_{ABC} = ?$	

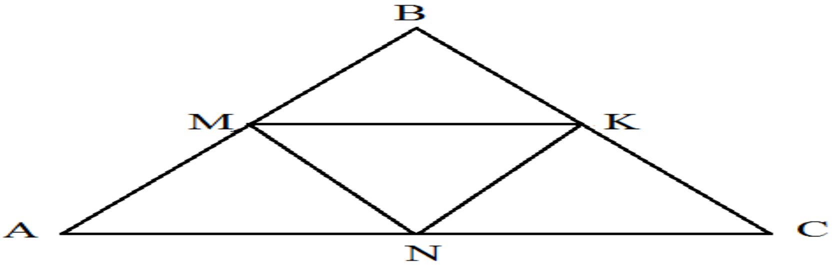


Ҷавоб: 48.

Супоришҳои мустақилонаро барои хонандагон пешниҳод менамоем

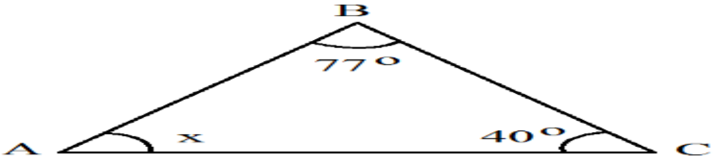
Варианти 1.

1. Дар расм $BC = 9$, $AC = 11$, $AB = 16$ аст. $NM + MK + NK$ – ро ёбед.



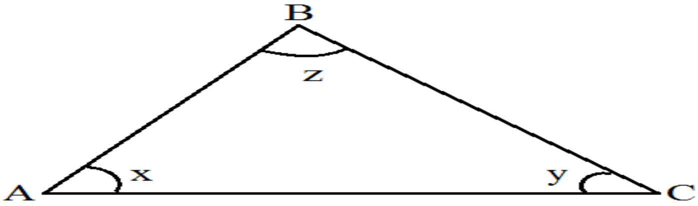
Ҷавоб: $NM + MK + NK = 4{,}5 + 5{,}5 + 8 = 18$.

2. x – ро ёбед.



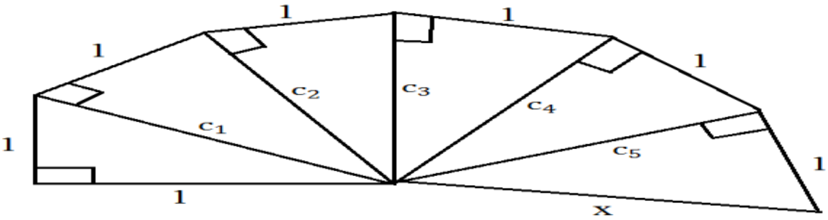
Ҷавоб: $x = 63^0$.

3. Агар $x : y : z = 5 : 6 : 7$ бошад. Пас y- ро ёбед.



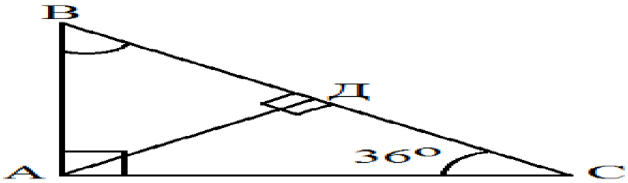
Ҷавоб: $y = 60^0$.

4. Гипотенузаи бо x ишорашударо ёбед.



Ҷавоб: $x = \sqrt{7}$.

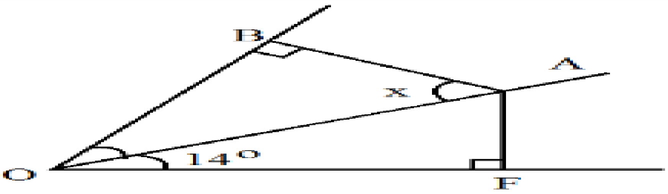
5. Кунҷи ДАС – ро ёбед.



Ҷавоб: $\angle ДАС = 54^0$.

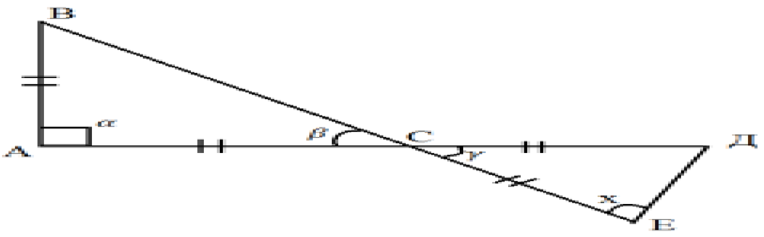
Варианти 2.

1. Дар расм хати рости OA бисектриса мебошад. x – ро ёбед.



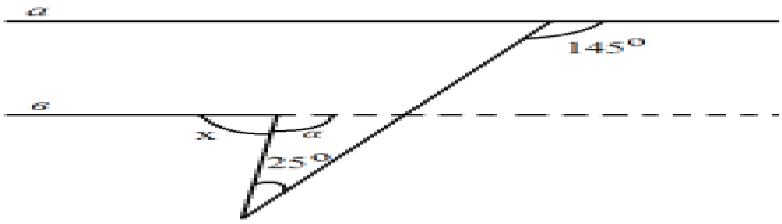
Ҷавоб: $x = 76^0$.

2. Кунҷи бо x ишорашударо ёбед.



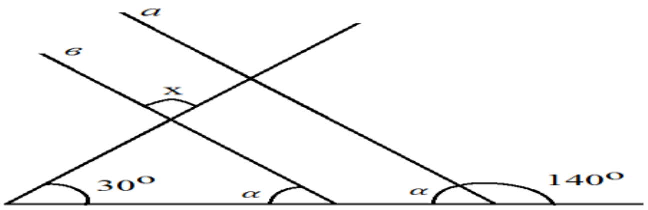
Ҷавоб: $x = 67{,}5^0$.

3. Дар расм хати рости *а* ва *в* параллел аст. $\angle x$ – ро ёбед.



Ҷавоб: $x = 60^0$.

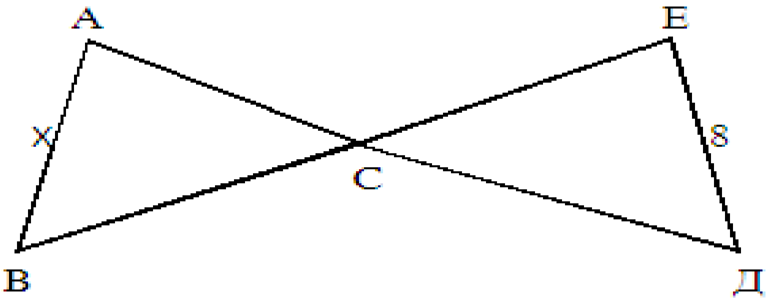
4. Дар расм $a||b$ аст. x – ро ёбед.



Ҷавоб: $x = 110^0$.

6. Дар шакли додашуда

[ВЕ]⌒[АД]={С}; |АС|=|СЕ|; |ВС|=|СД|; |ЕД|=8см ва |АВ|=х аст. Тарафи АВ чанд см аст?.

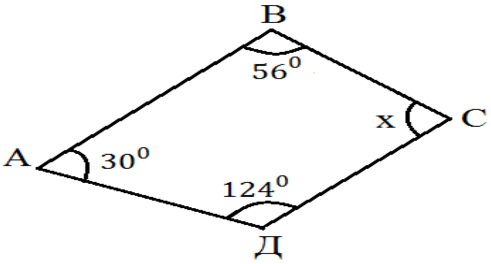


Ҷавоб: 8см.

Мафҳуми чоркунчаҳо

1. х - ро ёбед:

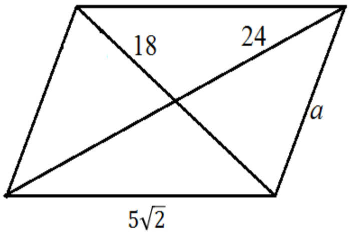
Д. ш. аст:	Ҳал:
$\alpha = 30^0$	$\alpha + \beta + \gamma + \varphi = 360^0$
$\beta = 56^0$	$30^0 + 56^0 + 124^0 + x = 360^0$
$\gamma = 124^0$	$x = 360^0 - 30^0 - 56^0 - 124^0$
$\varphi = x$	$x = 360^0 - 210^0$
$x = ?$	$x = 150^0$



Ҷавоб: $x = 150^0$.

2. Аз расм тарафи номаълумашро ёбед.

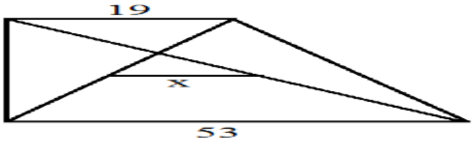
Д. ш. аст: $d_1 = 18$ $d_2 = 24$ $b = 5\sqrt{2}$	Ҳал: $d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$ $18^2 + 24^2 = 2\left(a^2 + (5\sqrt{2})^2\right)$ $324 + 576 = 2a^2 + 100$ $2a^2 = 900 - 100$ $a^2 = \frac{800}{2}; a = 20.$
$a = ?$	



Ҷавоб: 20.

3. Дар расм порча бо х ишорашударо ёбед.

Д. ш. аст: $a = 53$ $b = 19$	Ҳал: $x = \frac{a - b}{2}$ $x = \frac{53-19}{2}$ $x = 17$
$x = ?$	

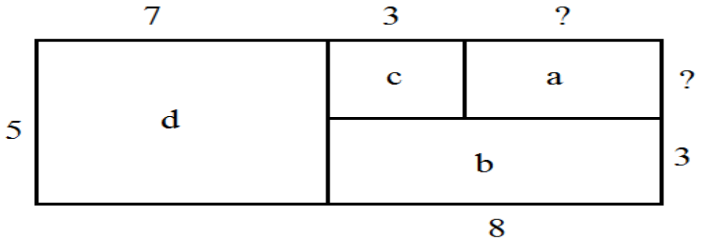


Ҷавоб: 17.

Супоришҳои мустақилонаро барои хонандагон пешниҳод менамоем

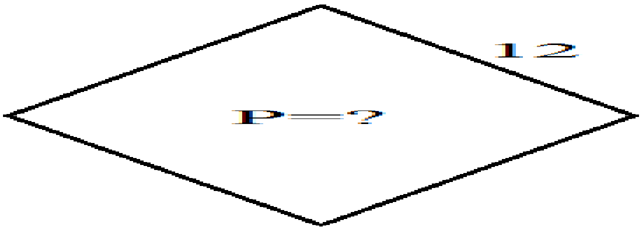
Варианти 1.

1. Периметри росткунҷаи d – ро ёбед (аз расм).



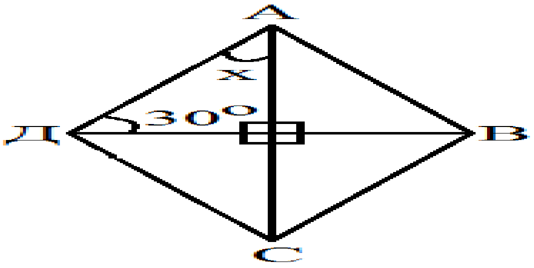
Ҷавоб: 24.

2. Аз расм периметри ромбро ёбед.



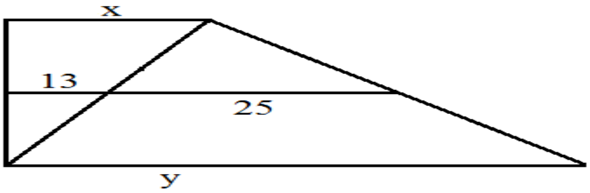
Ҷавоб: 48.

3. Аз расм х – ро ёбед.



Ҷавоб: $x = 60^0$.

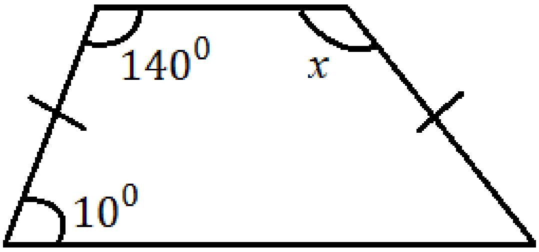
4. $y - x$ – ро ёбед.



Ҷавоб: 24.

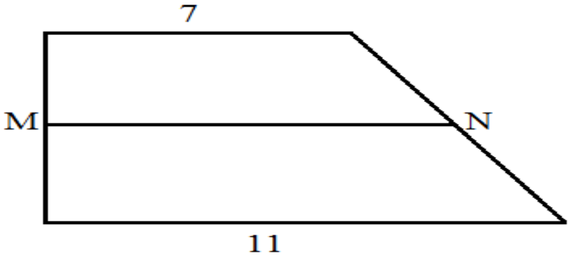
Варианти 2.

1. Аз рӯи расм х – ро ёбед.



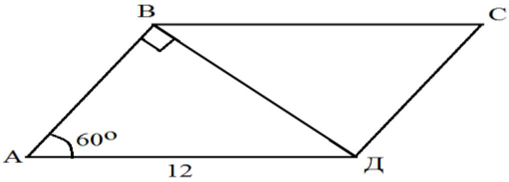
Ҷавоб: $x = 140^0$.

2. Хати миёнаи трапетсияро ёбед.



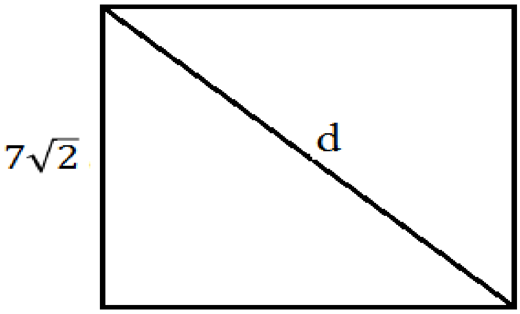
Ҷавоб: 9.

3. Периметри параллелограмми додашударо ёбед.



Ҷавоб: 36.

4. Диагонали квадратро ёбед.

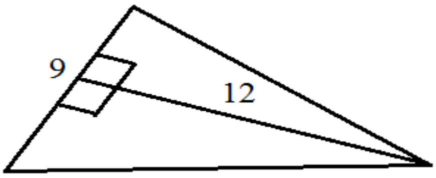


Ҷавоб: 14.

Масоҳати фигураҳо

1. Масоҳати секунҷаи додашударо ёбед.

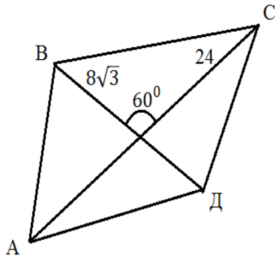
Д. ш. аст:	Ҳал:
$a = 9$ $h = 12$	$S = \frac{h \cdot a}{2} = \frac{12 \cdot 9}{2} = \frac{108}{2} = 54$
$S = ?$	



Ҷавоб: 54.

2. Аз расм истифода бурда масоҳати чоркунҷаро ёбед.

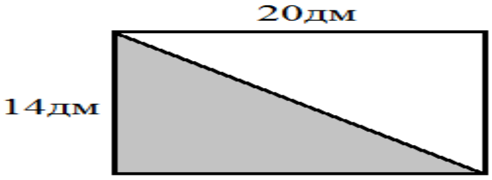
Д. ш. аст:	Ҳал:
$\angle\varphi = 60^0$ $d_1 = 24$ $d_2 = 8\sqrt{3}$	$S = \frac{d_1 \cdot d_2 \cdot \sin\varphi}{2} = \frac{24 \cdot 8\sqrt{3} \cdot \sin 60^0}{2} =$ $= 12 \cdot 8\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 144.$
$S = ?$	



Ҷавоб: 144.

3. Масоҳати фигураи рангшударо аз расм ёбед.

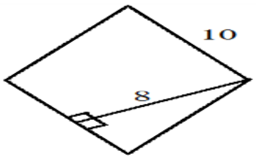
Д. ш. аст:	Ҳал:
$a = 20$дм $b = 14$дм	$S = a \cdot b = \frac{20 \cdot 14}{2} = \frac{280}{2} = 140$дм^2.
$S = ?$	



Ҷавоб: 140дм^2.

4. Масоҳати ромбро ёбед.

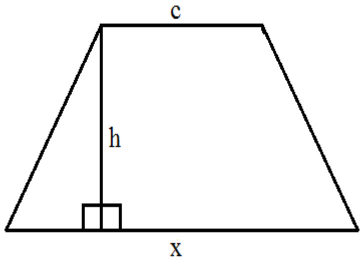
Д. ш. аст:	Ҳал:
$h = 8$ $a = 10$	$S = h \cdot a$ $S = 8 \cdot 10 = 80.$
$S = ?$	



Ҷавоб: 80.

5. Дар расм $h = \sqrt{5}$, $с = 3\sqrt{5}$, $x = 7\sqrt{5}$ аст. Масоҳати трапетсияро ёбед.

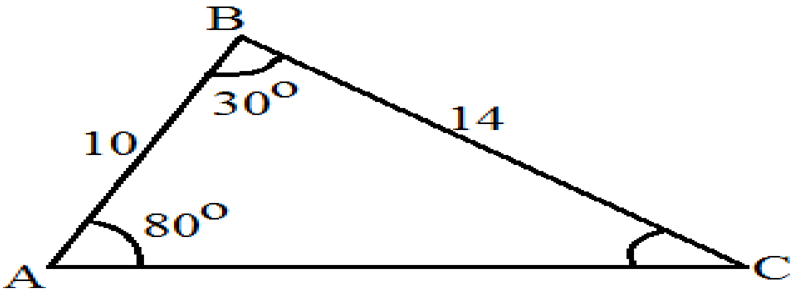
Д. ш. аст:	Ҳал:
$x = 7\sqrt{5}$ $c = 3\sqrt{5}$ $h = \sqrt{5}$	$S = \frac{x+c}{2} \cdot h == \frac{7\sqrt{5}+3\sqrt{5}}{2} \cdot \sqrt{5} =$ $= 5\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 25.$
$S =?$	



Ҷавоб: 25.

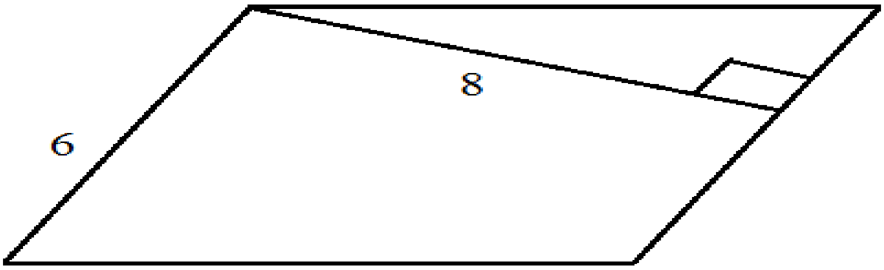
Супоришҳои мустақилонаро барои хонандагон пешниҳод менамоем
Варианти 1.

1. Масоҳати секунҷаро ёбед.



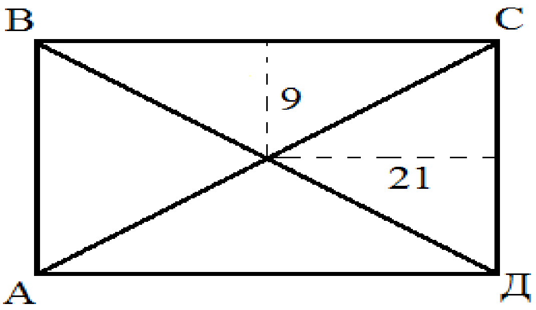
Ҷавоб: 35^0.

2. Масоҳати параллелограмро ёбед.



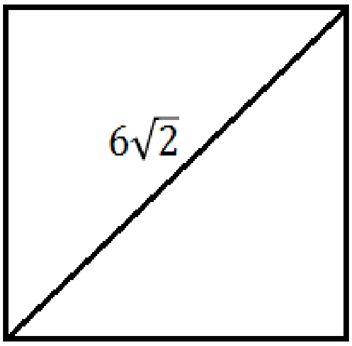
Ҷавоб: 48.

3. Масоҳати роскунҷаи АВСД – ро ёбед.



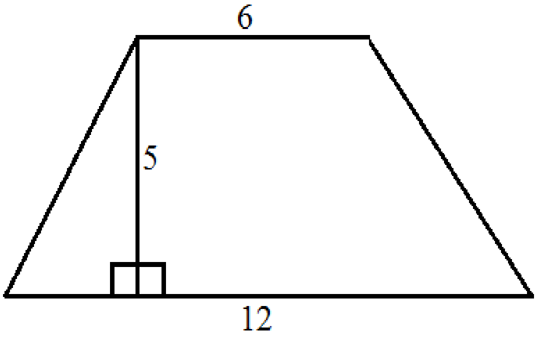
Ҷавоб: 756.

4. Масоҳати квадратро ёбед.



Ҷавоб: 36.

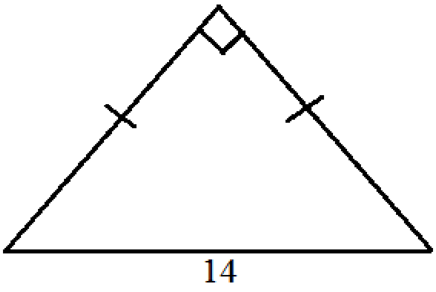
5. Масоҳати трапетсияро ёбед.



Ҷавоб: 50.

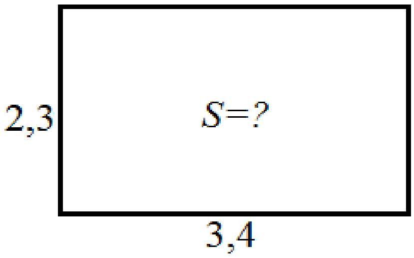
Варианти 2.

1. Масоҳати секунҷаро ёбед.



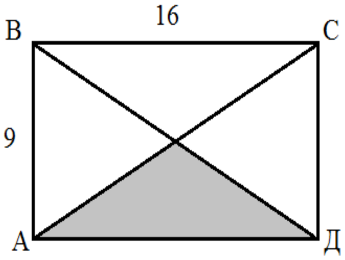
Ҷавоб: 49.

2. Масоҳати росткунҷаро ёбед.



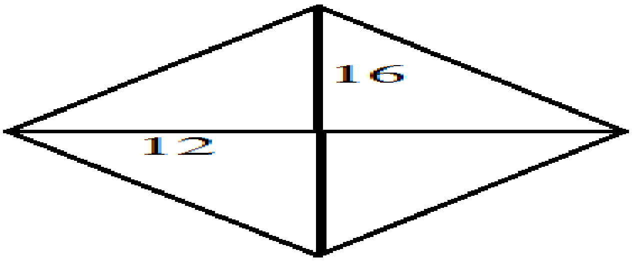
Ҷавоб: 7,82.

3. Масоҳати қисми рангшудаи росткунҷаро аз расм ёбед.



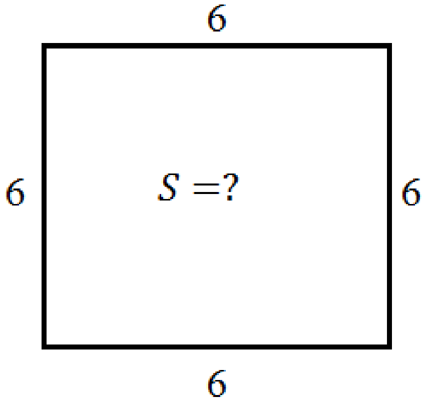
Ҷавоб: 36.

4. Масоҳати ромбро ёбед.



Ҷавоб: 96.

5. Масоҳати квадратро ёбед.



Ҷавоб: 36.

Бар ин назарем, ки мавзуъ ба ҳадафҳои худ расида, барои омӯзгорони фанни геометрия дар корҳои ҳаррӯзаи худ ва ҳангоми таълими фанҳои факултативӣ муфид хоҳад буд ва ба хонандагон дар ташаккули тафаккури хаёлӣ, ишқи геометрия ва омӯхтани ҳалли на танҳо осон, балки мушкил ва масъалаҳои ҳаётӣ ҳам кумак хоҳад кард.

Ҳангоми омӯзиши ин мавзуъ ҷиҳатҳои фарқкунандаи онро нишон додем, ки ҳалли масъалаҳо дар одитарин шаклҳои геометрӣ: порча, кунҷ, сенкунҷа, чоркунҷа гузаронида шудааст. Ҳатто аз навиштани шарти масъалаҳо худдорӣ намудем. Мақсади мо аз он иборат аст, ки хонанда бештар ба шаклҳо сару кор гирифта, аз рӯи моделҳои пешниҳодшуда ба ҳалли масъалаҳо машғул гардад. Ин гуна равиш ба хонанда имкон медиҳад, ки ба содатарин шаклҳо шиносоӣ пайдо намуда, аз рӯи маълумоти омӯхташаванда ва аз рӯи элементҳои додашуда элементҳои номаълуми онҳоро ошкор намояд.

Масъалаҳо дар доираи курси планиметрия пешниҳод шуда, аз масъалаҳои дар адабиёти таълимӣ ҳам аз ҷиҳати шакл ва ҳам аз ҷиҳати сохт фарқ мекунанд. Ҳангоми омӯзиш ҳар як мафҳум ҷиҳатҳои амалии он муайян карда шуда, супоришҳои мустақилонаро дар шакли гурӯҳӣ ва фардӣ ба хонандагон пешниҳод крда шудаем.

Хулосаи боби дуюм

Дар рушди ҷомеа муосир донишҳои геометрӣ мавқеи хоса дорад, зеро инсон маҳз дар натиҷаи чен кардани замин, предметҳо, зарфҳо, амборҳо, ҳавзҳо ва ҳоказоҳо моҳияти аввалини мафҳуми геометриро дарк менамоянд. Мушаххас аст, ки имрӯзҳо масъалаҳои геометрӣ дар муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ як ҷузъи таълиму тарбия хонандагон ба ҳисоб меравад. Барои бозҳам инкишоф додани хусусиятҳои масъалаҳои геометрӣ омӯзгорон бояд кӯшиш намоянд, ки аз усули моделсозӣ самаранок истифода намоянд

Аз ин ҷост, ки дар курси метематика қисми ҷудонашавандаи фанни геометрия моделронӣ мебошад. Моделронӣ дар асоси мушкилоттҳои дохилӣ ва беруна таркиб ёфта, сохти мантиқии элементарӣ дорад. Ҳонандагон бояд дар курси омӯзиши геометрия қобилияти дарккунии моделсозӣ дошта бошанд.

Моделронӣ ба воситаи роҳҳою усулҳои гуногун сохта шуда, дар шакли расму тасвиро дар китобҳо шаклбанди карда мешавад. Яъне курси омӯзиши геометрия мактабиро бе расму тасвиро тасаввур кардан ғайри имкон аст. Таҷриба ва таҳлилҳо нишон дод, ки хонандагон бо ёрии расмҳо ва тасвирҳо аз уҳдаи ҳалли ҳамагуна масъалаҳои геометрӣ мебароянд. Агар хонандагон хосияти ҷисмҳои геометриро татбиқ карда тавонанд, он вақт мушаххас мегардад, ки сатҳи аз худкунии онҳо дар дараҷаи баланд қарор дорад.

Вақте, ки хонандагон ба моделҳо сару кор мегирад, ҳатман баъзе масъалаҳоро бо аломатҳо тасдиқ ё ин ки рад менамояд. Баёни мавзуҳои геометрӣ аз як ҷониб дониши хонандагон ташаккул диҳад, аз ҷониби дигар шавқу завқи онҳоро вобаста ба имконият бедор менамояд.

Дар баъзе мавридҳо чуниин ҳолатҳое рӯх медиҳад, дар ҳалли масъалаҳо моделҳои овардашуда мувофиқат намекунад, ё ин ки хеле тул мекашад, ки ба натиҷа дилхоҳ бирасем.

Моделсозӣ бо назария асос меёбд. Масъалаҳои мушаххаси аналогияи геометри бошад вакт мебошад. Ҳалли масъалаҳои геометрӣ ба воситаи моделзозӣ яке аз воситаҳои омӯзиш ва татбиқ дар амалия мебошад. Дар раванди таҳқиқот дар курси омӯзишии геометрияи мактабӣ принсипи дидактикии пай дар пайиро аз содда ба мураккаб зиёд истифода намудем.

Ҳар як мафҳуми омӯхташуда татбиқи амалии худро дорад. Масъалаҳоии геометрияро шартан ба се қисм ҷудо намудан мумкин аст:

1. Масъалаҳое, ки дар он ченакҳои номаълуми як элементи шакл аз рӯйи ченакҳои додашудаи элементҳои дигари ҳамин шакл муайян карда мешаванд. Ин гуна масъалаҳоро масъалаҳои ҳисобкунӣ меноманд.
2. Дар баъзе масъалаҳо муайян кардани ягон навъи алоқамандиҳо ва ё муносибатҳои умумии мавҷудбуда дар шакли додашуда талаб карда мешавад. Ин гуна масъалаҳоро масъалаҳо доир ба исбот меноманд.
3. Ба навъи сеюми масъалаҳо, масъалаҳо доир ба сохтан дохил мешаванд. Дар онҳо сохтани ягон шакли геометрӣ аз рӯйи баъзе додашудаи ин шакл талаб карда мешаванд.

Моделсозии геометрӣ аз геометрияи тасвирӣ бо он фарқ мекунад, ки тасвир дар ин ҷо на ҳамчун фигураи ҳамвории тасвир, монанд ба проексияи параллелии асл, балки ҳамчун тафсир (модели) аслӣ дар модели ҳамворӣ ва фазоӣ баррасӣ мешавад. Ба ибораи дигар, дар моделсозии геометрӣ модели аслӣ аст. Чунин муносибат ба мафҳуми образ бартариҳои калони методологӣ дорад.

Бо ин мақсад ба хонандагон имкониятҳои истифодаи моделсозии геометриро дар раванди таълим нишон диҳем. Гап дар сари он аст, ки дар китобҳои дарсии геометрияи ҳозираи мактабӣ нақшаҳои нодуруст иҷрокардашуда бисёранд, махсусан расмҳое, ки ҷисмҳои мудаввар тасвир карда шудаанд. Ин барои инкишофи тафаккури ҳайёлии хонандагон ниҳоят зарарнок аст. Донистани асосҳои моделсозии геометрӣ ба омӯзгор кӯмак мекунад, ки ин хатоҳоро ошкор кунад, онҳоро ба осонӣ ислоҳ кунад ва дар кори худ танҳо тасвирҳои дурустро истифода барад.

БОБИ 3. ТАТБИҚИ УСУЛҲОИ МОДЕЛИРОНӢ ДАР ҲАЛЛИ МАСЪАЛАҲОИ ГЕОМЕТРӢ

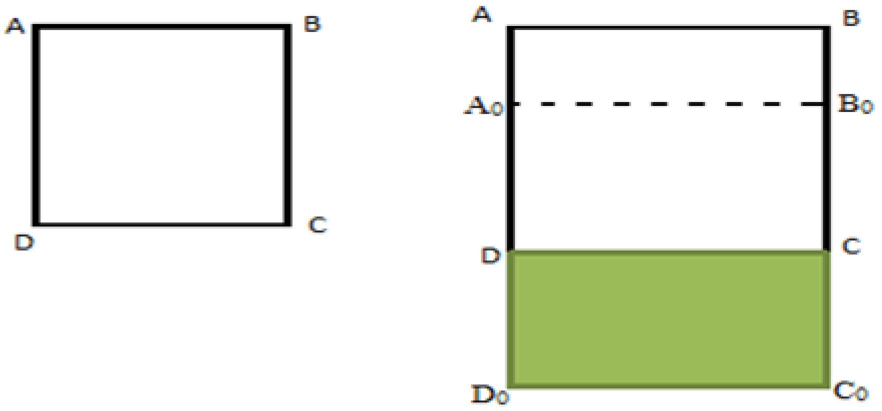
3.1. Масъалаҳои методии татбиқи моделҳо дар курси геометрияи мактабӣ дар шароити Ҷумҳурии Тоҷикистон

Геометрия яке аз фаслҳои илмии математика буда, қонуниятҳои амалкунандаи он тобеъ мебошад. Математика ба қавли академик В.И. Арнолд ба гурӯҳи илмҳои табиӣ мансуб буда, абстраксия дарр он афзалият дорад. Ҳаргуна созишҳо ва тасвирҳо ба геометрия дар маҷмӯъ ба математика мансуб аст.

Моделиронӣ ва методҳои ба он алоқаманд маҳз инъикони бевоситтаи худро дар илми математика меёбанд. Моҳияти донишҳои математикӣ дар таълими геометрия чунин ифода меёбанд:

- шаклҳои геометрии фазоӣ, алоқаманди ва муносибатҳои онҳо ҳамчун объектҳои математикӣ;
- рушди маҳорат ва малакаҳои амалии муҳассилин дар ҳалли масъалаҳои геометрӣ;
- такмили тасаввуротҳои эҷодӣ ва қобилиятҳои амалии хонандагон;
- ҷалби хонандагон ба таҳқиқотҳои ҷузъӣ ва экпереметҳои одитарин;
- тарбияи сифатҳои ба хотира ва зеҳнияти хонандагон алоқаманд [79, с.109-110].

Омӯзиши геометрияро бидуни тасвирҳо тасаввур кардан ғайриимкон аст. Мақсади татбиқи тасвирҳо ва созишҳо ҳал намудани масъалаҳои амалӣ мебошад. Ин амалро аз корҳои К. Полк оғоз менамоем. Ӯ зери мафҳуми тасвири шаклҳои фазоӣ шаклеро дар назар дорад, ки ба проексияи параллелии шакли додашуда дар ҳамвории тасвирҳо монанд аст. Ба ибораи дигар, нусхаи шакли воқеи дар инъикоси аффинии фазо дар ҳамвории тасвирҳо мебошад. Ҳамин тавр, тасвири шаклҳо дар асоси шакли воқеӣ сохта мешаванд. Ин маънои онро дорад, ки ягон ҳамворҳоро бо сифати ҳамвории асосӣ қабул намуда, самти проексияро интихоб намуда, шакли воқеӣ ва модели онро дониста, чунин модели $\Phi(\Phi_o)$–ро сохтан мумкин аст. Дар ин маврид Ф тасвири шакли муоинашаванда мебошад. Дар ин ҳолат худи молел $\Phi(\Phi_o)$ ҳамчун шакли воқеӣ дида баромада мешавад. Масалан, агар гӯянд, ки квадрати ABCD– тасвири куб аст, пас ҳадс задан имкон дорад, ки квадрати додашуда ва модели фёдоровии ин куб бо асоси $A_oB_oC_oD_o$ мебошад (расми 3.1).



Расми 3.1. Проексияи параллелии шакли додашуда дар ҳамвории тасвирҳо

Баррои заминаи маълумотҳои дар боло овардашуда масъалаи муоинашударо фикран ба ягон шакл тташбеҳ дода, дар доираи он муҳокимарониҳои худро амалӣ месозем.

Ҳангоми кор бо моделҳои шаклҳои фазоӣ дар ҳамворӣ тасвир намудани онро ба асос гирифта, қиёсҳои заруриро гузаронидан лозим аст. Дар натиҷаи таҳқиқотҳои гузаронидашуда баъзе хосиятҳои муҳими ба мобелсозӣ вобастаро пешниҳод намудан мумкин аст[137, с. 80-109].

1. Тасвирҳои дақиқ. Ин навъи тасвирҳо ба номи олими рус Н.Ф. Четверухин алоқаманд аст. Зеро ӯ дар асоси таҳқиқотҳои илмии гузаронидашудаи худ онҳоро тасниф намуда, қонуниятҳои объективии ба онҳо дахлдорро муайян сохтааст. Дартбаробари тасвирҳои дақиқ ӯ андешаҳои худро оиди тасвирҳои носаҳеҳ баён намудааст. Тасвирҳо гуногун буда метавонанд. Ҳаргуна ҷадвалҳо, диаграммаҳо графикҳо ва мусаввараҳои санъати тасвирӣ метавонанд намунаи тасвирҳои дақиқ бошанд. Барои мисол тарҳи нақбҳоро овардан мумкин аст, ки дар он ҳар як қитъа метавонад ба ттаври дақиқ ҷойгир карда шавад.

Хонандагон ҳангоми омӯзиши стереометрия аксаран бо тасвири онҳо дар ҳамворӣ сару кор доранд. Онҳо бояд тасвирҳои бо саҳеҳияти тамом анҷом диҳанд. Дар мавриди ба эътибор нагирифтани ҷузъиётҳои тасвир хонанда метавонад бахатогиҳои зиёд роҳ диҳанд. Ин номутобиқати боиси аз бар намудани хонандаро коҳиш медиҳад.

2. Тасвири визуалӣ. Ҳар як тасвире, ки шабеҳи объекти муоинашаванда мебошад, айёнӣ ва кобили дарк аст. Тафаккури тахаюлиро бидуни созишҳо ва тасвирҳо такмил додан аз имкон берун аст. Дар мавриди шакл гирифтани зеҳнияти хонандагон онҳо бидуни шак метавонанд бағайр аз методҳои мавҷудаи моделиронӣ (моделҳои ба объект монандро истифода намуда, малакаҳои моделсозии хешро инкишоф диҳанд. Дар расм тасвири хуб оварда шудааст, ки он метавонад модели шаклҳо воқеъӣ бошад.

3. Созишҳои сода (тасвирҳое, ки сохтанашонт душвориро пеш намеоранд). Намунаи ингуна созишҳо тасвирҳое мебошанд, ки барои онҳои асбобҳои одии нақшакашӣ ва амалиётҳои одӣ тариф лозим меояд. Ин тасвирҳо аз як ҷиҳат қобили таваҷҷуҳ мебошанд, ки дар таълими геометрия дар омӯзиши ҳар як мавзуъ истифода мешаванд. Ва онҳо дар навбати худ заминаҳо барои сохтани тасвирҳои мураккаб мешаванд.

Ингуна тасвирҳоро дилхоҳ хонанда сота метавонанд ва онҳо дар оянда метавонанд, барои ворид гардидан ба сохтанҳои нисбатан мураккаб ёрӣ расонанд. Омӯзгор бояд дар раванди таълим ҳамаи хонандагонро ба сохтани ингуна тасвирҳо равона созад, зеро маҳз онҳо дар инкишофи қобилиятҳои эҷодӣ ва тафаккури тахаюлии хонандагон мавқеъи муҳим доранд.

Кори мутаасил дар ин самт барои тарбияи истеъдодҳои илмӣ ва техникӣ шароитҳои табииро фароҳам меоранд. Имрӯз барои рушди фарҳанги техникии муҳассилин натанҳо шароитҳои табиӣ балки дигар омилҳои техникии муосирро татбиқ намудан мумкин аст. Масалан, роҳ гирифтан ба сӯи интелекти сунъӣ метавонад барои хонандагон дар истифодаи методҳои моделсозӣ имкониятҳои навро ба вуҷуд биёрад.

4. Тасвирҳои зуд даркшаванда. Аксаран ҳангоми таълими ягон мавзуъ кор аз тасвирҳои тайёр оғоз мешавад. Бинобар ин омӯзгор дар қадамҳои аввал бояд ба шогирдон хондани онҳоро ба пуррагӣ омӯзад. Барои хонда тавонистани тасвирр ба хонандагон ба қисмҳо чудо намудан ва боз васл намудани онҳоро ёд додан лозим аст. Яъне хонандагонро ба шакли кушодаи тасвирҳо шинос намудан зарур аст. Масал ҳангоми сохтани паралепипед дар навбати аввал сотани ду параллелограм дар ҳамвориҳои параллел ҳатми мебошад. Хонандагон сохтани параллелограммро ба осонӣ иҷро менамоянд. Пайваст намудани шакли матлуб мегардад. Айнан ҳамин тавр хондани ҷузъиётҳои тасвир боиси дарк намудани онҳо мегардад.

5. Тасвиррҳои мутаносиб. Онҳо яке аз намудҳои муҳими созишҳо мебошанд. Онҳоро ҳангоми ҳалли масъалаҳои амалии геометрӣ истифода мебаранд. Барои сохтани онҳо риояи таносубҳои мувофиқ шартти муҳимтарин мебошад. Масалан, омӯхтани «Таносуби тиллоӣ» яке аз намунаҳои олӣ барои дарки моҳияти тасвирҳои функсионалӣ мегардад. Ин таносубро маънидод намуда, омӯзгор метавонад барои сохтани дигар созишҳо ба муҳассилин тавсеаҳои беҳтареро пешниҳод намояд. Дар баъзе мавридҳо сохтани онҳо душвориҳо пеш меоранд, аммо сарфи назар намудан аз онҳо боиси монеаҳои ҷиддӣ мегардад.

6. Тасвирҳои барои созишҳои нигаронидашуда. Онҳо барои мавридҳое пешбинӣ мешаванд, ки ба таҳқиқотҳо ва эксперементҳо вобастагӣ доранд. Раванди таҳқиқ тақозо менамояд, ки ингуна тасвирҳо ба амал биёянд.

Инчунин тасвирҳоро метавон бо саҳеҳии начандон зиёд амалан иҷро намуд. Аммо барои товмини саҳеҳиёти он метавон аз барномаҳои компютерӣ истифода намуд. Яъне ҷалби хонандагон дар таълими геометрия ба воситаҳои муосир метавонад, суръат ва сифати тасвир созишро маротибаҳо зиёд намояд. Дар замони татбиқи пурраи воситтаҳои компютерӣ моделсозӣ бештар тамоюли техникӣ мегирад ва доираи татбиқоти он васеъ мешавад. Хонанда метавонад, аз тасвирҳои одитарин то мураккаб таринро тавассути барномаҳои таҳририи гарфикӣ иҷро намояд.

7. Композитсияҳои тасвирӣ. Аз одитарин тасвирҳо то композитсияҳои тасвирӣ марҳилаҳои зиёдеро тай намудан лозим аст. Аммо иҷрои ин раванд ногузир аст. Барои дар амал татбиқ намудани ин равиш қабл аз ҳама омӯзгор бояд дониш, таҷриба ва малакаҳои заруриро соҳиб бошад. Ҳолатҳоеро ба мушоҳида гирифтан мумкин аст, ки худи омӯзгор аз ӯҳдаи сохтанҳои одитарин баромада наметавонад. Дар ин мавридҳо дар бораи рӯйи кор овардани композитсияҳо ҳоҷати сухан гуфтан намемонанд. Аз ин рӯ, мутахассисеро тарбия кардан лозим аст, ки аз ӯҳдаи сохтан ва омӯзонидани ин усулҳои илмӣ баромада тавонад.

Таълими тасвирҳо дар курси геометрияи мактабӣ. Бартараф намудани хатогиҳои баамаломада

Геометрияи ҳамчун фан дар муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ дар асоси барнома ва стандартҳои тавсияшудаи Вазорати маориф ва илмӣ ҷумҳурӣ, ки он ба системаи муайяни байналмиллалӣ мувофиқ мебошад ба роҳ монда мешавад. Дар оғоз омӯзиши қисмати плниметрия дар синфҳои 7 – 9 дар назар дошта шудааст. Хонандагон то шаклҳои асосӣ нуқтава хати рост шинос шуда, ба пуррагӣ донистьа мегиранд, ки шаклҳои геометрӣ дар заминаи ин ду мафҳуми такягоҳӣ сохта мешавад. Дар заминаи ин ду мафҳум дигар дигар мафҳумҳои ёрирасон аз қабили порча, нур кунҷ ва амсоли инҳо ворид мегарданд. Дар асл, кор аз сохтанҳои тасвирҳо дар ҳамворӣ оғоз мешавад. Бо ин мақсад омӯзгор бояд ҳангоми таълими ҳар як мавзуъ бояд ҳамеша ба тасвирҳо мурочиат намояд. Ба омӯзиши баъзе мавзуъҳои асосӣ диққати бештарро равона сохтан мумкин аст. Масалан, мавзуъҳои «Ҷои геометрии нуқтаҳо», «Баробарӣ ва монандии шаклҳо» дар таълими планиметрия ва дар оянда дар стереометрия нақши калидиро мебозанд. Ҳамзамон мафҳумҳои инъикос, проексия ва композитсия дар сохтани тасвирҳо мавқеи муҳим доранд. Дар таълими геометрия афзалият додан ба тасвирҳо омили муҳимтарини омӯзиши ин фан мебошад.

Тарбияи истеъдодҳои тафаккури техникӣ дошта метавонад боиси рушди бемайлони ҷомеа гардад.

Педагоги барҷастаи Шуравӣ Дидро ба ин масъала таваҷҷуҳи махсус дода гуфтааст, ки кишваре, ки барои рушди санъати тасвирӣ таслим мегирад, метавонад ба фарсахҳо дар масири таърих қадамҳои устуворонаро пеш гузорад. Ин гуфтаҳои олим дар воқеъ асос доранд. Имрӯз соҳаеро бе инкишоф ва татбиқи созишҳо тасаввур кардан мумкин нест. Ҳатто, қабл аз он ки киштии кайҳонӣ сохта шавад, модели он сохта шуда, таносуби байни қисматҳо ва вобастагиҳои онҳо муқаррар карда мешаванд. Ё ин ки омӯзиши коиноти лоинтиҳоро бе сохтани тасвирҳо ба роҳ мондан ғайриимкон аст. Далели дигари муҳимияти тасвирсозӣ навиштани ҳарфҳо мебошанд.

Навиштани ҳар як ҳарф ин сохтани композитсияҳои ба онҳо мувофиқ мебошад. Барои дар амал дуруст татбиқ намудани моделсозӣ дар асоси барномаи таълимӣ ба роҳ монндани фанни нақшакашӣ ва ба таълими он ҷалбнамудани мутахассисони варзида омили дигари тавъаи пеш бурдани омӯзиши фанҳои сикли рриёзӣ ва табиӣ мегардад. Таҷрибаҳо нишон медиҳанд, ки таълими нақшакашӣ бидуни алоқаманд намудании он ба фанҳои риёзӣ, табиӣ ва техникӣ суръат мегирад. Бинобар ин хонандагон дар сохтани тасвирҳо ба душвориҳои ҷиддӣ дучор меоянд. Мо дар таҳқиқоти хеш дар алоқамандӣ таълим додани ин фанҳоро тавсия медиҳем. Дар мавриди мавҷӯд набудани мутахассиси фанни нақшакашӣ таълими онрро ба омӯзгорони фанни математика вогузор намудан лозим аст [155]. Ин гуна тасвирсозӣ ва тасвирхонӣ бояд омили таҳриккунанда бошад. Бо гузашти айём хонанда аз ҳарф, ҳиҷо, калима, ибора ва ҷумлаҳои томро месозад.

Дар таълими геометрияи дар баробари омӯзонниидани қонуниятои асосӣ тташаккул додани малакаю маҳораттҳои сохтани тасвирҳо хеле муҳим мебошад. Барои мақсаднок сохтани тасвирҳо чунин принсипҳои созиш пешниҳод мешаванд.

– Тасвир бояд ба муҳтавои мафҳуми омӯзишӣ мувофиқ буда, инъикоскунандаи объекти корӣ бошад;

– Теъдоди тасвирҳо хеле зиёд бошанд;

- Тасвири ҳамон як шакл бо тарзҳои гуногун анҷом дода шавад;
- Тасвирҳои мураккаб ба ҷузъиётҳо тақсим шуда, баъдан пайваст карда шаванд.

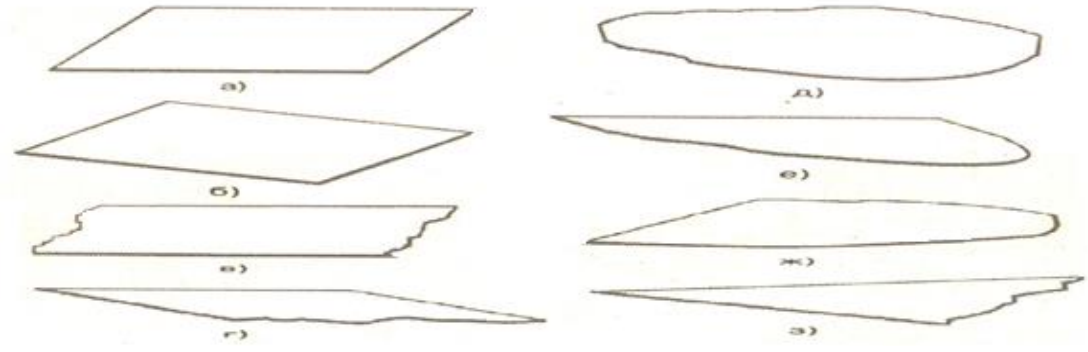
Истифодабарии ин принсипҳо дар курси геометрияи мактабӣ боиси амиқ омӯхтани он мегардад.

Ҳамворӣ. Дар курси планометрия ҳамаи шаклҳо дар як ҳамворӣ омӯхта мешаванд. Бинобар ин ҳамворӣ барои хонандагон ҳамчун яке аз мафҳумҳои асосӣ маълум аст. Ҳамворӣ шакле мебошад, ки дар он планометрия пурра татбиқ шуда, аксиомаҳои стереометрия иҷро мешаванд. Онро ҳамчун сатҳи миз, девор ва қитъаи замин тасаввур кардан мумкин аст.

Шаклҳои дар ҳамворӣ омӯхташаванда бо ҳамон ном дар фазо шинохта мешаванд. Ҳамворӣ дар фазо бо ҳаррфҳои хурди юнонӣ $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ ишора мешаванд. Аксиомаи ҳамворӣ дар фазо чунин баён карда мешавад(расми 3.2):

Аксиома: Дар фазо ҳамвориҳо мавҷуданд. Аз ҳар се нуқтаи фазо, ки дар як хати рост вокеъ нестанд ҳамворӣ гузаронидан мумкин аст.

Шумораи ҳамвориҳои дар фазо беохир мебошад. Аз ин бар меояд, ки шумораи нуқтаҳо низ дар ҳамворӣ ва фазо бохир мебошанд. Аз аксиомаи ҳамворӣ натиҷа мебарояд, ки натанҳо аз се нуқта, балки аз як ва ду нуқта низ ҳамворӣ гузарониидан мумкин аст. Тасвири ҳамворӣ дар фазо бо тарзҳои гуногун оварда мешавад. Аммо дар илми геометрия ҳамчун параллелограмм тасвир кардани он қабул карда шудааст [115].



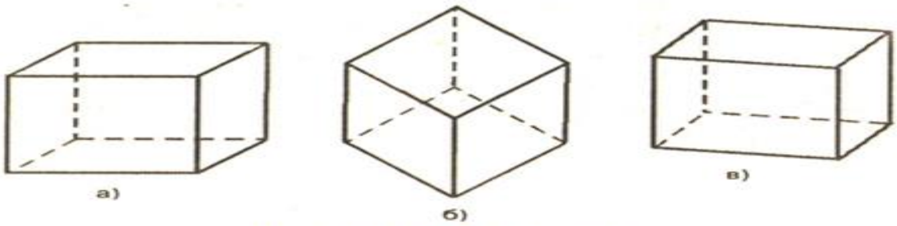
Расми 3.2. Шаклҳои дар ҳамворӣ омӯхташаванда

Куб. Дар аксар адабиёти илмӣ куб ҳамчун параллелепипеди росткунҷаи рӯяҳояш баробар таъриф дода шавад. Параллелепипед бошад, призмае мебошад, ки асосҳои параллелограмҳо мебошанд. Ҳамаи рӯяҳои параллелепипед параллелограммҳо мебошанд. Он аз шаш рӯя иборат буда, рӯяҳои муқобил бо ҳам баробар мебошанд. Бинобар ин диохоҳ ҷуфти ин рӯяҳоро ҳамчун асос қабул кардан мумкин аст. Параллелепипеди росткунҷа дорои чунин хосиятҳо мебошад(куб 3.3).

1) Рӯяҳои аз як қулла бароядаи параллелепипед перпендикуляр мебошанд.

2) Дилхоҳ ду рӯяи он ё перрпендикуляр ё параллел мебошанд.

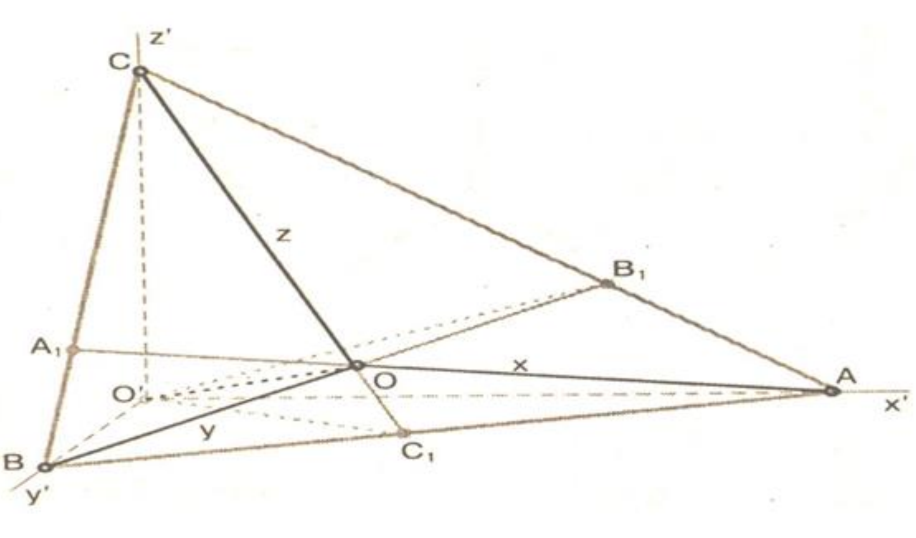
3) Ҳар як теғаи параллелепипед ба рӯяҳои охирҳояш дар он воқеъбуда перпендикуляр аст(расми 3.4).



Расми 3.3. Куби додашуда

Расми 3.4. Теғаҳои куби додашуда

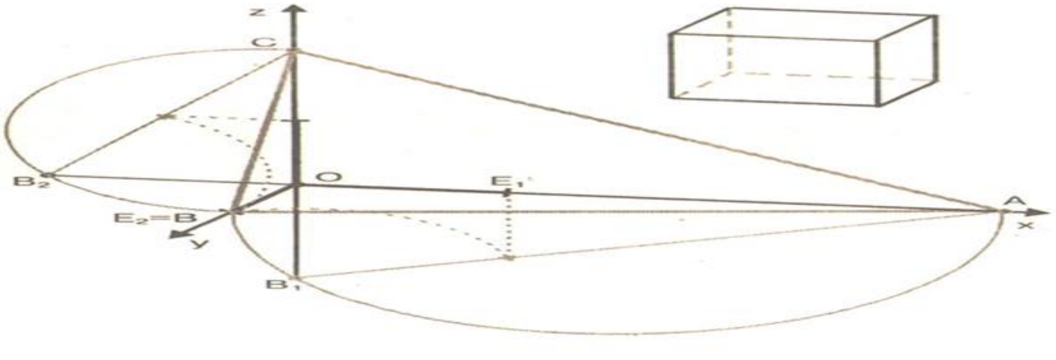
Кунҷи рости серуяи $O^{1,}X^{1}$,$У^{1}$,Z^{1} ва ҳамвории ин кунҷро аз рӯи секунҷаи ABC бурандаро дида мебароем (расми 3.5).



Расми 3.5. Тедраедри додашуда

Дар тетроэдри O^1, ABC теғаҳои муқобилхобида перпендикуляр мебошанд. Бинобар ин, проексияи ортогоналии O нуқтаи O^1 ҳамвории ABC маркази ортогоналии секунҷаи ABC ба шумор меравад. Асоси баландии секунҷаи ABC дар тарафҳои он мехобад. Асоси баландиҳои аз нуқтаи O^1 гузаронидашуда дар секунҷаҳои росткунҷаи $O^{1,}$ AB, O^1 BC, O^1 AC низ ба асоси баландии секунҷаи ABC мувофиқ меоянд. Аз ин рӯ, секунҷаи ABC тезкунҷа буда, проексияҳои ортогоналии O_x,O_y,O_z теғаҳои кунҷи рости серуяи дар хатҳои росте ҷойгиранд, ки баландиҳои ин секунҷаро дар бар мегиранд. Исбот кардан душвор нест, баръакс хатҳои рости баландиҳои секунҷаи тезкунҷаро дарбаргиранда дар ҳамвории тасвирҳо проексияи ортогоналии теғаҳои ягон кунҷи рости серуя мебошад.

Ҳамин тавр, ба тасвири системаи координатаи декартии росткунҷа дар проексияҳои ортогоналӣ омада расидем. Дар ҳамвории тасвирҳо секунҷаи тезкунҷаи ABC-ро бо маркази ортогоналии O месозем. Куб ҳамчун парраллелепипеди росткунҷа дорои ин хосиятҳо мебошад. Тасвири он ҳамчун тасвири параллелепипеди росткунҷа сохта мешавад. Хусусияти хоси куб аз он иборат аст, ки он ҳамчун воҳиди ченаки ҳаҷм истифода бурда мешавад.



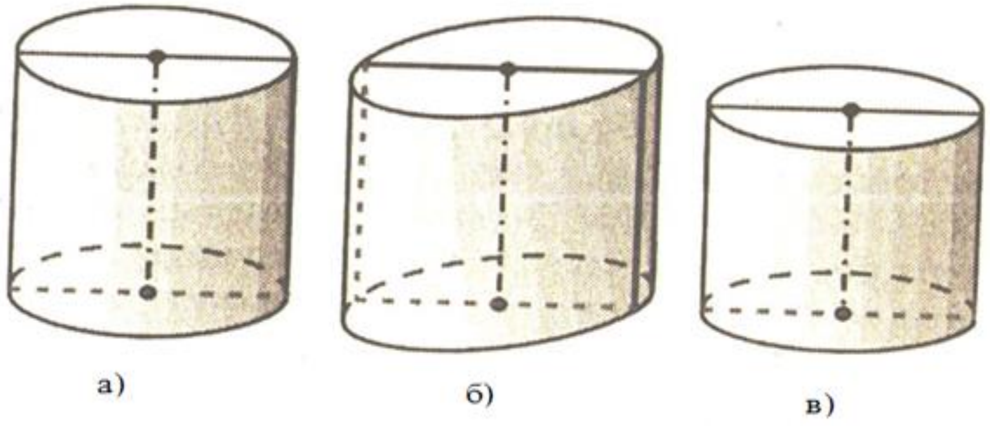
Расми 3.6. Тетраедр ва куби додашуда

Силиндр. Силиндр ҳамчун шакли асосӣ дар техника ва дигар соҳаҳои амалӣ истифода бурда мешавад. Барои додашавии силиндр мавҷудияти асосҳо ва ташкилдиҳандаҳои он кифоя аст. Ҳамаи буришҳои ба асосҳо параллели силиндр бо ҳамдигар баробар буда, ба асосҳо низ баробаранд. Азбаски охирҳои ташкилдиҳандаҳои силиндр дар асосҳо воқеъанд, пас силиндрро ин тавр низ муайян кардан мумкин аст.

Бигузор ду ҳамвориҳои параллели α ва α^I дода шуда бошанд ва дар яке аз онҳо шакли F дода шуда бошанд. Аз ин шакл хатҳои рости параллелро ба ҳамвории α^I мегузаронем. Шакли бо ин усул ҳосил гардида силиндр мебошад. Перпендикуляри аз нуқтаи дилхоҳи асос ба асоси ҳамвории дигар гузаронидашуда, баландии силиндрро ташкил медиҳад. Аз баски ду хати рости ба як ҳамворӣ гузаронидашуда параллел мебошанд, пас ҳамаи баландиҳо бо ҳам баробар ва параллел мебошанд. Азбаски ҳамаи ташкилдиҳандаҳои силиндр баробар ва бо ҳам параллел мебошанд, гуфтан мумкин аст, ки онҳо дар асоси параллелкучонӣ шакли матлубро ҳосил мекунанд.

Силиндр дорои тири чархзанӣ мебошад ва ин имкон медиҳад, ки шакли матлуб қобили истифодаи васеъ бошад.

Силиндрро дар натиҷаи чарх занонидани росткунҷа дар атрофи яке аз тарафҳояш ҳосил намудан мумкин аст. Миёнаҷои тири чархзании силиндр маткази симетрияи он мебошад.

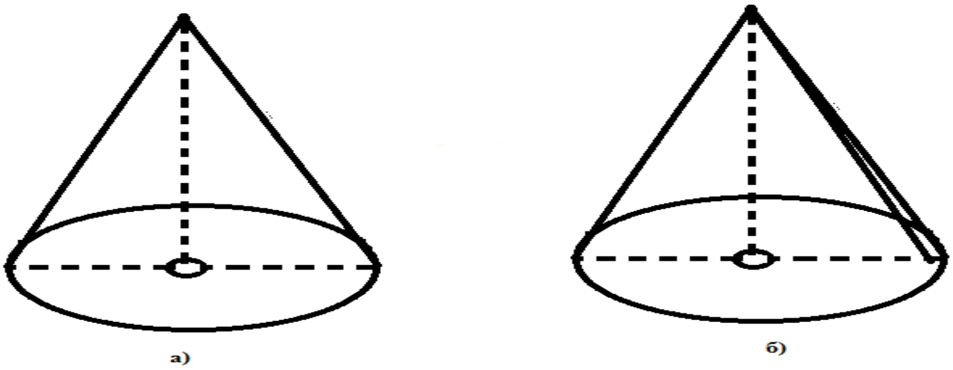


Расми 3.7. Силиндри додашуда

Конус. Конуси доирагии рост чунин сохта мешавад. Аввал эллипсеро, ки давраи асоси онро ифода мекунад сохта мешавад. Маркази асоси силиндр нуқтаи О – ро ёфта, ба таври вертикалӣ порчаи РО – ро мегузаронем, ки он баландии конусро нишон медиҳад. Аз нуқтаи Р ба асос расандаҳо мегузаронем. Порчаи АВ – диаметри асос набуда, секунҷаи АРВ буриши тирии конус намебошад. Буриши тирии конус секунҷаи АРС ва АС диаметри асоси он аст.

Хатҳои диданашавандаро бо пунктирҳо ишора мекунем. Дар баъзе мавридҳо ОР фикран гузаронида мешавад.

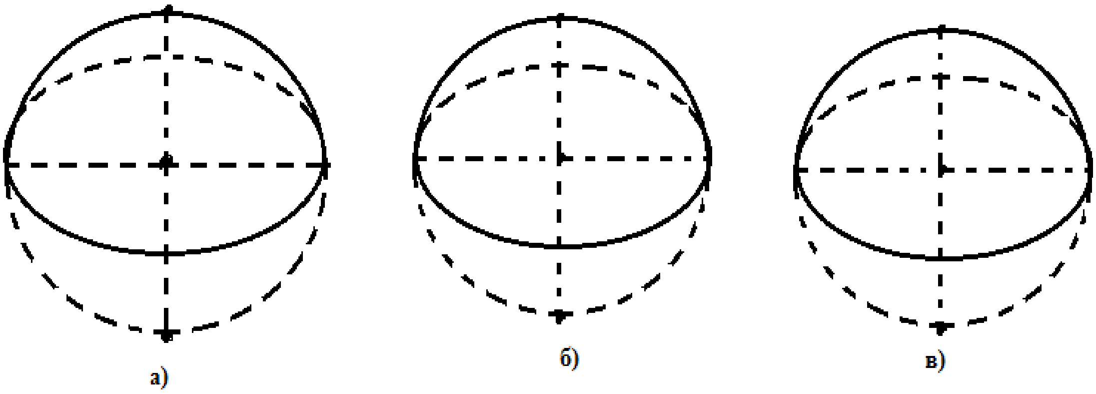
Барои сохтани конуси сарбурида аввал сохтани конуси асосӣ дар назар дошта мешавад. Буриши ба асоси конус параллел, ки конусро ба ду қисм ҷудо мекунад, конуси сарбурида ҳосил мекунад.



Расми 3.8. Конуси доиравӣ

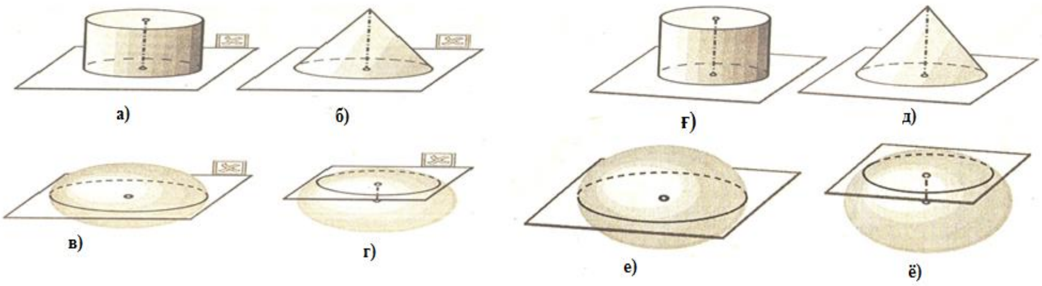
Сфера. Монанд ба ҳолати силиндр дар расми 9 а), б) тасвири сфераи мувофиқ ба диаметрҳои нимортогоналӣ ва каҷкунҷ ва дар расми в) он дар проексияи ортогоналӣ оварда шудааст.

Сфера бо маркази O ва радиуси R маҷмуи чунин нуқтаҳои X – и фазо мебошанд, ки шарти OX = R – ро қаноат мекунанд. Ба ибораи дигар, сфера сатҳи курра мебошад. Проексияи сфера доираи бо ҳамон радиус баробар мебошад. Вакте, ки сухан оиди проексия меравад, мо проексияи ортогоналиро дар назар дорем. Сфера ва курра шаклҳои симетрӣ мебошанд. Дар китобҳои дарсии А.В. Погорелов Л.С. Атанасян ва Боймурод Алиев ҳамвории уфуқӣ ба таври ягона тасвир шудааст.



Расми 3.9. Сфера бо нуқтаи маркази додашуда

Маркази О – и сфераи S маркази симметрияи он мебошад. Яъне, агар мо нуқтаи дилхоҳи X – и сфераро гирифта, нисбат ба нуқтаи О нуқтаи X^1 – и ба он симметриро интихоб кунам, пас он низ дар сфераи додашуда ҷойгир мешавад.

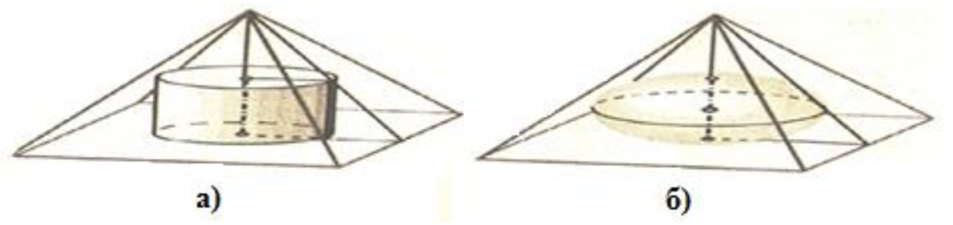


Расми 3.10. Сфераҳои додашуда

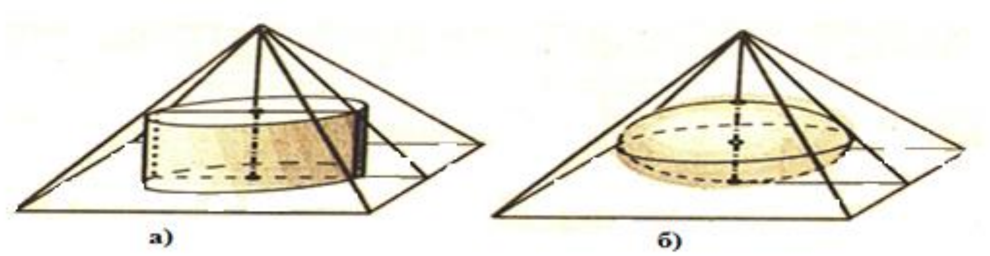
Дилхоҳ хати рости l – и аз маркази сфера гузаранда, тири симметрии он мебошад ва дилхоҳ ҳамвории аз маркази сфера гузаранда ҳамвории симетрии он мебошад. Дилхоҳ диаметри AA^1 - и сфераи S тири чархзании он маҳсуб меёбад. Масъала аз он иборат аст, ки онҳо тасаввуроти фазоии барғалати бардавомро ба вуҷуд меоранд.

Шахс ин гуна тасаввуротро қабул намуда, силиндр ва сфераи дарункашидашудаи призмаи чоркунҷаи мунтазамро, чи хеле ки дар расми 3.11(а); 3.11(б) оварда шудааст, тасвир мекунад. Тасвирҳои дурусти проексияҳои ортогоналӣ дар расми 3.12(а); 3.12(б) ва диаметри каҷкунҷаи фронталӣ дар расми 3.13(а); 3.13(б) оварда шудаанд.

Расми 3.11. Силиндр ва сфераи дарункашидашудаи призмаи чоркунҷаи мунтазам

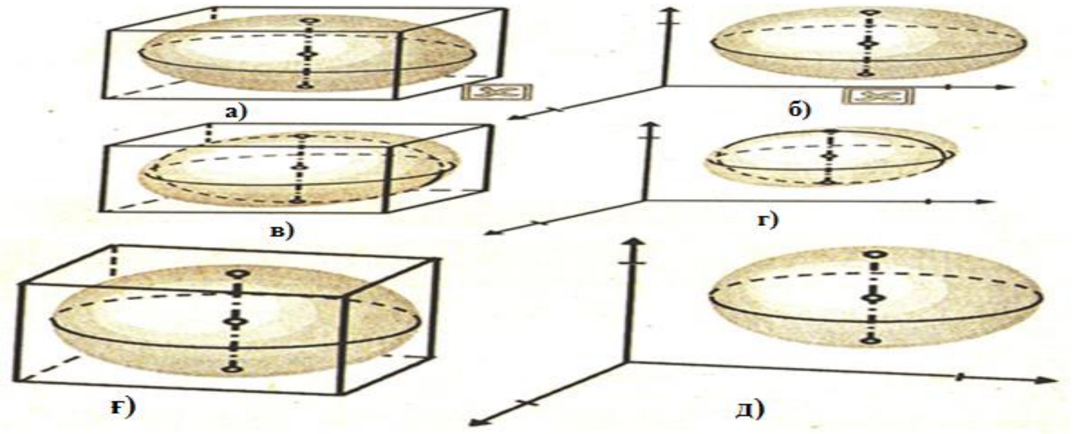


Расми 3.12. Тасвирҳои дурусти проексияҳои ортогоналӣ



Расми 3.13. Диаметри каҷкунҷаи фронталӣ

Мисоли дигари ин гуна тасвири барғалати шаклҳои геометрӣ ҳангоми иҷрои комбинатсияи сфера ва куб дар системаи координатаи декартии росткунҷагӣ ба амал меояд. Дар аксар ҳолатҳо дар китобҳои дорои куб дар системаи координатаи декартии росткунҷагӣ дар шакли проексияи инҳисорӣ ва сфера бошад, тавассути проексияи ортигоналӣ тасвир карда мешаванд. Ин тасвирҳоро якҷоя намуда тасвирҳои нодурусти дар расмҳои 3.14.(а); 3.14.(б) овардашударо ҳосил мекунанд. Тасвирҳои дурусти мувофиқ дар проексияҳои инҳисорӣ дар расмҳои 3.14.(в); 3.14. (г) ва проексияҳои ортогонелӣ дар расмҳои 3.14.(ғ); 3.14.(д) оварда шудаанд.



Расми 14. Нақши тасвирҳо ҳангоми ҳалли масъалаҳои геометрӣ

Омӯзиши геометрия бе ҳалли масъалаҳо номумкин аст. Ҳалли масъалаҳо дар навбати худ бе сохтани тасвирҳои одӣ, айёнӣ ва қабили дарк имкон надорад. Созишҳо ҳатман бояд ба моҳияти масъалаҳои ҳалшаванда мувофиқ бошанд. Адademик А.Н. Колмагоров дар асари худ «Оид ба касби математик» масъалаҳои зиёд оиди тасвирҳоро оварда, исбот намудааст, ки маҳз хонандагон метавонанд, оиди созишҳои дуруст ба ҲМГ ноил мешаванд[76]. Ӯ ҳамчунин оиди буриши тасвирҳо ва ҳисоби масоҳат ва ҳаҷмҳои кисмҳои умумии шаклҳо масъалаҳои мушаххасро гузошта, ҳал намудааст. Ӯ бетар ба созишҳои айёнӣ ва функсионалӣ рӯ оварда онҳоро омили масъалаҳалкунӣ ҳисобидааст.

Гузаронидани созиҳои иловагӣ барои ҳалли масъалаҳо ёрӣ мерасонад. Онҳоро дар асоси қоидаҳои муқарраргардида гузаронидан лозим меояд.

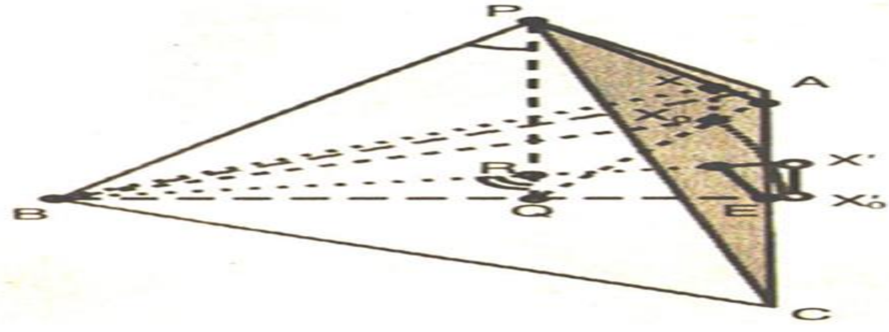
Олими рус Федеров модели махсусеро пешниҳод намудааст, ки он дар ҳалли масъалаҳо хеле муҳим мебошад.

Масъалаи 1. Тетраэдри мунтазами PABC бо баландии PQ дода шудааст. Дар рӯяи APC нуқтаи X, дар теғаи PB нуқтаи У ва дар теғаи AB нуқтаи Z ҷойгир шудааст. Кунҷе, ки баландии тетраэдр ва хатҳои рости а)УZ, б) BX ташкил медиҳанд, дар куҷо ҷойгир мешаванд.

Сохтани моделҳои тетраэдрро тавре ҷойгир мекунем, ки нуқтаҳои ABC дар ҳамвории тасвирҳо ҷойгир шаванд. Нуқтаҳои B,P,Q бошанд, дар ҳамвории фронталӣ воқеъ шаванд. Пас секунҷаҳои ABC ва BPQ дар моделҳо бо бузургиҳои натуралӣ тасвир меёбанд. Бинобар ин секунҷаи мунтазами сохта, миёнаҷои E–и тарафи AC–и онро меёбем. Дар порчаи BE секунҷаҳоро бо тарафҳои BP ва EP месозем, ки онҳо мувофиқан ба порчаҳои AB ва BE баробар мебошанд. Порчаҳои AP ва CP–ро гузаронида созиши модели Фёдоровии тетроэдри мунтазамро анҷом медиҳем.

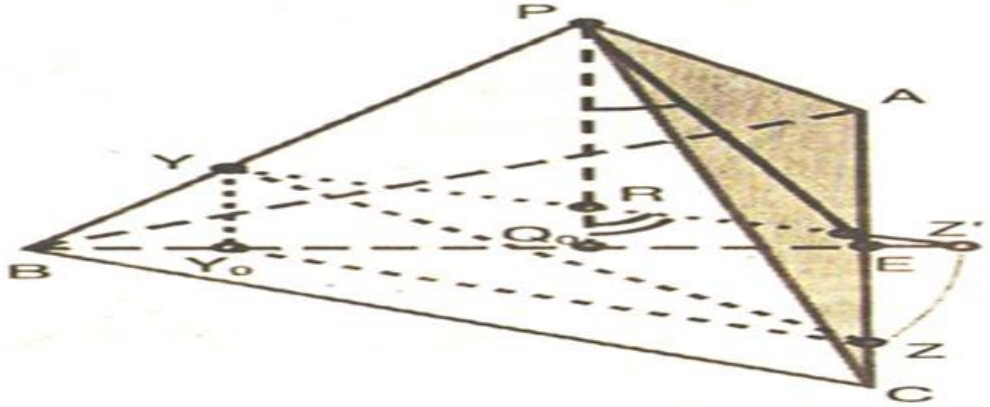
Ҳал: а) Нуқтаи X-ро дар рӯяи APC интихоб намуда, асоси он X_o –ро месозем (расми 3.15). Кунҷи <BXX_o кунҷи байни хатҳои рости BX ва PQ мебошад. Секунҷаи BXX_o–ро нисбат ба перпендикуляри дар нуқтаи B гузаронидашуда ба ҳамвории PBE чарх занонида бузургии натуралии онро муайян мекунем. Бинобар ба воситаи нуқтаи X_o давраро бо маркази B гузаронида нуқтаи буриши он X^1_o –ро ба нуқтаи BE дар нуқтаи X^1_o аз яктараф ба нуқтаи P аз хати рости BE порчаи X^1_o X^1–ро ҷойгир мекунем, ки он ба порчаи X_o X баробар аст. Хати рости BX^1 порчаи PQ–ро дар нуқтаи R мебурад. Кунҷи <BRQ ба кунҷи муоинашаванда баробар аст ва бузургии он ҳамчун

кунҷи берунии секунҷаи BPR аз бузургии кунҷи < BRQ хурд набуда, аз 90^0 хурд нест.



Расми 3.15. Тетраэдри мунтазами

б) Нуқтаи Y – ро дар теғаи BP, нуқтаи Z – ро дар теғаи AC интихоб намуда асоси Y_0 – и нуқтаи Y-ро месозем (расми 3.16). Кунҷи ZYY_0 кунҷи байни хатҳои рости YZ ва PQ мебошад. Секунҷаи YY_0Z – ро дар атрофи хати рости YY_0 то ҳамҷояшавии он ба ҳамвории PBE чарх мезанем. Ба ин мақсад ба воситаи нуқтаи Z давраи марказаш дар нуқтаи Y_0 – ро мегузорем ва нуқтаи буриши Z – ро бо нуқтаи Y_0E меёбем. Хати рости YZ^1 порчаи PQ – ро дар нуқтаи R мебурад. Кунҷи QRZ^1 ба кунҷи муоинашаванда баробар мебошад, аммо бузургии он ҳамчун кунҷи берунаи секунҷаи PRF на камтар аз бузургии кунҷи <QPE буда, аз 90^0 калон нест.



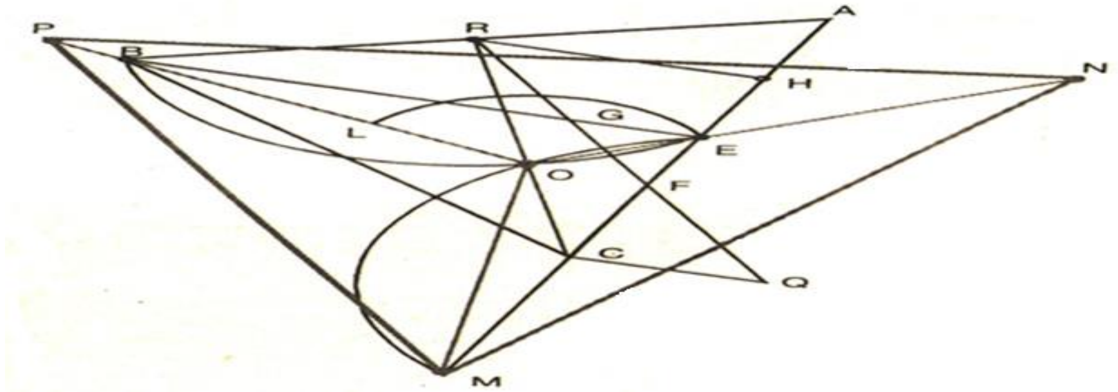
Расми 3.16. Тедраедри муоинашаванда

Масъалаи 2. Нуқтаи D миёнаҷои теғаи A_1C_1–и призмаи секунҷаи мунтазами ABC $A_1B_1C_1$ мебошанд.

Пирамидаи секунҷаи мунтазам SMNP тавре ҷойгир шудааст, ки асоси он MNP дар ҳамвории ABC мехобад. Нуқтаи M дар давоми порчаи AC хобида,

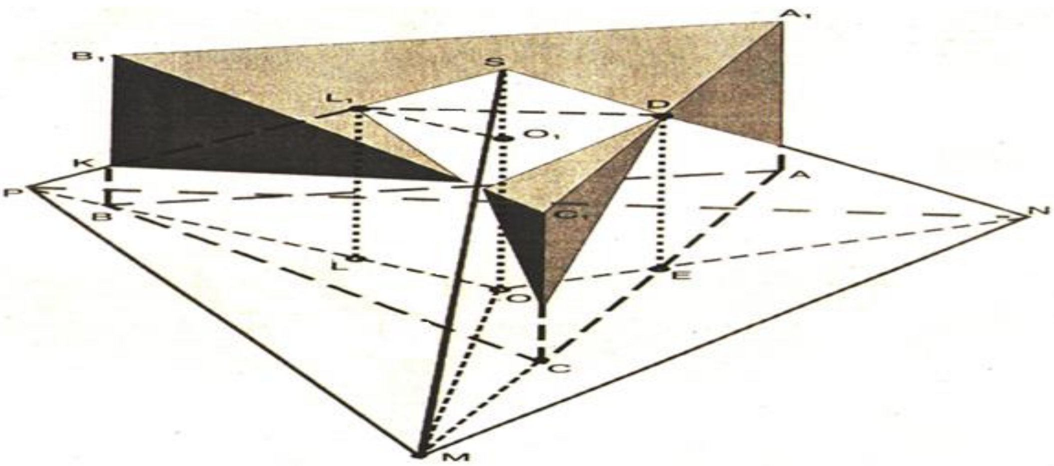
$CM = \frac{1}{2}$AC аст. Теғаи CM аз нуқтаи D гузашта, теғаи SP порчаи BB$_1^-$ ро дар кадом нисбат тақсим мекунад?

Сохтани модел. Дар навбати аввал модели фёдоровии призмаи ABC A$_1$B$_1$C$_1$ – ро месозем. Баъд миёнаҷои E – и порчаи AC ва нуқтаи M – и шарти масъала қаноаткунандаро месозем. Аз нуқтаи O – асоси баландии пирамидаҳо порчаҳои BE ва ME таҳти кунҷи 120^0 дида мешаванд. Бинобар нуқтаи O–ро ҳамчун буриши ду камони давраҳо бо бузургии кунҷи 120^0, ки ба порчаҳои ME ва BE (расми 3.17) такя мекунад, месозем [79, с.114-127].



Расми 3.17. Модели фёдоровии призма

Асоси MNP–и пирамидаро ҳамчун секунҷаи мунтазами дарункашидашудаи давра O (O, $|OM|$) ва қуллаи S–ро ҳамчун нуқтаи буриши хати рости DN бо хати рости аз нуқтаи O гузарандаи ба теғаи паҳлуии призма параллел сохтан мумкин аст. Акнун сохтани нуқтаи K, нуқтаи L$_1$, буриши теғаи SP бо асоси A$_1$B$_1$C$_1$ ва асоси L-и нуқтаи L$_1$ чандон душвор нест (Расми 3.18).



Расми 3.18. Пирамидаи асосаш секунҷаи мунтазам

Таҳлили моделҳо. Аз монандии секунҷаҳои KPB ва KL$_1$B$_1$ меёбем;

$$\frac{KB}{KB_1} = \frac{KP}{KL} = \frac{BP}{BL} = \frac{OM-OB}{OB-OE} \qquad (1)$$

Масъала ба муайян кардани дарозии порчаҳои OE, OB ва OM оварда мерасонад.

Ҳал: Порчаи AB–ро ба a ишора мекунем. Ба воситаи Q ва R маркази камони давраҳоро, ки дар натиҷаи буриши онҳо нуқтаи O (Расми 32) ҳосил мешавад, ифода месозем. Хати рости QR порчаи AK–ро дар нуқтаи F ва порчаи BE – ро дар нуқтаи C_1 мебурад. Нуқтаи R миёнаҷои порчаи бо асоси перпендикуляри H–и аз нуқтаи R бо хати рости AC фуровардашуда, миёнаҷои AER мебошад.

Азбаски CQ = $\frac{1}{3}$BE, RH = $\frac{1}{2}$BE аст, пас CF = $\frac{2}{3}$FH ва аз баробарии CF + FH = $\frac{3}{4}$ a бармеояд, ки CF = $\frac{3}{10}$ a EF = $\frac{2}{10}$ a, EF = $\frac{2}{3}$ CF аст, пас

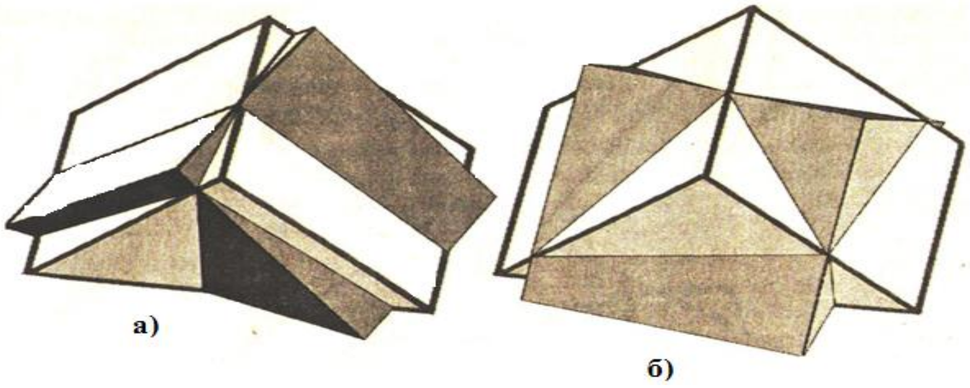
EC$_1$ = $\frac{2}{3}CQ = \frac{2}{9}BE = \frac{a}{3\sqrt{3}}$,, аз рӯи теоремаи Пифагор FC$_1$ = $\frac{2a\sqrt{13}}{15\sqrt{3}}$. Ҳамин тавр, OE=$\frac{a}{\sqrt{13}}$, sin<OEM = $\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}$, sin<OEB = $\frac{5}{2\sqrt{13}}$ ва OM=$\frac{5a}{\sqrt{13}}$ $, OB=\frac{5a}{2\sqrt{13}}$.

Қиматҳои дарозиҳои порчаҳои ёфташудаи OE, OM ва OB – ро дар баробарии (1) гузошта нисбати матлубро меёбем, ки он ба $\frac{1}{3}$ баробар аст.

Масъалаи 3. Куби аз миёнаҷои ду теғаи параллели дар як рӯя воқеъ набуда гузаронда тоб мехурад. Кунҷи гардиш бояд чӣ гуна бузургӣ дошта бошад, ки буриши куби додашуда бо куби гардишхуранда $\frac{2}{3}$ ҳиссаи ҳаҷми додашударо ташкил диҳад?

Сохтани моделҳо. Ҳамвории диагоналии куби ба тири чархзанӣ перпендикуляр симетрияи ҳамвории куби додашуда ва куби гардишхӯранда ба шумор меравад.

Бинобар ин, муоинаи тобхурии нисфи куб, ки ҳамвории диаграмаро ҷудо мекунад, кифоя аст. Вобаста аз қиммати кунҷи гардиш ду ҳолати дар расмҳои 3.19(а); 3.19(б) овардашуда имкон дорад.



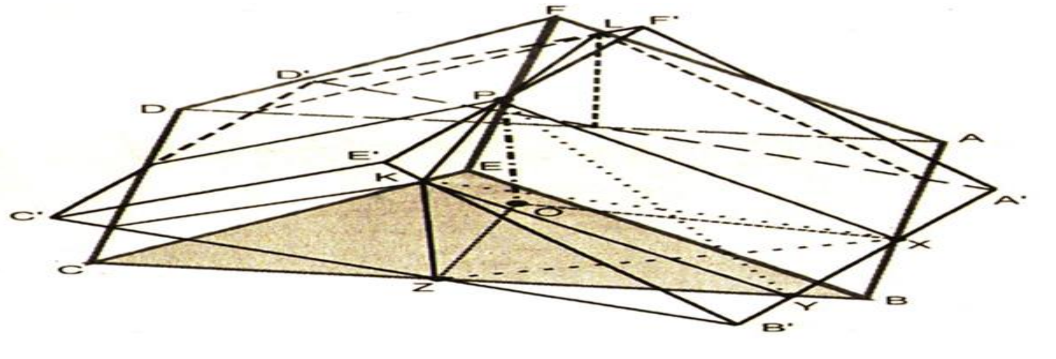
Расми 3.19. тобхурии нисфи куб

1) $O<\alpha\leq 2\ \mathrm{arctg}\sqrt{2}$;

2) $2\mathrm{arctg}\sqrt{2} < \alpha\leq 90^0$.

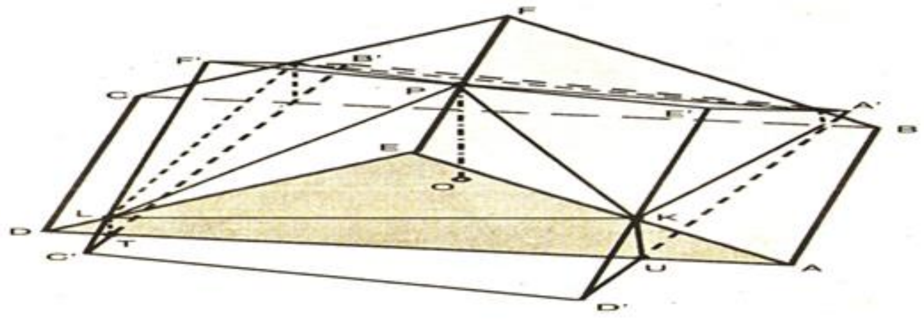
Ҳар яке аз ҳолатҳоро дар алоҳидагӣ дида мебароем.

1) Таҳлили моделҳо. Ба таври айёнӣ камтар, аммо бештар функсионалӣ дар муқоиса бо расми 3.20 тасвири мувофиқ оварда шудааст. Онро таҳлил намуда меёбем, ки ҳамворҳои OXP, OPZ, OXZ буриши нимкубҳои муоинашавандаро ба чор бисёррӯяҳои баробар ҷудо мекунанд, ки яке аз онҳо KPOXYZ аст. Охирин бисёррӯяи ҳамвории KOX ба пирамидаи чоркунҷаи KOXYZ ва тетраэдри KOPX, баробарбузург бо тетраэдри ZOPX ҷудо мекунад. Ҳамин тавр, дар мавриди муоинашаванда масъала ба ҳисобкунии масоҳати секунҷаҳои OXZ ва XYZ оварда мешавад.



Расми 3.20. Ҳамворҳои буриши нимкубҳои муоинашаванда

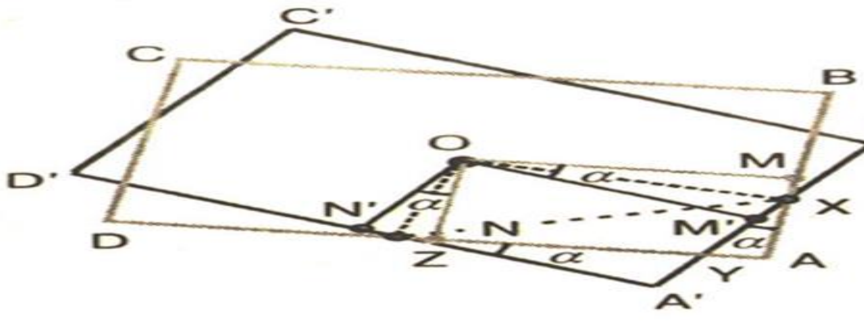
2) ***Таҳлили моделҳо.*** Ба монанди мавриди аввалаи тасвири 3.19–ро ба 3.21 иваз мекунем, ки он нисбатан функсионалӣ аст. Қайд мекунем, ки дар ин ҳолат буриши ду нимкуб ду тетраэдри баробар ба тетраэдри EKLP ва ду пирамидаи сарбуридаи баробар ба пирамидаи KVD^1LNC^1–ро бурида ҷудо кардан мумкин бошад. Бинобар ин, барои ҳисоб кардани ҳаҷми буриши ду нимкуб чен намудани дарозии порчаҳои DT ва UA кифоя аст.



Расми 3.21. Буриши ду нимкуб ду тетраэдри баробар

Ҳал:

Бо a дарозии теғаи куб ва бо V ҳаҷми куби додашударо ишора мекунем. Дар мавриди якум ҳосил мекунем (расми 3.22).



Расми 3.22. Паҳлуҳои куб

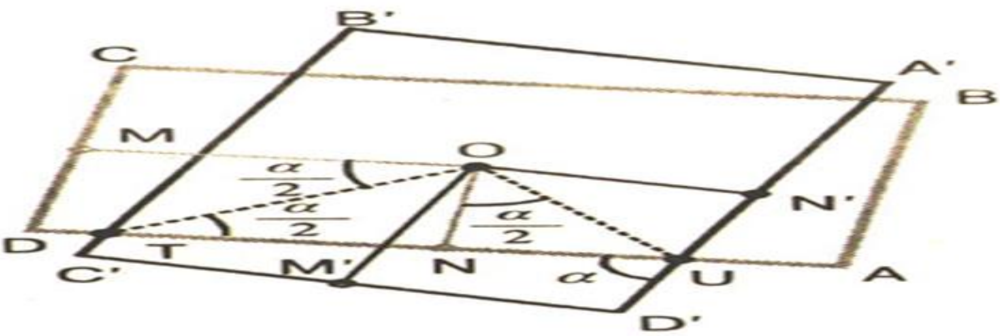
$\Delta \mathrm{X} - \frac{a}{2}(1-\sqrt{2}\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2})$, $\mathrm{A}^1\,\mathrm{Z} - \frac{a}{2}\left(\sqrt{2} - tg\,\frac{\alpha}{2}\right)$;

$\Delta \mathrm{Y} - \mathrm{AXtg}\alpha$, $\mathrm{OX}=\frac{a\sqrt{2}}{2cos\frac{\alpha}{2}}$, $\Delta^1 Y = \Delta^1 \mathrm{Ztg}\alpha$; $OZ = \frac{a}{2cos\frac{\alpha}{2}}$

агар S масоҳати чоркунҷаи OXYZ бошад, пас V^1 –ҳаҷми куби муоинашаванда мебошад.

$\frac{1}{8}\,\mathrm{V}^1 = \frac{1}{3}\,\mathrm{S}\cdot\mathrm{OP} + \frac{1}{6}OX \cdot OZ \cdot OP$; $V^1 = \frac{tg^{2\frac{\alpha}{2}} - 5\sqrt{2}\,tg\frac{\alpha}{2} + 6}{6cos\alpha}$.

Яъне дар ин маврид $\mathrm{V}^1 \geq \frac{3}{4}$ V мешавад. Дар ҳолати дигар (расми 3.23) гузоришҳои AV=P, DT=g-ро дохил намуда, меёбем.



Расми 3.24. Тарафҳои паҳлуии куб

P = $\frac{a}{2}(\sqrt{2}$ -tg$\frac{\alpha}{2})$, EK = a $-$P$\sqrt{2}$ = $\frac{a\sqrt{2}}{2}tg\,\frac{\alpha}{2}$;

q = $\frac{a}{2}(\sqrt{2}$ $-$ctg$\frac{\alpha}{2})$, EL = a $-$ g$\sqrt{2}$ = $\frac{a\sqrt{2}}{2}ctg\,\frac{\alpha}{2}$.

Ба воситаи V_1 ҳаҷми тетроэдри EKPL ва бо V_2 ҳаҷми пирамидаи KUD^1 LNC^1 – ро ишора карда ҳосил мекунем.

V_1=$\frac{a^3}{24}$, V_2=$\frac{a}{6}$ (P^2+q^2+pq).

Ҳамин тавр, буриши куби додашуда ба куби чархзада бо баробариҳои зерин ёфта мешавад.

$V^1 = V - 4\,V_1 - 4V_2 = \frac{5}{6}a^3 - \frac{2}{3}a(P^2+q^2+pq)$; ё

$$V^1 = \frac{3\sqrt{2}\,sin\alpha - 2}{3Sin^2\alpha};\ V = \frac{2}{3}V^1.$$

Муодиларо ҳал намуда

$$\frac{3\sqrt{2}\,sin\alpha - 2}{3Sin^2\alpha} = \frac{2}{3}$$

меёбем, ки кунҷи матлуб ба 45^0 баробар аст.

Дар ҳар се масъалаи муоинашаванда тасвирҳои сохташуда имкон доранд, ки схемаи ҳалли масъала ёфта шуда, он мухтасаран ҳал карда шавад. Интихоби тасвир ё системаи тасвирҳо аз рӯи шарти масъала ва равиши ҳалли он муайян карда шавад.

Дар масъалаи якум ёфтани нуқтаи байни ду хатҳои рост, ки яке аз онҳо баландии тетроэдри мунтазамро дар бар гирифта, барои даврзании хати рости дигар дар атрофи хати рости перпендикуляр ба асоси тетроэдрро мусоидат мекунад, талаб карда мешавад. Ин барои ба модели фёдорови овардани интихоби тасвир оварда мерасонад.

Масъалаи дуюм ба сохтани асоси баландии пирамида ва сохтани буриши пирамидаҳо ва призмаҳо алоқаманд аст. Дар ин ҷо модели фёдоровии фазо ба он мақсад истифода бурда шудааст, ки дар он сохтори евклидии ҳамвории уфуқӣ бо сохтори тасвир ҳамҷоя мешавад.

Барои он, ки барои хондан осон шавад, он бо ду қисм ҷудо карда шудааст.

Аз шарти масъалаи дар боло зикр намуда (куби додашуда ва гардишхӯрда ҳамвории умумии симметри ба тири тобхурӣ перпендикуляр доранд) бармеояд, ки ба ҷойи кубҳо нимкубҳои ба онҳо мувофиқро гирифтан мумкин аст. Дар ин маврид ҳам бавуҷудоии гардиш боз истифодабарии модели фёдоровиро талаб мекунад. Истифодаи се тасвир барои ҳар як ҳолат ба он асоснок карда мешавад, ки функсияҳои ин тасвирҳо гуногун мебошанд.

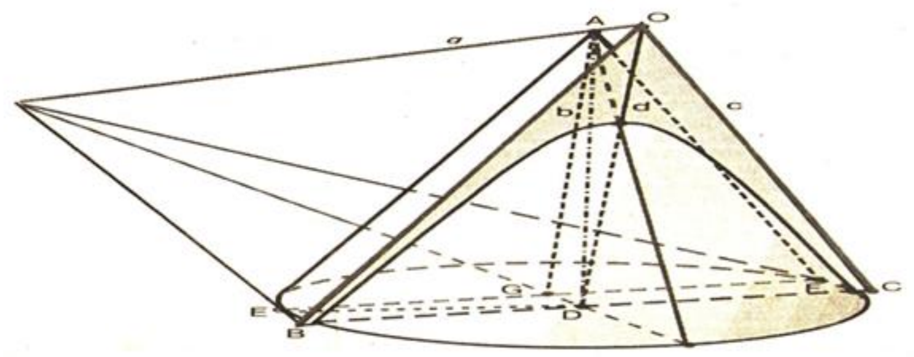
Олими рус И.Ф. Шаргин чунин меҳисобад, ки «ҷисмҳои фазоиро, ки аз ҷиҳати тасвирашон мувофиқанд, ба «хуб» ва «бад» ҷудо мекунанд. Ба гурӯҳи аввал призмаи секунҷа (дар навбати якум призмаи секунҷаи мунтазам), параллелепипедҳо, пирамидаҳои секунҷа ва чоркунҷа дохиланд. Ба грӯҳи дуюм призмаҳои n-кунҷа (n>4) пирамидаҳо, пирамидаҳои сарбурида, ҷисмҳои лундашакл, аз ҷумла сфера мансубанд. Яке аз усулҳои бештар паҳнгардида ба он алоқаманд аст, ки конструксияи ноқулайро бо ёрии ҷудосозӣ ва бисёррӯяҳои «куб» иҷро мекунанд» [165, с.11-14].

Ба ин фикри олим розӣ шудан хеле мушкил аст. Барои масъалаи: дар ҳамворӣ чорто кураи радиусашон R ҷойгиранд, бигузор аз ин сетоашон ҷуфт-ҷуфт бо ҳам мерасанд, чорумаш бошад, танҳо бо дутои онҳо мерасад. Дар қисми болоии онҳо ду курраи радиусашон r гузошта шудааст, ки бо ҳам расида ҳар кадомашон ба се кураи калон мерасанд. Радиуси кураҳои хурд ёфта шавад – шашто кураро тасвир кардан лозим нест, на ба он маъное, ки онҳо шаклҳои «бар» мебошанд, балки барои он ки кура танҳо нисбати расмӣ дорад. Моҳияти масъаларо системаи нуқтаҳое, ки маркази кураҳо ва нуқтаҳои расмии онҳоро дар бар гирифтаанд, ташкил медиҳанд.

Дар масъалаҳои ба секунҷаҳои сферикӣ алоқаманд (махсусан дар механикаи фазоӣ) тасвири сфераҳо ва секунҷаҳои сферикӣ ҳатмӣ мебошад ва ҷалби хонандагон ба ин гуна тасвирсозиҳо зарур мебошад. Алалхусус, ҳангоми сохтани бисёрруяҳои дарункашидашуда ба берункашидашудаи сфераҳо ин амал муҳим аст. Сохтани чунин тасвирҳо тасаввуроти фазоии хонандагонро инкишоф дода, саводнокии графикии онҳоро тавсеа мебахшад. Ба ақидаи А.А. Панкратов «ҳар як шахс бояд тасвирсозиро омӯзад. Марҳилаи саводнокии оммавии графикӣ ногузир фаро мерасад. Набояд интизор шуд, ки он худ ба худ рӯи кор меояд. Барои фарогирии худи ҳозир корро оғоз кардан лозим аст, ин амалро ба таъхир гузоштан лозим нест» [110, с. 100-120]. Инчунин ба таъкиди И.Ф. Шаргин бармегардем: Оё дар воқеъ ҷисмҳои фазоии «бад» ва «хуб» мавҷуданд. Дар ҳалли масъалаи 4 ҷисми «хуб» кубро ба ҷисми «бад» нимкуб барои он иваз намудем, ки «элементи калиди»-и масъала мебошад. Акнун ба овардани мисолҳое шуруъ мекунем, ки дар онҳо шаклҳои «хуб» оварда шуда, «элементҳои калиди»-и онҳо шаклҳои «бад» конус аст, ки сохтани он талаб карда мешавад[1165, с. 11-14].

Масъалаи 5. Кунҷҳои ҳамвори aOB ва $a\ OC$-и кунҷи серуяи $Oabc$ бо ҳам баробар мешаванд ва кунҷи ҳамворӣ BOC ба 2α баробар аст. Аз нуқтаи ба теғаи α нури S гузаронида шудааст, ки биссектриссаи α–кунҷи bOC–ро тахти кунҷи β мебурад. Кунҷи α бояд чӣ гуна бошад, ки ҳамаи ҳамвориҳои аз нуқтаи A гузаронда, ки ба нури S кунҷи α –ро ташкил медиҳанду ҳамаи теғаҳои кунҷи серуяи $Oadc$ – ро мебуранд, аз он тетраэдри ҳамон як ҳаҷмдоштаро бурида ҷудо кунад?

Таҳлили модел. Ҳамвории аз нуқтаи A гузаронда ва бо нури S кунҷи α-ро ташкилдиҳанда конуси доиравиро фаро мегирад (Расми 3.25).



Расми 3.25. Ташкилдиҳанда конуси доиравӣ

Ин ҳамвориҳо аз кунҷи серуяи $Oadc$ тетроэдри ҳамон як ҳаҷмдоштаро ҳамон вақт бурида ҷудо мекунад, ки агар ҳамвории ВОС конуси муоинашавандаро аз рӯи камонҳои гипорболаҳо бо асимтотаҳои d ва c буранд ва порчаҳои расанда ва гипербола дар байни асимптотаҳои он ҷойгир шуда теғаҳои тетраэдри ҷудошуда шаванд.

Ҳал: Ташкилдиҳандаҳои AE ва AF–и конус, ки ба асимтотаҳои B, C ва нури AC_1 ($C_1 \epsilon EF$) параллеланд бо нури d ҳамсамт мебошанд. Дар кунҷи серуя бо теғаҳои $AE,\ AD$ ва AC$_1$< EAC$_1$ =α < C$_1$ $AD = \beta < DAE = \gamma$ буда, хати рости EC_1 ба теғаи ADC_1 перпендикуляр мебошад. Аз рӯи теоремаи Пифагор барои кунҷҳои серуя

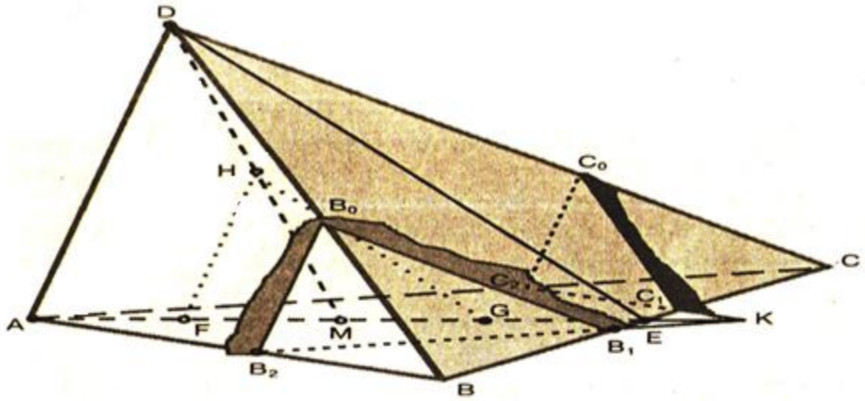
$\cos\gamma$=$\cos\alpha\cos\beta$, пас $\gamma = \arccos(\cos\alpha\cos\beta)$.

Ҳангоми ҳалли масъалаҳои геометрӣ озмоишҳо бо моделҳои геометрӣ имкон медиҳанд, ки на танҳо схемаи ҳал, балки худи ҳал низ ёфта шавад. Ба таври кифоя дақиқ сохтани тасвирҳо дар ин маврид нақши ҳалкунанда дорад.

Масъалаи 6. Ҳаҷми тетроэдри $ABCD$ ба V баробар аст. Нуқтаи H миёнаҷои порчаи қуллаи D–ро бо миёнаҷои M–и медианаи АЕ–и рӯяи ABC пайвасткунанда мебошад. Гомотетияи марказаш нуқтаи H тетроэдри $ABCD$–ро бо тетроэдри A^{1}B^{1}C^{1}D^1 мегузаронад. Сатҳи тетроэдри A^{1}B^{1}C^{1}D^1 тетроэдри ABCD–ро ба се қисм ҷудо мекунад, ки ҳаҷми калонтаринаш ба $\frac{1}{2}$V баробар аст. Ҳаҷми қисми хурдтарини онро ёбд.

Ҳал:

Бигузор h–геометрия бо маркази H ва коэффитсиенти–K, ки дар ин ҷо k>0 аст, бошад. Гузоришҳои $h(A)=A^1$, $h(B)=B^1$, $h(C)=C^1$, $h(D)=D^1$, $h(E)=E^1$ –ро дохил намуда ба воситаи F нуқтаи буриш бо хати рости AE–и аз нуқтаи H гузаранда ва ба хати рости AD параллелро ишора мекунем. Бо K нуқтаи буриши хати рости AE бо A^1 D^1–ро ишора мекунем (Расми 3.26).



Расми 3.27. Тетраедри баробар

Пас $\overrightarrow{FK} = -k\overrightarrow{FA}$ мешавад ва аз ин бармеояд, ки

$$\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FK} = \overrightarrow{AF} - k\overrightarrow{FA} = (1+k)\overrightarrow{AF} = \frac{1+k}{4}\overrightarrow{AE}.$$

Ҳамвории $A^1D^1C^1$ хатҳои рости BC, BA, BD–ро мувофиқан дар нуқтаҳои B_1, B_2, B_3 ва ҳамвории $A^1D^1B^1$ хати рости CB, CA ва CD – ро дар нуқтаҳои C_1, C_2, C_3 мебурад ва ғайр аз ин

$\overrightarrow{AB_2} = \frac{1+k}{8}\overrightarrow{AB}$ аз ин бар меояд, ки

$$\overrightarrow{BB_2} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB_2} = (1 - \frac{1+k}{8})\overrightarrow{BA} = \frac{7-k}{8}\overrightarrow{BA};$$

$$\overrightarrow{BB_1} = \frac{7-k}{8}\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BB_3} = \frac{7-k}{8}\overrightarrow{BD}.$$

Ҳамин тавр, ҳамвориҳои $A^1D^1C^1$ ва $A^1D^1B^1$ тетраэдри ABCD–ро фақат ва фақат ҳамон вақт мебуранд, ки агар шарти $\frac{7-k}{8} \geq 0$, яъне ҳангоми $k \leq 7$ иҷро шавад. Тетроэдрҳои BB_1, B_2B_3 ва CC_1, C_2C_3 нуқтаҳои умумии дохили ҳангоми $\frac{1+k}{4} \geq 1$ – ро надоранд. Ҳамин тавр, ҳангоми $3 \leq k \leq 7$ сатҳи тетраэдри $A^1B^1C^1D^1$ ё тетраэдри ABCD – ро ба се қисм ҷудо намекунад ё онҳоро ба қисмҳое ҷудо менамояд, ки ҳаҷмҳояшон аз $\frac{1}{2}$ V хурд бошанд.

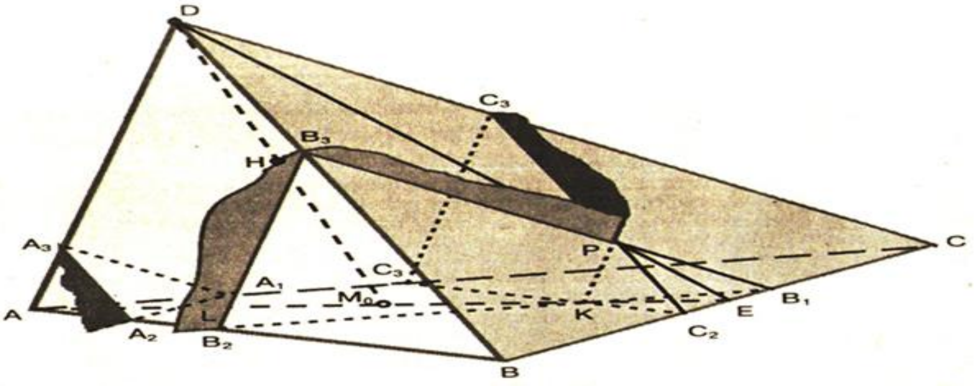
Акнун $k < 3$ гирифта, ба воситаи C_1 нуқтаи буриши хати рости AE – ро бо хати рости аз нуқтаи H гузаранда ва бо хати рости DE параллелро ишора мекунем. Ба воситаи L нуқтаи буриши хатҳои рости AE ва D^1 E^1 – ро ифода мекунем. Пас,

$$C_1L = (-k)C_1E.$$

Аз ин бармеояд, ки

$$\overrightarrow{AL} = \overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{C_1L} = \overrightarrow{AC_1} - \overrightarrow{KC_1E} = \frac{3-k}{4}\,\overrightarrow{AE}.$$

Ҳамвории $B^1C^1D^{\ 1}$ хатҳои рости AC, AB, AD – ро мувофиқан дар нуқтаҳои A_1, A_2, A_3 мебурад, ба ғайр аз ин $\overrightarrow{A\,A_2} = \frac{3-k}{4}\overrightarrow{AB}$ мебошад, яъне дар мавриди муоинашаванда ин ҳамворӣ тетроэдрӣ ABCD – ро мебурад (Расми 3.28).



Расми 3.28. Буриши ҳамворӣ бо тетраедр

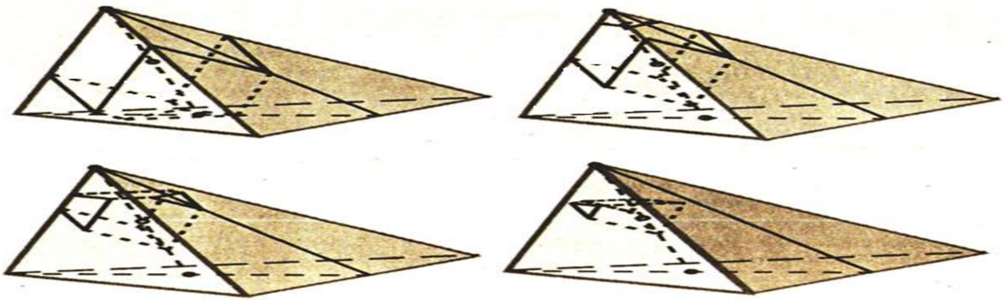
Тетраэдрҳои $BB_1B_2B_3$ ва C $C_1C_2C_3$ тетраэдри KPB_1C_1 – и ба тетраедри $AA_1A_2A_3$ баробарро мебурад. Тетраэдри AA_1 A_2 A_3 нуқтаҳои умумии дохили бо якҷояшавии тетраэдрҳои $BB_1B_2B_3$ ва $CC_1C_2C_3$ – ро ҳангоми $\frac{3-k}{4} \leq \frac{1+k}{8}$, яъне $\frac{5}{3} \leq$ k <3 надоранд. Дар ин қиматҳои k сатҳи тетраэдри $A^1B^1C^1D^1$ тетраэдри ABCD – ро ба се қисм тақсим мекунад, қисми нисбат ба тетраэдри $A^1B^1C^1D^1$ дохилӣ, тетраэдри $AA_1A_2A_3$ ва якҷояшавии тетраэдрҳои $BB_1B_2B_3$ ва $CC_1C_2C_3$. Суммаи ҳаҷмҳои ду қисми охир ба дучандаи ҳаҷми тетраэдри $BB_1B_2B_3$ баробар аст, яъне

2 $\left(\frac{7-k}{8}\right)V$. Аз муодилаи 2 $\left(\frac{7-k}{8}\right)V = \frac{1}{2}$. меёбем, ки k=7−4 $\sqrt[3]{2}$.

Ин қимати k шарти $\frac{5}{3} \leq k < 3$ – ро қаноат мекунад. Ҳаҷми қисми аз ҳама хурд, яъне ҳаҷми тетраэдри $AA_1A_2A_3$ дар ин маврид ба чунин бузургӣ баробар мешавад[92, с. 130-155].

$$[\frac{3-(7-k\sqrt[3]{2}}{4}]^3 V =(\sqrt[3]{2}-1)^{3} V.$$

Ҳамаи ҳолатҳои байниҳамҷойгиршавии тетраэдрҳои ABCD ва $A^1B^1C^1D^1$ ҳангоми $0 < k < \frac{5}{3}$ дар асоси созишҳои бевоситаи ба моделҳои онҳо мувофиқ дар расми 3.29 оварда шудааст. Маълум мешавад, ки дар чунин қиматҳои k сатҳи тетраэдри $A^1B^1C^1D^1$ ё тетроэдри ABCD – ро бо се қисм тақсим намекунад ё онҳоро бо қисмҳое ҷудо мекунад, ки ҳаҷмҳояшон аз $\frac{1}{2}$ V хурдтаранд.



Расми 3.29. Байниҳамҷойгиршавии тетраэдрҳои додашуда ҳангоми $0 < k < \frac{5}{3}$ дар асоси созишҳои бевоситаи ба моделҳои онҳо

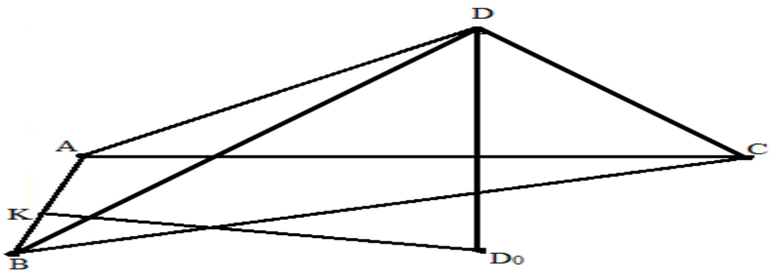
Ҷавоб: $\sqrt[3]{2}-1)^{3} V.$

Масъалаи 7. Муайян кунед, ки кадоме аз кунҷҳои дурӯяи тетраэдри $ABCD$ кунҷҳои кунд мебошанд, агар $AB = 4$, $AC = CD = 6$, $AD = BD = 7$, $BC = 8$ бошад.

Ҳал:

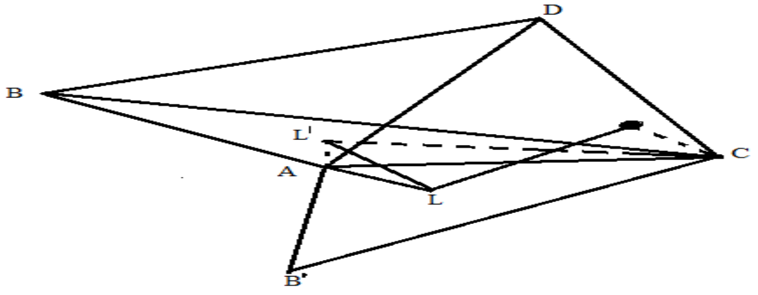
Дар вараqи катакдор бо тарафи дарозиаш $\frac{1}{2}$ порчаи воҳиди модели тетраэдри додашударо бо баландиҳои аз қуллаҳои D ва C гузаранда месозем. Аввал секунҷаҳои ABC ва ACD бо бузургиҳои натуралӣ сохта, нуқтаҳои ABCD–ро ба сифати қуллаҳои он қабул мекунем. Баландии аз қуллаи D гузаронидашуда дар буриши ду ҳамвории аз нуқтаи D гузарандаи якеаш перпендикуляр ба AC ва дигараш перпендикуляр ба AB мехобад. Ҳамвории аввал муоинашаванда дучанда проексияшаванда ба шумор меравад.

Осори он дар ҳамвории АВС хати рости аз нуқтаи D гузарандаи ба ҳамвории метрикии евклидӣ АС–ро дар бар гиранда перпендикуляр мебошад. Азбаски ABD секунҷаи баробарпаҳлу мебошад, пас осори дуюми он дар ҳамвории ABC миёнаҷои перпендикуляри порчаи AB мебошад. Нуқтаи буриши онро бо осори ҳамвории якум бо D_0 ишора менамоем. Порчаи DD_0 –и баландии тетраэдри ABCD мебошад (расми 3.30). Нуқтаҳои A ва D_0 нисбат ба хати рости BC дар тарафҳои гуногун ҷойгир мебошанд. Бинобар ин, кунҷи дурӯяи тетроэдр дар назди теғаи BC кунҷи кунд мебошад. Кунҷҳои дурӯяи тетраэдри назди теғаҳои AB ва AC кунҷҳои тез мебошанд.



Расми 3.30. Тетраедр дар ҳамвории метрикии евклидӣ

Акнун модели тетраэдри ABCD ва баландии он CC_0–ро месозем. Ба бузургиҳои натуралӣ секунҷаҳои ADC ва ADB–ро сохта нуқтаҳои A,B,C,D–ро ба сифати қуллаҳои тасвир интихоб менамоем (Расми 3.31).



Расми 3.31. Модели тетраэдри ABCD ва баландии додашуда

Баландии аз нуқтаи С–и тетраэдр гузаронидашуда дар буриши ду ҳамворӣ аз нуқтаи С гузаронида, ки якумаш ба хати рости AD ва дуюмаш ба AB перпендикуляр мебошанд, мехобад. Ҳамчун мавриди аввала ҳамвории якум муоинашаванда дучанда проексияшаванда мебошад. Осори он дар ҳамвории ABD хати рости аз нуқтаи С гузаранда ва бо ҳамвории метрикии евклидӣ перпендикуляр хати рости AD–ро ифодакунанда, мебошад.

Акнун дар ҳамвории метрикии евклидии ABC аз нуқтаи C ба хати рости AB перпендикуляр мегузаронем. Бо ин мақсад секунҷаи AB^1C–ро месозем, ки дар ҳамвории метрикӣ ба секунҷаи ABC баробар бошад. Перпендикуляри CL–ро ба хати рости AB^1 мегузаронем. Ҳамҷинси бо тири AC ва ҷуфти нуқтаи (B^1 B) нуқтаи L–ро ба L мегузаронад, ки он асоси перпендикуляр аз нуқтаи C ба хати рости AB гузаронида шуда мебошад.

Хати рости аз нуқтаи L гузарандаи ба AB перпендикуляр дар ҳамвории метрикии евклидии тасвир нишонаи дуюми ҳамвориҳои муоинашаванда дар ҳамвории ABD мебошад. Ба воситаи C_0 буриши ин хати ростро бо нишонаи ҳамвории аввал ишора мекунем. Порчаи CC_0 баландии тетраэдрии ABCD мебошад. Азбаски нуқтаҳои B ва C_0 нисбат ба хати рости AD дар тарафҳои гуногун ҷойгиранд, пас кунҷи дурӯяи назди теғаи AD кунҷи кунд мебошад. Кунҷҳои дурӯяи тетраэдри ABCD – и назди теғаҳои BD ва DC–тез мебошанд.

Масофа аз нуқтаи D_0 то тарафҳои секунҷаи ABC ҳамчун масофа аз нуқтаи C_0 то тарафҳои секунҷаи ABD аз як катак зиёдтар мебошад, ки ин начандон хатогии зиёд мебошад. Бинобар ин, натиҷаҳои гузаронидашуда дар модели тетраэдри ABCD бо эътимод мебошанд.

3.2. Гузаронидани озмоишҳо дар асоси татбиқи методи моделиронӣ ва ҷамъбасти онҳо

Дар натиҷаи гузаронидани озмоиши педагогӣ доир ба методикаи ИМ дар ҳалли масъалаҳои геометрияи мактабӣ дар синфҳои 7–11–и МТМУ №6 (омӯзгор Пирназаров Саидшо), гимназияи давлатӣ, ҷамоати шаҳраки Ховалинги ноҳияи Ховалинг (омӯзгор Давлатов Манзар), МТМУ - и №9 (омӯзгор Ниёзод Ҷонмаҳмад) ва литсейи №1–и ба номи Исмоили Сомонии шаҳри Кӯлоб(омӯзгор Нодирзода Комил)–ро солҳои 2022–2025 натиҷагирӣ намудаем.

Омӯзгороне, ки ба таълим фаро гирифта шуда буданд, ҳар якеи онҳо собиқаи беш аз 5 – сола доштаанд.

Ҳангоми гузаронидани озмоиши таълимӣ дар ҳар як марҳилаи гуногуни таҳқиқот мо зарур шуморидем, ки дар байни хонандагони синфҳои 7 – 11 гузаронида шаванд. Дар марҳилаи аввал он дар байни хонандагони синфҳои 7-9 аз фанни геометрия ба амал бароварда шуд. Ин навъ озмоишҳои таълимиро дар марҳилаи дуюм байни хонандагони синфҳои 8-10 ва дар марҳилаи сеюм бошад, байни хонандагони синфҳои 9–11 гузаронидем. Ҳангоми гузаронидани озмоиши педагогӣ дар ҳар як муассисаи таълимӣ корро дар ду синфҳои параллел, гурӯҳои озмошӣ ва муқаррарӣ ба роҳ мондем. Қабл аз оғози озмоишҳо барои муайян намудани дараҷаи дониш ва маҳорати хонандагон дар доираи ҳалли масъалаҳо корҳои санҷиширо ҷорӣ намудем.

Қайд кардан ба маврид аст, ки ин дараҷа дар асоси натиҷаҳои ҳосилшуда бениҳоят паст буданд. Он чи ба донишҳои хонандагон оид ба модел ва моделиронӣ марбут аст, мо дар фасли пешина пешниҳод намудем.

Машғулиятҳои омӯзгорони таҳти таҳқиқот қарордошта, ки аз рӯйи коркардҳои мо гузаронида мешуд, ки онро мо бевосита дар таҷрибаи кории худ дида баромада будем.

Ҳангоми тартиб додани ин коркардҳои дарсӣ мо талаботи барномаи таълимӣ аз геометрияро пурра ба ҳисоб гирифтем. Мо ҳангоми гузаронидани озмоишҳо кӯшиш намудем, ки ба муҳтаво ва моҳияти мундариҷаи мавзуот халал ворид накарда, дар маводи таълимӣ дониш ва маҳоратҳои минималии хонандагонро доир ба методикаи ИМ дар ҳалли масъалаҳои геометрӣ ҳамроҳ намоем. Дар натиҷаи гузаронидани озмоиши педагогӣ марҳилаҳои зеринро дарбар гирифт, ки аз ҷадвалҳои зерин иборат аст.

Марҳилаи якуми корҳои озмоишӣ барои қисми назариявии муссисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ дар байни хонандагони синфҳои 7 -9 аз фанни геометрия барои солҳои таҳсили 2022-2023 дар ҷадвалҳои зер нишон дода шудааст.

Ҷадвали 1. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $7^{\text{аб}}$-и литсейи №1-и ба номи Исмоили Сомонии шаҳри Кӯлоб дар ибтидои соли таҳсили 2022-2023 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	25	2	5	13	5	$\frac{79}{25} \approx 3,16$
Синфи назоратӣ «Б»	24	3	5	11	5	$\frac{88}{24} \approx 3,25$

Ҷадвали 2. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $7^{\text{аб}}$-и литсейи №1-и ба номи Исмоили Сомонии шаҳри Кӯлоб дар охири соли таҳсили 2022-2023 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	25	3	5	13	4	$\frac{82}{25} \approx 3,28$
Синфи назоратӣ «Б»	24	3	5	10	6	$\frac{77}{24} \approx 3,208$

Ҷадвали 3. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $8^{\text{аб}}$-и литсейи №1-и ба номи Исмоили Сомонии шаҳри Кӯлоб дар ибтидои соли таҳсили 2022-2023 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	27	3	6	13	5	$\frac{88}{27} \approx 3,26$
Синфи назоратӣ «Б»	25	2	5	12	6	$\frac{82}{25} \approx 3,12$

Ҷадвали 4. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $8^{\text{аб}}$-и литсейи №1-и ба номи Исмоили Сомонии шаҳри Кӯлоб дар охири соли таҳсили 2022-2023 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	27	4	6	12	5	$\frac{82}{25} \approx 3,33$
Синфи назоратӣ «Б»	25	2	6	12	5	$\frac{80}{25} \approx 3,2$

Ҷадвали 5. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $9^{\text{аб}}$-и литсейи №1-и ба номи Исмоили Сомонии шаҳри Кӯлоб дар ибтидои соли таҳсили 2022-2023 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	Баҳо				Холи миёна
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	26	3	5	13	5	$\frac{84}{26} \approx 3,23$
Синфи назоратӣ «Б»	23	2	5	10	6	$\frac{72}{23} \approx 3,13$

Ҷадвали 6. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $9^{\text{аб}}$-и литсейи №1-и ба номи Исмоили Сомонии шаҳри Кӯлоб дар охири соли таҳсили 2022-2023 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	Баҳо				Холи миёна
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	26	4	5	13	4	$\frac{87}{26} \approx 3,35$
Синфи назоратӣ «Б»	23	3	6	9	5	$\frac{77}{23} \approx 3,3$

Ҷадвали 7. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $7^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №9 – и шаҳри Кӯлоб дар ибтидои соли таҳсили 2022-2023 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	Баҳо				Холи миёна
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	30	3	5	15	7	$\frac{96}{30} \approx 3,13$
Синфи назоратӣ «Б»	28	3	5	13	7	$\frac{88}{28} \approx 3,14$

Ҷадвали8. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $7^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №9 – и шаҳри Кӯлоб дар охири соли таҳсили 2022-2023 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	Баҳо				Холи миёна
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	30	4	6	14	6	$\frac{98}{30} \approx 3,27$
Синфи назоратӣ «Б»	28	3	5	14	6	$\frac{89}{28} \approx 3,18$

Ҷадвали 9. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $8^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №9–и шаҳри Кӯлоб дар ибтидои соли таҳсили 2022-2023 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	29	3	6	14	6	$\frac{93}{29} \approx 3{,}21$
Синфи назоратӣ «Б»	27	2	6	13	6	$\frac{85}{27} \approx 3{,}14$

Ҷадвали 10. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $8^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №9–и шаҳри Кӯлоб дар охири соли таҳсили 2022-2023 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	29	4	6	13	6	$\frac{95}{29} \approx 3{,}28$
Синфи назоратӣ «Б»	27	3	6	13	5	$\frac{88}{27} \approx 3{,}26$

Ҷадвали 11. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $9^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №9–и шаҳри Кӯлоб дар ибтидои соли таҳсили 2022-2023 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	31	4	6	15	6	$\frac{101}{31} \approx 3{,}21$
Синфи назоратӣ «Б»	32	3	8	14	7	$\frac{103}{32} \approx 3{,}22$

Ҷадвали 12. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $9^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №9–и шаҳри Кӯлоб дар охири соли таҳсили 2022-2023 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	31	5	7	14	5	$\frac{105}{31} \approx 3{,}39$
Синфи назоратӣ «Б»	32	4	8	14	6	$\frac{106}{32} \approx 3{,}31$

Ҷадвали 13. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $7^{аб}$-и гимназияи давлатӣ ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар ибтидои соли таҳсили 2022-2023 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	19	2	3	10	4	$\frac{96}{19} \approx 3{,}2$
Синфи назоратӣ «Б»	14	1	4	5	4	$\frac{44}{14} \approx 3{,}14$

Ҷадвали14. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $7^{аб}$-и гимназияи давлатӣ ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар охири соли таҳсили 2022-2023 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	19	3	4	9	3	$\frac{64}{19} \approx 3{,}37$
Синфи назоратӣ «Б»	14	2	4	4	4	$\frac{46}{14} \approx 3{,}29$

Ҷадвали 15. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $8^{аб}$-и гимназияи давлатӣ ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар ибтидои соли таҳсили 2022-2023 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	19	3	4	8	4	$\frac{63}{19} \approx 3{,}32$
Синфи назоратӣ «Б»	22	2	6	9	5	$\frac{71}{22} \approx 3{,}23$

Ҷадвали 16. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $8^{аб}$-и гимназияи давлатӣ ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар охири соли таҳсили 2022-2023 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	19	3	5	7	4	$\frac{64}{19} \approx 3{,}36$
Синфи назоратӣ «Б»	22	2	7	9	4	$\frac{73}{22} \approx 3{,}326$

Ҷадвали 17. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $9^{\text{аб}}$-и гимназияи давлатӣ ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар ибтидои соли таҳсили 2022-2023 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	20	4	4	7	5	$\frac{67}{20} \approx 3,35$
Синфи назоратӣ «Б»	18	3	5	6	4	$\frac{61}{18} \approx 3,34$

Ҷадвали 18. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $9^{\text{аб}}$-и гимназияи давлатӣ ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар охири соли таҳсили 2022-2023 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	**20**	**5**	**4**	**7**	**4**	$\mathbf{\frac{70}{20} \approx 3,5}$
Синфи назоратӣ «Б»	**18**	**3**	**6**	**5**	**4**	$\mathbf{\frac{62}{18} \approx 3,44}$

Ҷадвали 19. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $7^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №6 – и ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар ибтидои соли таҳсили 2022-2023 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	25	2	4	13	6	$\frac{77}{25} \approx 3,08$
Синфи назоратӣ «Б»	24	1	5	11	7	$\frac{72}{24} = 3$

Ҷадвали20. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $7^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №6–и ҷамоати шаҳраки Ховалинг ноҳияи Ховалинг, дар охири соли таҳсили 2022-2023 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	25	3	4	13	5	$\frac{80}{25} = 3,2$
Синфи назоратӣ «Б»	24	1	6	11	6	$\frac{74}{24} \approx 3,08$

Ҷадвали 21. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $8^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №6 – и ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар ибтидои соли таҳсили 2022-2023 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	27	4	6	11	6	$\frac{89}{27} \approx 3,3$
Синфи назоратӣ «Б»	33	3	8	14	8	$\frac{105}{33} \approx 3,2$

Ҷадвали 22. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $8^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №6–и ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар охири соли таҳсили 2022-2023 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	27	4	7	11	5	$\frac{91}{27} \approx 3,37$
Синфи назоратӣ «Б»	33	3	9	14	7	$\frac{107}{33} \approx 3,24$

Ҷадвали 23. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $9^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №6–и ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар ибтидои соли таҳсили 2022-2023 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	27	4	5	11	7	$\frac{87}{27} \approx 3,22$
Синфи назоратӣ «Б»	26	3	6	10	7	$\frac{83}{26} \approx 3,2$

Ҷадвали 24. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $9^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №6–и ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар охири соли таҳсили 2022-2023 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	27	4	6	11	6	$\frac{89}{27} \approx 3,3$
Синфи назоратӣ «Б»	26	3	7	10	6	$\frac{85}{26} \approx 3,27$

Марҳилаи дуюми корҳои озмоишӣ барои қисми назариявии дар байни хонандагони синфҳои 8–10 аз фанни геометрия барои солҳои таҳсили 2023-2024 дар ҷадвалҳои зер нишон дода шудааст.

Ҷадвали 25. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $8^{аб}$-и литсейи №1-и ба номи Исмоили Сомонии шаҳри Кӯлоб дар ибтидои соли таҳсили 2023-2024 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	Баҳо				Холи миёна
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	26	4	6	12	4	$\frac{79}{26} \approx 3,38$
Синфи назоратӣ «Б»	23	3	5	11	4	$\frac{76}{23} \approx 3,3$

Ҷадвали 26. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $8^{аб}$-и литсейи №1-и ба номи Исмоили Сомонии шаҳри Кӯлоб дар охири соли таҳсили 2023-2024 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	Баҳо				Холи миёна
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	26	5	7	11	3	$\frac{82}{26} \approx 3,54$
Синфи назоратӣ «Б»	23	3	6	10	4	$\frac{77}{23} \approx 3,34$

Ҷадвали 27. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $9^{аб}$-и литсейи №1-и ба номи Исмоили Сомонии шаҳри Кӯлоб дар ибтидои соли таҳсили 2023-2024 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	Баҳо				Холи миёна
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	27	4	7	12	4	$\frac{92}{27} \approx 3,41$
Синфи назоратӣ «Б»	25	3	5	12	5	$\frac{81}{25} \approx 3,24$

Ҷадвали 28. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $9^{\text{аб}}$-и литсейи №1-и ба номи Исмоили Сомонии шаҳри Кӯлоб дар охири соли таҳсили 2023-2024 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	27	5	7	12	3	$\frac{95}{27} \approx 3,52$
Синфи назоратӣ «Б»	25	3	6	12	4	$\frac{83}{25} \approx 3,32$

Ҷадвали 29. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $10^{\text{аб}}$-и литсейи №1-и ба номи Исмоили Сомонии шаҳри Кӯлоб дар ибтидои соли таҳсили 2023-2024 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	26	5	8	11	2	$\frac{94}{26} \approx 3,62$
Синфи назоратӣ «Б»	23	4	5	9	5	$\frac{77}{23} \approx 3,34$

Ҷадвали 30. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $10^{\text{аб}}$-и литсейи №1-и ба номи Исмоили Сомонии шаҳри Кӯлоб дар охири соли таҳсили 2023-2024 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	25	6	8	9	2	$\frac{93}{25} \approx 3,72$
Синфи назоратӣ «Б»	23	5	5	9	4	$\frac{80}{23} \approx 3,48$

Ҷадвали 31. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $8^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №9–и шаҳри Кӯлоб дар ибтидои соли таҳсили 2023-2024 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	30	4	8	13	5	$\frac{100}{30} \approx 3,37$
Синфи назоратӣ «Б»	28	4	6	13	5	$\frac{88}{28} \approx 3,32$

Ҷадвали 32. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $8^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №9–и шаҳри Кӯлоб дар охири соли таҳсили 2023-2024 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	30	5	10	11	4	$\frac{106}{30} \approx 3,53$
Синфи назоратӣ «Б»	28	4	8	12	4	$\frac{89}{28} \approx 3,43$

Ҷадвали 33. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $9^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №9–и шаҳри Кӯлоб дар ибтидои соли таҳсили 2023-2024 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	29	3	6	14	6	$\frac{93}{29} \approx 3,21$
Синфи назоратӣ «Б»	27	2	6	13	6	$\frac{85}{27} \approx 3,14$

Ҷадвали 34. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $9^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №9–и шаҳри Кӯлоб дар охири соли таҳсили 2023-2024 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	29	6	8	11	4	$\frac{103}{29} \approx 3,55$
Синфи назоратӣ «Б»	27	4	7	12	4	$\frac{92}{27} \approx 3,41$

Ҷадвали 35. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $10^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №9–и шаҳри Кӯлоб дар ибтидои соли таҳсили 2023-2024 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	31	6	9	12	4	$\frac{110}{31} \approx 3,55$
Синфи назоратӣ «Б»	32	4	10	12	6	$\frac{108}{32} \approx 3,38$

Ҷадвали 36. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $10^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №9–и шаҳри Кӯлоб дар охири соли таҳсили 2023-2024 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	31	7	11	10	3	$\frac{115}{31} \approx 3{,}71$
Синфи назоратӣ «Б»	32	5	11	11	5	$\frac{112}{32} \approx 3{,}5$

Ҷадвали 37. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $8^{\text{аб}}$-и гимназияи давлатӣ ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар ибтидои соли таҳсили 2023-2024аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	19	3	5	8	3	$\frac{65}{19} \approx 3{,}42$
Синфи назоратӣ «Б»	14	2	5	4	3	$\frac{48}{14} \approx 3{,}42$

Ҷадвали38. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $8^{\text{аб}}$-и гимназияи давлатӣ ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар охири соли таҳсили 2023-2024 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	19	4	7	6	2	$\frac{70}{19} \approx 3{,}68$
Синфи назоратӣ «Б»	14	2	6	3	3	$\frac{49}{14} \approx 3{,}5$

Ҷадвали39. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $9^{\text{аб}}$-и гимназияи давлатӣ ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар ибтидои соли таҳсили 2023-2024 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	19	4	6	6	3	$\frac{71}{19} \approx 3{,}71$
Синфи назоратӣ «Б»	22	3	7	8	4	$\frac{75}{22} \approx 3{,}4$

Ҷадвали 40. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $9^{аб}$-и гимназияи давлатӣ ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар охири соли таҳсили 2023-2024 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	19	5	7	5	2	$\frac{72}{19} \approx 3{,}79$
Синфи назоратӣ «Б»	22	4	7	8	3	$\frac{78}{22} \approx 3{,}556$

Ҷадвали 41. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $10^{аб}$-и гимназияи давлатӣ ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар ибтидои соли таҳсили 2023-2024 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	20	6	5	6	3	$\frac{74}{20} \approx 3{,}7$
Синфи назоратӣ «Б»	18	4	5	6	3	$\frac{64}{18} \approx 3{,}56$

Ҷадвали 42. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $10^{аб}$-и гимназияи давлатӣ ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар охири соли таҳсили 2023-2024 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	Баҳо				Холи миёна
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	20	7	6	5	2	$\frac{78}{20} \approx 3{,}9$
Синфи назоратӣ «Б»	18	4	6	6	2	$\frac{66}{18} \approx 3{,}67$

Ҷадвали 43. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $8^{аб}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №6–и ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар ибтидои соли таҳсили 2023-2024 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	25	4	7	10	4	$\frac{86}{25} \approx 3{,}44$
Синфи назоратӣ «Б»	24	2	7	9	6	$\frac{77}{24} = 3{,}21$

Ҷадвали44. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $8^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №6–и ҷамоати шаҳраки Ховалинг ноҳияи Ховалинг, дар охири соли таҳсили 2023-2024 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	25	5	8	9	3	$\frac{90}{25} = 3,6$
Синфи назоратӣ «Б»	24	3	8	9	4	$\frac{82}{24} \approx 3,42$

Ҷадвали 45. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $9^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №6–и ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар ибтидои соли таҳсили 2023-2024 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	27	5	7	11	4	$\frac{94}{27} \approx 3,48$
Синфи назоратӣ «Б»	33	4	9	14	6	$\frac{110}{33} \approx 3,33$

Ҷадвали 46. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $9^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №6–и ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар охири соли таҳсили 2023-2024 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	27	6	9	9	3	$\frac{99}{27} \approx 3,67$
Синфи назоратӣ «Б»	33	5	10	13	5	$\frac{114}{33} \approx 3,45$

Ҷадвали 47. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $10^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №6–ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар ибтидои соли таҳсили 2023-2024 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	27	7	7	9	5	$\frac{100}{27} \approx 3{,}7$
Синфи назоратӣ «Б»	26	4	7	9	6	$\frac{87}{26} \approx 3{,}35$

Ҷадвали 48. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $10^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №6–и ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар охири соли таҳсили 2023-2024 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	27	9	8	7	3	$\frac{104}{27} \approx 3{,}85$
Синфи назоратӣ «Б»	26	5	8	8	5	$\frac{91}{26} \approx 3{,}5$

Марҳилаи сеюми корҳои озмоишӣ барои қисми назариявии дар байни хонандагони синфҳои 9–11 аз фанни геометрия барои солҳои таҳсили 2024-2025 дар ҷадвалҳо пешниҳод карда мешавад.

Ҷадвали 49. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $9^{\text{аб}}$-и литсейи №1-и ба номи Исмоили Сомонии шаҳри Кӯлоб дар ибтидои соли таҳсили 2024-2025 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	26	7	9	9	1	$\frac{100}{26} \approx 3{,}84$
Синфи назоратӣ «Б»	23	5	6	8	3	$\frac{79}{23} \approx 3{,}43$

Ҷадвали50. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $9^{\text{аб}}$-и литсейи №1-и ба номи Исмоили Сомонии шаҳри Кӯлоб дар охири соли таҳсили 2024-2025 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	Баҳо				Холи миёна
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	26	8	9	9	-	$\frac{103}{26}\approx 3,96$
Синфи назоратӣ «Б»	23	5	8	7	3	$\frac{84}{23}\approx 3,65$

Ҷадвали51. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $10^{\text{аб}}$-и литсейи №1-и ба номи Исмоили Сомонии шаҳри Кӯлоб дар ибтидои соли таҳсили 2024-2025аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	Баҳо				Холи миёна
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	27	6	8	12	1	$\frac{100}{27}\approx 3,7$
Синфи назоратӣ «Б»	25	4	7	12	2	$\frac{88}{25}\approx 3,52$

Ҷадвали 52. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $10^{\text{аб}}$-и литсейи №1-и ба номи Исмоили Сомонии шаҳри Кӯлоб дар охири соли таҳсили 2024-2025 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	Баҳо				Холи миёна
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	27	7	10	9	1	$\frac{104}{27}\approx 3,85$
Синфи назоратӣ «Б»	25	5	9	9	2	$\frac{92}{25}\approx 3,68$

Ҷадвали 53. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $11^{\text{аб}}$-и литсейи №1-и ба номи Исмоили Сомонии шаҳри Кӯлоб дар ибтидои соли таҳсили 2024-2025 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	Баҳо				Холи миёна
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	24	7	9	7	1	$\frac{94}{24}\approx 3,92$
Синфи назоратӣ «Б»	23	5	5	9	4	$\frac{77}{23}\approx 3,48$

Ҷадвали 54. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $11^{\text{аб}}$-и литсейи №1-и ба номи Исмоили Сомонии шаҳри Кӯлоб дар охири соли таҳсили 2024-2025 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	Баҳо				Холи миёна
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	24	7	10	7	-	$\frac{96}{24} = 4$
Синфи назоратӣ «Б»	23	6	6	8	3	$\frac{84}{23} \approx 3{,}65$

Ҷадвали 55. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $9^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №9–и шаҳри Кӯлоб дар ибтидои соли таҳсили 2024-2025 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	Баҳо				Холи миёна
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	30	6	12	9	3	$\frac{111}{30} \approx 3{,}7$
Синфи назоратӣ «Б»	28	5	9	11	3	$\frac{88}{28} \approx 3{,}57$

Ҷадвали56. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $9^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №9–и шаҳри Кӯлоб дар охири соли таҳсили 2024-2025 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	Баҳо				Холи миёна
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	30	7	13	8	2	$\frac{115}{30} \approx 3{,}83$
Синфи назоратӣ «Б»	28	6	10	10	2	$\frac{104}{28} \approx 3{,}71$

Ҷадвали 57. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $10^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №9–и шаҳри Кӯлоб дар ибтидои соли таҳсили 2024-2025 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	Баҳо				Холи миёна
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	29	7	9	10	3	$\frac{107}{29} \approx 3{,}69$
Синфи назоратӣ «Б»	27	5	9	10	3	$\frac{97}{27} \approx 3{,}59$

Ҷадвали 58. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $10^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №9–и шаҳри Кӯлоб дар охири соли таҳсили 2024-2025 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	29	8	10	9	2	$\frac{111}{29} \approx 3,83$
Синфи назоратӣ «Б»	27	5	10	10	2	$\frac{99}{27} \approx 3,67$

Ҷадвали 59. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $11^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №9–и шаҳри Кӯлоб дар ибтидои соли таҳсили 2024-2025 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	31	8	12	9	2	$\frac{119}{31} \approx 3,84$
Синфи назоратӣ «Б»	32	6	12	10	4	$\frac{116}{32} \approx 3,63$

Ҷадвали60. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $11^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №9–и шаҳри Кӯлоб дар охири соли таҳсили 2024-2025 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	31	8	14	9	2	$\frac{127}{31} \approx 4,1$
Синфи назоратӣ «Б»	32	6	13	10	3	$\frac{118}{32} \approx 3,68$

Ҷадвали 61. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $9^{\text{аб}}$-и гимназияи давлатӣ ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар ибтидои соли таҳсили 2024-2025 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	19	6	6	6	1	$\frac{74}{19} \approx 3,9$
Синфи назоратӣ «Б»	14	2	6	4	2	$\frac{50}{14} \approx 3,57$

Ҷадвали62. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $9^{\text{аб}}$-и гимназияи давлатӣ ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар охири соли таҳсили 2024-2025 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	19	8	6	5	-	$\frac{79}{19} \approx 4,2$
Синфи назоратӣ «Б»	14	2	7	3	2	$\frac{51}{14} \approx 3,64$

Ҷадвали63. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $10^{\text{аб}}$-и гимназияи давлатӣ ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар ибтидои соли таҳсили 2024-2025 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	19	6	7	4	2	$\frac{74}{19} \approx 3,9$
Синфи назоратӣ «Б»	22	5	7	7	3	$\frac{80}{22} \approx 3,64$

Ҷадвали 64. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $10^{\text{аб}}$-и гимназияи давлатӣ ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар охири соли таҳсили 2024-2025 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	19	7	7	4	1	$\frac{77}{19} \approx 4,05$
Синфи назоратӣ «Б»	22	6	7	7	2	$\frac{83}{22} \approx 3,776$

Ҷадвали 65. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои 11^{аб}-и гимназияи давлатӣ ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар ибтидои соли таҳсили 2024-2025аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	20	8	6	4	2	$\frac{80}{20} \approx 4$
Синфи назоратӣ «Б»	18	5	6	5	2	$\frac{68}{18} \approx 3,78$

Ҷадвали 66. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои 11^{аб}-и гимназияи давлатӣ ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар охири соли таҳсили 2024-2025 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	20	9	6	4	1	$\frac{83}{20} \approx 4,15$
Синфи назоратӣ «Б»	18	6	5	5	2	$\frac{69}{18} \approx 3,83$

Ҷадвали 67. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои 9^{аб}-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №6–и ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар ибтидои соли таҳсили 2024-2025 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	25	6	9	8	2	$\frac{94}{25} \approx 3,76$
Синфи назоратӣ «Б»	24	4	8	9	3	$\frac{85}{24} = 3,54$

Ҷадвали68. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои 9^{аб}-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №6–и ҷамоати шаҳраки Ховалинг ноҳияи Ховалинг, дар охири соли таҳсили 2024-2025 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	**Баҳо**				**Холи миёна**
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	25	8	9	6	2	$\frac{98}{25} = 3,92$
Синфи назоратӣ «Б»	24	5	8	9	2	$\frac{88}{24} \approx 3,67$

Ҷадвали 69. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $10^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №6–и ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар ибтидои соли таҳсили 2024-2025 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	Баҳо				Холи миёна
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	27	7	10	8	2	$\frac{111}{27} \approx 4,11$
Синфи назоратӣ «Б»	33	6	10	13	4	$\frac{117}{33} \approx 3,55$

Ҷадвали 70. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $10^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №6–и ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар охири соли таҳсили 2024-2025 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	Баҳо				Холи миёна
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	27	9	11	7	-	$\frac{110}{27} \approx 4,07$
Синфи назоратӣ «Б»	33	7	10	13	3	$\frac{120}{33} \approx 3,64$

Ҷадвали 71. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $11^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №6–и ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар ибтидои соли таҳсили 2024-2025 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	Баҳо				Холи миёна
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	26	9	9	6	2	$\frac{103}{26} \approx 3,96$
Синфи назоратӣ «Б»	26	6	8	8	4	$\frac{94}{26} \approx 3,62$

Ҷадвали 72. Натиҷаҳои санҷиши дараҷаи дониш ва малакаҳои хонандагони синфҳои $11^{\text{аб}}$-и муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №6–и ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг дар охири соли таҳсили 2024-2025 аз фанни геометрия

	Шумораи хонандагон	Баҳо				Холи миёна
		5	4	3	2	
Синфи озмоишӣ «А»	26	11	10	5	-	$\frac{110}{26} \approx 4,23$
Синфи назоратӣ «Б»	26	7	8	8	3	$\frac{97}{26} \approx 3,7$

Ҳангоми гузаронидани озмоиши педагогӣ минимуми дониш ва маҳоратҳоро аз инҳо истифода бурдем:

1. Тасаввурот доир ба моделҳои геометрӣ ва моделсозӣ. Ин тасаввурот мо дар хонандагон аз мушоҳидаҳо ва таҷрибаҳои шинос, китобҳо, барномаҳои телевизионӣ, иттилооти интернетӣ ҳосил намудем. Вобаста ба он, ки мо дар кадом синфҳо озмоишҳои таълимиро гузаронидем, шарҳи онҳоро бо тарзҳои гуногун баён намудем. Дар ин маврид мо аз хонандагон ягон қоида ва қонуниятро оид ба моделҳои геометрӣ ва моделиронӣ таиб накардем. Дар таҳқиқоти мо муҳим он буд, ки хонандагон аломатҳои асосӣ, хосиятҳои модел (ба маънои умумиилмӣ) – ро дуруст дарк намоянд: а) модел ба асли он то кадом дараҷа шабоҳат дорад; б) модел метавонад ивазкунандаи асл бошад.

2. Тасаввуррот доир ба моделҳои геометрӣ. Ин тасаввурот барои хонандагони синфҳои озмоишӣ дар асоси барнома ва маводи таълимӣ пешниҳод карда мешаванд. Инчунин дар хонандагон дар ҷараёни умумисозӣ ва такрори маводҳои таълимии омӯхташуда ташаккул меёбанд. Дар баъзе ҳолатҳо бошанд, дар раванди муқаддимаи мавзуҳои таълимии мувофиқ тасаввурот пайдо мекунанд.

3. Мавқеи асосиро дар озмоишҳои таълимӣ – ба хонандагон фаҳмонидани моҳияти масъалаҳои геометрӣ, сохторҳои онҳо, намудҳо, мазмун ва марҳилаҳои раванди ҳалли масъала ташкил медиҳанд. Дар масъалапҳои гуногуни моделҳои геометрӣ ҳамчун худи масъалаҳо қайд ва намоиш дода мешаванд ва, албатта, раванди ҳалли он низ шарҳ меёбад.

4. Бо ёрии машқҳои махсуси таълимӣ дар хонандагон малакаҳои гузаронидани таҳлили масъала ва муаррифии онро дар намуди моделҳои ёрирасони геометрӣ коркард кардан мумкин аст.

Ин на танҳо барои ташаккулёбии бошуурона ва самарабахши малакаҳои нишондодашуда муҳим аст, балки барои дар хонандагон тарбия намудани муносибат ба масъала ҳамчун объекти омӯзишӣ ва таҳқиқотӣ низ лозим мебошад.

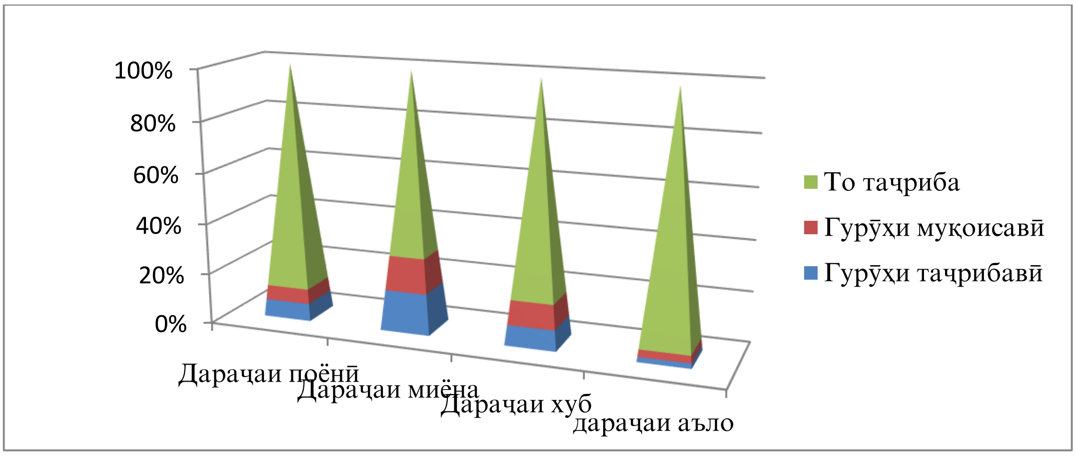
Малакаҳо дар натиҷаи ҳалли масъалаҳои сютестнок тавассути истифодаи моделҳои геометрӣ ҳангоми истифодабарии методи графикии ҳалли онҳо ва ҳангоми истифодаи методи алгебравии ҳалли масъалаҳои геометрӣ ва дигар навъи методҳо ташаккул меёбанд.

Характери ин навъи ҳалли моделии масъалаҳои монанд ба таври кифоя дар зербобҳои гузашта (Боби 2. 2.1., 2.2.) муайян карда шуда будем.

Натиҷаҳои озмоиши гузаронидашуда, дар байни хонандагони синфҳои 7 – 11 аз курси геометрияи мактабӣ то таҷриба, баъди таҷриба дар ҷадвалҳо ва диаграммаҳо аз рӯйи чор талабот (масъалаҳоро пурра ҳал карданд, қисман ҳал карданд, нодуруст ҳал карданд ё тамоман ҳал накардаанд) нишон дода шудааст.

Ҷадвали 73. Нақшаи омӯзиши муқоисавии донишҳои хонандагон аз методикаи истифодаи моделҳо дар ҳалли масъалаҳои геометрияи мактабӣ дар синфҳои 7-11

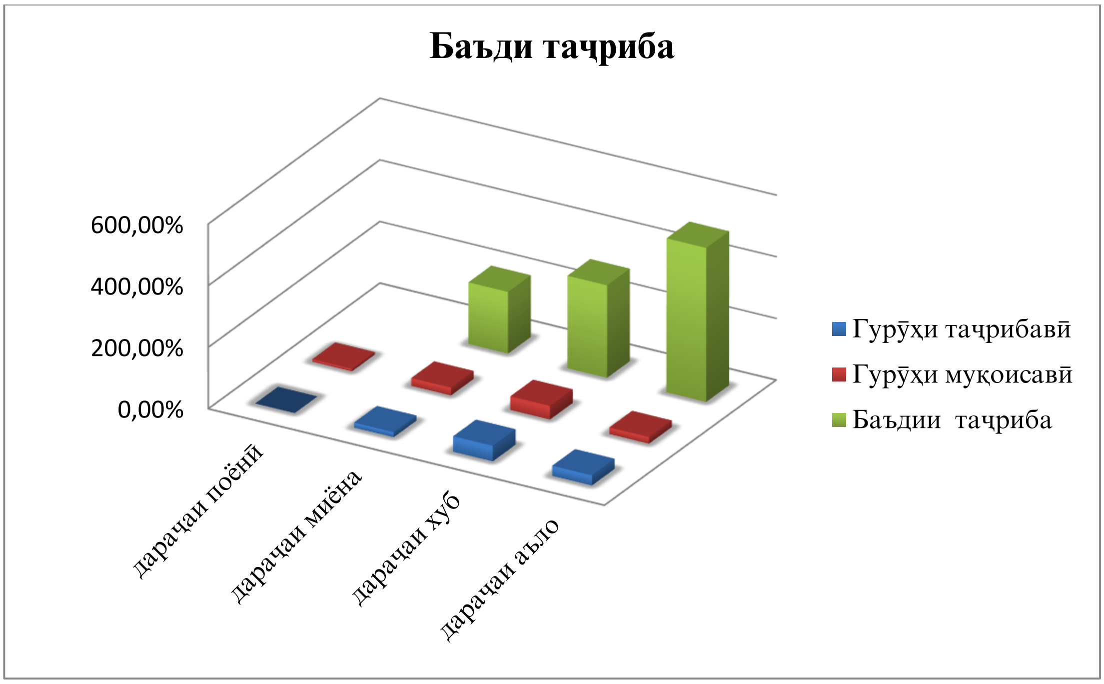
Сатҳи тайёрӣ	То таҷриба	
	Синфи озмоишӣ	синфи назоратӣ
Тамоман ҳал накардаанд	$\frac{55}{305}\cdot 100\% = 18{,}03\%$	$\frac{41}{296}\cdot 100\% = 13{,}85\%$
Нодуруст ҳал кардаанд	$\frac{120}{305}\cdot 100\% = 39{,}34\%$	$\frac{110}{296}\cdot 100\% = 37{,}16\%$
Қисман ҳал кардаанд	$\frac{88}{305}\cdot 100\% = 28{,}85\%$	$\frac{104}{296}\cdot 100\% = 35{,}14\%$
Пурра ҳал кардаанд	$\frac{42}{305}\cdot 100\% = 13{,}78\%$	$\frac{41}{296}\cdot 100\% = 13{,}85\%$



Расми 3.32. Натиҷаи омӯзиши муқоисавии дониши хонандагон аз фанни геометрияи мактабӣ то таҷриба

Ҷадвали 74. Натиҷаи омӯзиши муқоисавии донишҳои хонандагон аз методикаи истифодаи моделҳо дар ҳалли масъалаҳои геометрияи мактабӣ дар синфҳои 7-11

Сатҳи таёрӣ	**Баъдии таҷриба**	
	Гурӯҳи таҷрибавӣ	Гурӯҳи муқоисавӣ
Тамоман ҳал накардаанд	-	$\frac{35}{295} \cdot 100\% = 11{,}9\%$
Нодуруст ҳал кардаанд	$\frac{60}{303} \cdot 100\% = 19{,}8\%$	$\frac{80}{295} \cdot 100\% = 27{,}1\%$
Қисман ҳал кардаанд	$\frac{135}{303} \cdot 100\% = 44{,}6\%$	$\frac{90}{295} \cdot 100\% = 30{,}5\%$
Пурра ҳал кардаанд	$\frac{108}{303} \cdot 100\% = 35{,}6\%$	$\frac{90}{295} \cdot 100\% = 30{,}5\%$



Расми 2. Натиҷаи омӯзиши муқоисавии дониши хонандагон аз фанни геометрияи мактабӣ баъди таҷриба

Чи тавре ки аз наттиҷаҳои дар ҷадвалҳо ва диаграммаҳо оварда шуда маълум мегардад, фарқияти байни гурӯҳои озмоишӣ ва назоратӣ ба куллӣ назаррас аст. Ин шаҳодати он аст, ки методикаи коркардашудаи мо натиҷаҳои мусбат додаанд.

Ба хонандагон омӯзонидани ҳалли масъалаҳо бо истифода аз моделҳо дар мувофиқат бо муқаррарот ва принсипҳое, ки мо дар боби гузашта баён намудем, гузаронида мешавад.

Чизи аз ҳама муҳим дар методикаи мо аз он иборат аст, ки моделиронии геометриро на танҳо ҳангоми таҳлили масъала тавассути сохтани моделҳои ёрирасон, балки дар раванди ҳалли масъала истифода мебарем.

Ҳамасола мо санҷиши қатъии натиҷаҳои озмоишҳои таълимиро гузаронида, онҳоро бо натиҷаҳои ҳосилнамудаи гурӯҳои назоратӣ муқоиса намудем.

Хонандагони гурӯҳҳои озмоишӣ аз соли аввал оғоз намуда, донишҳо ва малакаҳои заруриро бошуурона ва ба таври ошкор бо истифодаи моделҳо дар ҳалли масъалаҳои геометрӣ азхуд кардаанд. Ин ба онҳо имконият дод, ки дар ҳалли дилхоҳ масъалаи сюжети сирф геометрӣ қобилиятҳои баландро зоҳир намоянд. Чунин тарз ба мо имкон медиҳад, ки боэътимодии методикаи коркардкардашудаи худро дар таълими ҳалли масъалаҳои геометрӣ бо истифодаи моделҳо собит намоем. Ин методика нисбат ба методикаҳои дигаре, ки барои ҳалли масъалаҳо татбиқ мешаванд, афзалияти худро нишон дод.

Аз ин бармеояд, ки таълими озмоишӣ дар муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ, ки дар он методикаи бевоситаи татбиқи моделҳо истифода гардидааст, барои ҳалли масъалаҳои геометрӣ ба таври кифоя самарабахш мебошад.

Натиҷаҳои назаррас дар ҳалли масъалаҳои геометрӣ гувоҳи он аст, ки дар рафти шиносоӣ методи умуми маъртифатии моделронӣ ба дарки аз худкунии хонандагон кумак мерасонад. Ин раванд дар навбати худ имкон медиҳад, ки моҳияти ҳодисаҳои бавуҷудоянда ошкор карда шавад.

Дар натиҷа метавон гуфт, ки ҳамаи он муассисаҳое, ки зери таҳқиқот қарор доштанд, аз рӯйи натиҷаҳои ҳосил намуда, бартарияти таълими озмоиширо эътироф намуданд.

Масалан, омӯзгори литсейи №1–и ба номи Исмоили Сомонии шаҳри Кӯлоб (Нодирзода Комил) чунин қайд мекунад: «Хонандагони синфҳои озмоишӣ дар гузашта аз уҳдаи мустақилонаи ҳалли масъалаҳо баромада наметавонистаанд». Агар дар аввали таҷрибагузаронӣ дар синфҳои 7–11–и муассисаи №9, муассисаи таҳсилоти миёнаи умумии №6, гимназияи давлатӣ ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг натиҷаҳо наонқадар хуб ба назар мерасид, дар охир методикаи истифодаи моделҳо (ИМ) дар ҳалли масъалаҳои геометрияи мактабӣ бартарии худро хуб нишон дод.

Хонандагони гурӯҳҳои озмоишӣ ҳангоми ҳалли масъалаҳои ношинос методҳои гуногуни ҳалро истифода бурда, таҳлили амиқи ҳалли масъаларо гузаронида, моделҳои ёрирасон ва ҳалкунандаро сохта тавонистаанд. Хонандагони гурӯҳҳои назоратӣ бошанд, масъалаҳоеро ҳал карда метавонанд, ки агар намунаи онро ҳал карда бошанд. Доир ба таҳлили ҳалли масъала хонандагони синфҳо кореро ба анҷом расонида метавонанд.

Дараҷаи поёнии тайёрии гурӯҳи хонандагони озмоишӣ аз 18,03% то ба сифр баробар гардид. Дараҷаии миёнаи сатҳи тайёрии хонандагони назоратӣто дараҷаии назаррас зиёд гардид. Натиҷаи ҷадвалҳо гувоҳи он аст, ки сатҳи азхудкунии хонандагони дар дараҷаи олӣ аз 13,78% то 35,6% коҳиш ёфт.

Таълими озмоишӣ ҳамзамон ба кӯшишу ғайрати хонандагон таъсири мусбат расонид. Дар давоми ҳар як соли озмоишӣ дараҷаи азхудкунии хонандагони гурӯҳҳои озмоишӣ дучанд шуда, малака ва маҳоратҳои амалии онҳо ба таври бесобиқа афзоиш ёфтаанд. Далели дигари ҷолиб ин аст, ки таваҷҷуҳи хонандагон ба геометрия ва машғулиятҳои гуногуни он зиёда гардид.

Геометрия барои онҳо ҳамчун фанни абстрактӣ дониста шуда, диққати онҳоро ба худ ҷалб намекард. Акнун баъди зери озмоиш қарор гирифтан онҳо аз уҳдаи таҳлили ҳалли масъала баромада, модели масъалаи гузошташударо сохта, ҳалли онро ба таври айёнӣ нишон медиҳанд. Мавзуъҳои барномаи таълимиро фаъолона азхуд мекунанд.

Муаллими математикаи гимназияи давлатӣ дар ҷамоати шаҳраки Ховалинг, ноҳияи Ховалинг (Давлатов Манзар) оид ба озмоиши гузаронидашуда чунин андеша дорад: «То гузаронидани озмоишҳои таълимӣ дараҷаи ҳал намудани масъалаҳои геометрии хонандагони синфҳои 7–11 бениҳоят паст буд. Баъди ташкили таълими озмоишӣ хонандагони синфҳои озмоишӣ таҳлили масъаларо беҳтар ва амиқтар гузаронида, навишти схемавии масъаларо барҷаста тасвир мекунанд».

Дар ин хонандагон малакаҳо тавассути таҳлили ҳаматарафаи шарти масъала рушд ёфтаанд. Ҳамаи ин шаҳодати он аст, ки кӯшишу ғайрати хонандагон дар омӯзиши илмҳои дақиқ вусъат ёфтааст.

Номзади илмҳои педагогӣ Ниёзов Ҷ.М., ки солҳои зиёд МТМУ № №27; 9–и шаҳри Кӯлоб кор кардааст, дар масъалаи таълими озмоишӣ чунин баён дошт: Мо метавонем дар дилхоҳ муассисаҳои таълимӣ бо ёрии моделҳои коркардашуда, ҳалли мисолҳои геометриро дар раванди таълим ба роҳ монем, ҳатто метавон онро дар факултаҳои физика математика ва математика информатика татбиқ намоем.

Дар натиҷаи кор бо ин методика хонандагон ва донишҷӯён метавонанд мустақилона ба ҳалли масъалаҳо машғул гардида, масъалаҳои душвору мураккабро ба қисматҳои сода ҷудо намуда ҳал намоянд. Ман пешниҳод менамоям, ки методикаи мазкур дар тамоми муасссисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ, литсейҳо, гимназияҳо ва коллеҷу донишгоҳҳо ба таври васеъ истифода шаванд».

Дар умум шакли таълим характери диалектикӣ дошта, ҷиҳатҳои мусбату манфии он бо усули гузаронидани корҳои мустақилона ва моделҳои геометрӣ вобаста ба вазъияти мавзуъ пурра татбиқ мегардад.

Хулосаи боби сеюм

Дар боби дуюми рисола мо бештар ба усулҳои моделронӣ диққат дода, моҳият ва дараҷанокии онро дар асоси адабиёти илмию методӣ дар корҳои таҷрибавӣ нишон додем. Таснифоти овардашуда имкон медиҳанд, ки дилхоҳ масъалаи геометрӣ дар асоси яке аз онҳо ё истифодаи якҷояи якчандтои онҳо моделсозӣ карда шуда, барои ошкор намудани талаботи он истифода бурда шаванд.

Мафҳуми модели ёрирасон, ки дар илм ба таври густурда паҳн шудааст, дар таҳқиқот мавқеи муҳимро ишғол намудааст. Мо ин моделҳоро дар ҳалли масъалаҳои характери умумидошта нишон дода, барои татбиқи онҳо дар ҳалли масъалаҳои мушаххас тавсияҳои алоҳидаро пешниҳод намудем.

Масъалаҳои курси геометрияи мактабиро асосан бо се қисм ҷудо мекунанд: масъалаҳои доир ба исбот, масъалаҳои созиш ва масъалаҳои миқдорӣ. Ҳеҷ як навъи ин масъалаҳоро мо наметавонем бе татбиқи моделиронӣ ҳал намоем. Аз ин рӯ, дар боби дуюми рисола мо оид ба ҳар як навъи ин масъалаҳо намунаҳоро пешниҳод намуда, истифодаи моделҳоро дар ҳалли онҳо бо таҳлилҳои илмӣ анҷом додем. Дар татбиқи истифодаи методҳо яке аз воситаҳои муҳим ба шумор меравад. Дар таҳқиқот ба масъалаҳои методии татбиқи моделҳо аҳамияти махсус дода, барои тавқияти кор ва ҷанбаҳои амалии он аз онҳо истифода бурдем.

Дар курси геометрияи мактабӣ теоремаҳои зиёд мавҷуд аст. Албатта, исботи теорема яке аз муҳимтарин корҳое мебошад, ки гузаронидани он боварии моро ба ҷой доштани ин тасдиқот устувор месозад. Мо исботи ҳеҷ як кадом теоремаро бо сохтани моделҳои мутобиқатӣ анҷом дода наметавонем. Оид ба ин масъалаи корҳои муайянро анҷом дода, тавсияҳои мушаххаси методиро оид ба онҳо пешниҳод намудем.

Раванди ҳалли ҳамагуна масъалаи геометрӣ ба ин ё он дараҷа раванди моделсозии он, яъне иваз кардани он бо дигар масъалае, ки ба он монанд аст, ба маънои якхела ҳалли худро дорад.

Дар бисёр мавридҳо моделсозӣ на барои тамоми вазифаи додашуда, балки барои он зервазифаҳое, ки ба хонандагон пешниҳод мешавад, амалӣ карда мешавад ва ба ин васила як намуди моделсозии қисман истифода мешаванд.

Ҳангоми ҳалли масъалаҳо мо аз аксиомаҳо, таъриф ва хосиятҳои шаклҳои геометрӣ ва дар мавридҳои алоҳида аз теоремаҳо истифода мебарем. Азбаски ҳеҷ як кадоми ин мафҳумҳо бе моделсозӣ собит намегарданд, табиист, ки ҳалли масъала, ки ба он дар алоқамандӣ мебошад, бе модел ва созишҳои ба онҳо мувофиқ анҷом дода намешаванд. Дар ин боб масъалаҳоро пурра ба инобат гирифта, натиҷаҳои бадастомадаро пешниҳод намудем.

ХУЛОСАҲО

1. Натиҷаҳои асосӣ илмии диссертатсия

Моделсозӣ дар пажуҳишҳои илмӣ аз замонҳои хеле пеш истифода мешуд ва он тадриҷан ҳамаи соҳаҳои фаъолияти инсониро фаро гирифт. Он дар соҳаҳои меъмориҳои техникӣ, сохтмон, меъморӣ, астрономия, физика, химия, математика, бахусус геометрия ва дар сикли фанҳои ҷамъиятшиносӣ татбиқ шуда, ҳамчун василаи муҳимми айёнӣ корбаст карда мешавад. Ҳамчун илм дар асри *XX* пазируфта шуд. Моделсозӣ моҳиятан дорои маъноҳои гуногун мебошад [3-М; 4-М].

Модел – ин ягон объекти моддӣ ё тасоввурие мебошад, ки объекти аслиро иваз менамояд. Моделсозӣ бошад, раванди сохтан, омӯхтан, таҳлилу қиёс намудан ва дар амал татбиқ намудани модел мебошад. Моделсозӣ дар ҳамаи ҷобаҷогузории коркарди гипотезаҳо, шаклҳо ва абстраксияҳо мақоми хоса дошта, моҳияти онҳоро шарҳ медиҳад[5-М; 6-М].

Моделсозӣ обеъекти сунъи буда аз тарафи инсон дар асоси объектҳои таҳқиқшавандаи асосӣ омухта шуда, он ҳамчун усули даркшаванда тавассути зеҳни инсон мувофиқи объектҳои гуногун сохта мешавад[9-М; 10-М].

Дар асоси таснифсозӣ чор навъи асосии он дар илм ҷудо карда шудааст: геометрӣ, физикӣ, моддӣ–математикӣ ва мантиқӣ–математикӣ[3-М; 9-М].

Моделҳои геометрӣ обектҳое мебошанд, ки ба асли худ бо тарзи геометрӣ монанд мебошанд.

Ба таҳқиқи пурраи мафҳуми модел ва моделсозӣ дар геометрия ва ҳалли масъалаҳои геометрӣ машғул гардида, бо қатъият тавонистем муқаррар намоем, ки он яке аз воситаҳои муҳимми омӯзишӣ ба шумор меравад. Аз ҷумлаҳои одитарини геометрӣ сар карда, то мураккабтарин масъалаҳои геометрӣ тавассути сохтани моделҳо нишон дода мешаванд. Ҳалли тамоми масъалаҳои геометрӣ маҳз тавассути сохтани моделҳои ашёҳои дар масъала овардашуда мебошад. Бо ин мақсад дар таҳқиқот мо бо модел ва моделсозӣ ҳамчун мафҳумҳои илмӣ–таҳқиқотӣ муносибат намуда, онро мавзуъ ва ҳадафи меҳварии қарор додем. Дар раванди таҳқиқот хулосаҳои зерин бароварда шуд:

1. Модел ва моделсозиро аз нуқтаи назари умумиилмӣ ва геометрӣ дар асоси адабиёти мавҷуда шаҳр дода, моҳияти аз ҳамчун объектҳои ивазкунандаи асл муайян намуда, онҳоро ҷиҳати назариявӣ асоснок намудем[1-М; 11-М].

2. Азбаски мо ин мафҳумҳоро дар ҳалли масъалаҳои геометрӣ истифода бурданро дар назар доштем, мафҳуми масъаларо ҳамчун объекти илмӣ муфасал омӯхта, тасниф намудем. Муносибати байни модел ва масъалаҳоро муқаррар намуда, алоқамандии онҳоро ошкор сохтем[4-М; 11-М].

3. Курси геометрияи мактабиро пурра аз назар гузаронида, барои аз нуқтаи назари илмӣ коркард намудани масъалаҳои он дар асоси мафҳуми модел ва моделиронӣ нақшаи корӣ мураттаб намудем. Масъалаҳоро ба гуруҳҳо ҷудо намуда, дар асоси моделҳои муайян ҳал намудани онҳоро тавсия намудем[2-М; 4-М].

4. Масъалаҳои мушаххасеро, ки характери мумӣ доранд, интихоб намуда, дар асоси методҳои муайяни илмӣ бо назардошти татбиқи моделиронӣ ба онҳо корҳои таҳқиқотиро анҷом додем[5-М; 6-М].

5. Дар ҳалли як масъала истифодаи якчанд модел ва дар ҳалли якчанд масъала истифодаи як моделро дар раванди таҳиқот ба кор бурдем[7-М; 8-М].

6. Бештар бо методи айёниятнокии таълим такя намуда, раванди таҳқиқотро тақсимбандӣ ва марҳилаҳои амалисозии онро нишон додем[8-М; 11-М].

7. Моделсозиро ҳамчун методи таълим тавсия намуда, гузаронидани озмоишҳоро дар ин замина ташкил ва баргузор кардем. Натиҷаҳои дар ин замина ҳосилшударо бо коркардҳои анъанавӣ қиёс намуда ба хуслосае

омадем, ки ба таври ошкор татбиқ намудани ин восита бартариҳои зиёдеро соҳиб мебошад[3-М; 11-М].

2. Тавсияҳои оид ба истифодаи амалии натиҷаҳо

1. Дар натиҷаи кори илмӣ–таҳқиқотӣ модели аломатии масъалаи вазъият ва раванди ҳалли онро ҳамчун раванди моделсозӣ, сохтани моделҳои ҳадафи масъала, таҳлили китобҳои дарсӣ, воситаҳои ёрирасон, дастурҳои таълимӣ, корҳои амалии таълимдиҳандагон ва ғайра баррасӣ карда шуд.

2. Дар кисмати озмоишӣ дараҷаи илмӣ ва самарабахшии усулҳои таълимӣ, ҳалли масъалаи геометрии ба миён омада, дар давоми солҳои 2022–2025 ҷамбаст гардида, бартарияти истифодаи моделҳо дар ҳалли масъалаҳои геометрияи мактабӣ возеҳ нишон дода шуд.

3. Ҷиҳати ҳавасмандгардонии хонандагон дар пажуҳиш омӯзиши пайдарпайи моделсозӣ дар курси геометрияи мактабӣ ҳангоми ҳалли масъалаҳо, алоқамандии онҳо бо дигар мафҳумҳои геометрӣ бо назардошти усулҳои таълимӣ муайян карда шаванд.

4. Дар муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ барои баланд гардидани савияи донишҳои геометрӣ омӯзгорон метавонанд ҳалли масъалаҳои геометро дар асоси усулҳои моделронӣ истифода намоянд.

НОМГӮИ АДАБИЁТ

1. Феҳристи сарчашмаҳои истифодашуда

[1]. *Адамар, Ж.* Элементарная геометрия Ч. 1 [Текст] / Ж. Адамар // М.: Учпедгиз, 1956. – 608 с.

[2]. *Азимов, Н.С.* Моделирование процесса нахождения вероятности повторных испытаний по формуле бернули [Матн] / *Н.С. Азимов* // Маводи конференсияи сеюми байналмиллалии илмӣ – амалии «Проблемаҳои муосири таҳсилоти математикӣ, информатикӣ ва физикӣ дар мактабҳои миёнаю олӣ» бахшида ба бистсолаи омӯзиш ва рушди илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф «Солҳои 2020 – 2040» ва 75-солагии доктори илмҳои педагогӣ, профессор, узви вобастаи АТТ Мансур Нугмонов (16 –уми май). – Душанбе, 2024. – 326 – 330.

[3]. *Акчурин, И.А.* О методологических проблемах математического моделирования в биоогии (Математическое моделирование жизненных прочессов [Текст] / И.А. Акчурин, М.Ф. Веденов, Ю.Б. Сачков // М., 1968.

[4]. *Акчурин, И.А.* Познавательная роль математического моделирования [Текст] / И.А. Акчурин // М., 1968.

[5]. *Алиев, Б.* Геометрия. Китоби дарсӣ барои синфи 11 [Матн] / Б. Алиев // Душанбе.: Маориф, 2014. – 128 с.

[6]. *Аргунов, Б.И.* Геометрические построения на плоскости [Текст] / Б.И. Аргунов, М.Б. Балк // М., 1995.

[7]. *Аргунов, Б.И.* Задачник-практикум по геометрии часть II [Текст] / Б.И. Аргунов, И.В. Парнасский, О.Е. Парнасская, М.М. Цаленко // М., 1979 – 95 с.

[8]. *Арнольд, В.И.* Жесткие и «мягкие» математические модели: Научно-практический семинар «Аналитика в государственных учреждениях» [Текст] / В.И. Арнольд // М. 1997, 23с.

[9]. *Артемов, А.К.* Состав и методика формирования геометрических умений школьников [Текст] / А.К. Артемов // Пенза, М., 1969.

[10]. *Атанасян, Л. С.* Геометрия 10-11 [Текст] / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Л.С. Кисилева, Э.Г. Позняк // М: Просвещение, 1996 – 207 с.

[11]. *Афанасьев, П.И.* Применение мысленных моделей при обучении физики [Текст] / П.И. Афанасьев // Физика в школе, 1972, №6.

[12]. *Бал, М. Б.* Геометрия масс [Текст] / М.Б. Бал, В.Г. Болтяниский // М: «Наука», Гл. ред. физ.-мат.лит., 1987 – 160 с.

[13]. *Балл, Г.А.* Вопросы психологии [Текст] / Г.А. Балл // М:. 1976. – 180ст.

[14]. *Балл, Г.А.* О психологическом содержании понятия «задача», Вопросы психологии [Текст] / Г.А. Балл // 1970. №6. 4- 6.

[15]. *Березина, Л.Ю.* Методические функции чертежа при изучении планиметрии. – Пути улучшения математической подготовки школьников [Текст] / Л.Ю. Березина, И.Н. Никольская // Сб. науч. тр. – Якутск, Изд-во ЯГУ, 1987, с. 25-27.

[16]. *Березина, Л. Ю.* Геометрия в 8 классе [Текст] / Л.Ю. Березина, И.Л. Никольская // М: Просвещение , 1985. - 41 с.

[17]. *Берцфаи Л.В.* Функция действия моделирования в структуре учебной деятельности школьника [Текст] / Л.В. Берцфаи // Психология учебной деятельности школьников. М.1982.

[18]. *Бескин, Н.М.* Методика геометрии [Текст] / Н.М. Бескин // М:. 1947. 73ст.

[19]. *Бескин, Н. М.* Методика геометрии [Текст] / Н.М. Бескин. – М : Учпедгиз, 1947. – 142 с.

[20]. *Бирюкин, Г. С.* Измерение геометрических величин и их метрическое обеспечение [Текст] / Г.С. Бирюкини // М.: 1987. – 368 с.

[21]. *Богушевский, К.С.* Развитие пространственных преставлений в курсе геометрии IX класса. – Математика в школе. (Из опыта работы учителей.) [Текст] / К.С. Богушевский // М., Московский рабочий, 1951, с.174-186.

[22]. *Бойматов, К.* Табдилдиҳиҳои геометрии [Матн] / К. Бойматов А. Сӯфиев, С. Ғафуров // Душанбе, - 1995.

[23]. *Болтянский, В. Г.* Векторное обоснование геометрии [Текст] / В.Г. Болтянский, И. М. Яглом // М.: Знание, 1972.

[24]. *Борейко, А.С.* Развитие пространственного воображения учащихся X-XI классов при изучении стереометрии: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. пед. Наук [Текст] / А.С. Борейко // Киев, 1992, 17с.

[25]. *Ботвинников, А.Д.* Научные основы формирования графических знаний, умений и навыков школьников [Текст] / А.Д. Ботвинников, Б.Ф. Ломон // М., Педагогика, 1976, 256с.

[26]. *Брадис, В.М.* Меттодика преподования математики в средней школе [Текст] / В.М. Брадис // М:. 1954.

[27]. *Братко, А.А.* Моделирование психики [Текст] / А.А. Братко // М., 1969.

[28]. *Брушлинский, А.В.* Психология мышления и педагогическая практика [Текст] / А.В. Брушлинский // Вопросы психологии, 1969, №3. 37 – 38.

[29]. *Бурҳонов, У.* Геометрия китоби дарсӣ барои синфи 8 [Матн] / У.Бурҳонов, Ҷ. Шарифов // Душанбе.: Бебок. 2013. - 112 с.

[30]. *Бурҳонов, У.* Геометрия. Китоби дарсӣ барои синфи 7 [Матн] / У. Бурҳонов, Ҷ. Шарифов // Душанбе.: Бебок. 2013. - 111 с.

[31]. *Буш Р.* Стохостические модели обучаемости [Текст] / Р. Буш, Ф. Мостеллер // Пер. санг. М., 1962.

[32]. *Вавилова, Т.Е.* Модель реализации педагогического потенциала информационно-коммуникационных технологий в учебном процессе ведомственного вуза [Текст] / Т.Е. Вавилова, П.М.Моргачева // Вестник Воронежского института МВД России. – 2011. - №4. – С.189-191.

[33]. *Варданян А.У.* Формирование действия учебного моделирования как средства изучения и оценки творческих способностей учащися. Пути формирования творческого мышления школьников [Текст] / А.У. Варданян, Д.Н. Абрамян, Г.А. Варданян // Уфа, 1983.

[34]. *Василевский, А.Б.* Методика решения геометрических задач [Текст] / А.Б. Василевский // Минск.: 1969. – 232 с.

[35]. *Волф Ф.* Проблемы в преподовании математикии // Роль аксиоматики и решение задач по математике [Текст] / Ф. Волф // М:. 1966.

[36]. *Восидов Ш.Ю.* Моделсозии масъалаҳои таълимӣ доир ба муодилаи квадратӣ барои донишҷӯёни муассисаҳои таҳсилоти олӣ[Матн] / Ш.Ю. Восидов, М. Нугмонов, Х.Ш. Ҷураев // Маводи конференсияи дуюми байналмиллалии илмӣ – амалии «Проблемаҳои муосири таҳсилоти математикӣ, физикӣ ва информатикӣ дар мактабҳои миёнаю олӣ» (бахшида ба 70-солагии М. Нугмонов). – Душанбе «Алвон», 2019. – 114 – 121.

[37]. *Выговская, В.В.* Сборник практических задач по математике. 6-класс [Текст] / В.В. Выговская // Москва. 2021. 62ст.

[38]. *Габович, И. Г.* Алгоритмический подход к решению геометрических задач [Текст] / И.Г. Габович // Киев: Радянська школа, 1989: - 157 с.

[39]. *Гадозода, М.* Начално –краева задача для моделного дифференциального уравнения в частных производных второго порядка [Текст] / *М. Гадозода, Х.М. Хафизов* // Маводи конференсияи илмӣ – амалии байналмиллалӣ дар мавзуи «Таҳлили комплексӣ ва тадбиқҳои он» бахшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф», 75-солагии корманди шоистаи Тоҷикистон, узви вобастаи АМИТ, доктори илмҳои физикаю математика, профессор И.Қ. Қурбонов ва 70-солагии доктори илмҳои физикаю математика, профессор Ҷ.С. Сафаров. – Бохтар:, (19 ноябри соли 2022)–С. 34-37.

[40]. *Гелернтер Г.* Реализация мащины, доказывающей геометрические теоремы // Вычислительные мащины и мышление [Текст] / Г. Гелернтер // М., 1967.

[41]. *Глаголев, Н. А.* Элементарная геометрия [Текст] / Н.А. Глаголев // Планиметрия. - М.: Учпедгиз, 1954 // 236 с.

[42]. *Глейзер Г.Д.* Психолого – математические основы развития пространственных представлений при обучении геометрии. – Преподо-

вание геометрии в IX- X классах: Сб. статей [Текст] / Г.Д. Глейзер // М., Просвещение, 1980, с. 253-269.

[43]. *Глейзер Г.Д.* Развитие пространственных преставлений школьников при обучении геометрии [Текст] / Г.Д. Глейзер // М., Педагогика, 1978, 104с.

[44]. *Глейзер Г.Д.* Методы формирования и развития пространственных представлений у учащихся в процессе обучения геометрии. – Психолого-педагогические основы совершенствования содержания и методов обучения. Предметы естественно-математического цикла. Тезисы докладов [Текст] / Г.Д. Глейзер, И.Г. Вяльцева // М., Педагогика, 1973, с. 36-38.

[45]. *Глинский, Б.А.* и др. Моделирование как метод научного иссле дования [Текст] / Б.А. Глинский // М., 1965.

[46]. *Грицюк С.Н.* Математические методӣ и модели в экономике. Высшее образование [Текст] / С.Н. Грицюк., Е.В. Мирзоева., В.В. Лысенко // Ростав-на-Дону Издательство ФЕНИКС, 2007. 348ст.

[47]. *Гурова Л.Л.* Психологические обоснование использования моделей при решении стереометрических здач. – Формирование и развитие пространственных представлений у учащихся. Под ред. Н.Ф. Четверухина [Текст] / Л.Л. Гурова // М., Просвещение, 1964.

[48]. *Гусев, В.А.* Методика обучения геометрии [Текст] / В.А. Гусев // М.: ACADEMA. 2004. – 231 с.

[49]. *Давлатзода, С.Х.* Биология ва экология дар раванди моделсозии математикӣ [Матн] / С.Х. Давлатзода // Маводи конференсияи илмӣ – амалии байналмиллалӣ дар мавзуи «Таҳлили комплексӣ ва тадбиқҳои он» бахшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф», 75-солагии корманди шоистаи Тоҷикистон, узви вобастаи АМИТ, доктори илмҳои физикаю математика, профессор И.Қ. Курбонов ва 70-солагии доктори илмҳои физикаю математика, профессор Ҷ.С. Сафаров. – Бохтар:, (19 ноябри соли 2022)–С. 41-45.

[50]. *Дадаҷонов, Б.Ё.* Таҷрибаи таҳқиқоти оид ба истифодаи методи моделсозӣ дар омӯзиши курси геометрия [Матн] / Б.Ё. Дадаҷонов // Маводи коференсияи байналмилалӣ Бохтар.: 2019. с. 326-327.

[51]. *Дадоҷонов Б.* Оид ба омӯзиши мафҳумҳои нарзариявии геометрия [Матн] / *Б. Дадоҷонов* // Маводи конференсияи илмӣ – амалии ҷумҳуриявӣ дар мавзуи «Тарбия ва тайёр намудани муаллимони математика дар мактабҳои олии омӯзгории Тоҷикистон дар шароити имрӯза» бахшида ба 80-солагии доктори илмҳои педагогӣ, профессор Ислом Ғуломов – Кӯлоб:, (8-июни соли 2019)–С. 206-207.

[52]. *Дадоҷонов Б.Ё.* Истифодаи методи моделиронӣ барои исботи аломати сеюми баробарии секунҷаҳо[Матн] / Б.Ё. Дадоҷонов, Ш. Мустафоқулов // Маводи конференсияи дуюми байналмиллалии илмӣ – амалии «Проблемаҳои муосири таҳсилоти математикӣ, физикӣ ва информатикӣ дар мактабҳои миёнаю олӣ» (бахшида ба 70-солагии М. Нугмонов). – Душанбе «Алвон», 2019. – 106 – 108.

[53]. *Дадоҷонов Б.Ё.* Моделиронии амалиётҳои таълимӣ барои муайян кардани салоҳияти хонандагон оид ба ҳалли масъалаҳои геометрӣ [Матн] / Б.Ё. Дадоҷонов, Д.Ф. Сулаймонов // Маводи конференсияи дуюми байналмиллалии илмӣ – амалии «Проблемаҳои муосири таҳсилоти математикӣ, физикӣ ва информатикӣ дар мактабҳои миёнаю олӣ» (бахшида ба 70-солагии М. Нугмонов). – Душанбе «Алвон», 2019. – 92 – 95.

[54]. *Дадоҷонов, Б.Ё.* Таҷрибаи таҳқиқоти оид ба истифодаи методи моделсозӣ дар омӯзиши курси геометрия [Матн] / Б.Ё. Дадоҷонов // Маводи конференсияи илмӣ – амалии «Масъалаҳои муосири математика ва методикаи таълими он» бахшида ба 25-солагии конситутсияи Ҷумҳурии Тоҷикистон ва 80-солагии доктори илмҳои педагогӣ, профессор Шарифзода Ҷумъа Шариш. – Бохтар:, 2019. – С. 326 - 328.

[55]. *Дадоҷонов, М.Ё.* Оид ба истифодаи методи моделиронӣ дар ҳалли масъалаҳои матнӣ [Матн] / М.Ё. Дадоҷонов, Б.Ё. Дадоҷонов // Маводи

конференсияи илмӣ – амалии «Масъалаҳои муосири математика ва методикаи таълими он» бахшида ба 25-солагии конситутсияи Ҷумҳурии Тоҷикистон ва 80-солагии доктори илмҳои педагогӣ, профессор Шарифзода Ҷумъа Шариш. – Бохтар:, 2019. – С. 215 - 217.

[56]. *Дахин, А.Н.* Педагогическое моделирование: монография / А.Н. Дахин [Текст] // Новосибирск: Изд-во НИПКиПРО, 2005. – 230с.

[57]. *Делимова, Ю.О.* Моделирование в педагогике и дидактике [Текст] / Ю.О. Делимова // [Электронный ресурс] – Режим доступа: 2013.

[58]. *Джордж Ф.* Модели в кибернетике [Текст] // Моделирование в биологии / Ф. Джордж // М.1969.

[59]. *Джумаев, К.К.* Изучение геометрических задач в школе [Текст] / К.К. Джумаев // Душанбе, 1975. – 150 с.

[60]. *Донедю, А.* Евклидова планиметрия [Текст] / А. Донедю// – М, 1978. – 272 с.

[61]. *Дробницкий, А.С.* Использование моделей в комплексе средств обучения химии. Автор. дис….канд.пед.наук [Текст] / А.С. Дробницкий // М., 1972.

[62]. *Ёқубов, С.* Нақшакашии муҳандисӣ-компютерӣ [Текст] / С. Ёқубов, А.Ф. Ҷалолов, С.М. Юсупов, М.Б. Боев // Бӯстон, 2019, 135саҳ.

[63]. *Ерыгин, Д.П.* Приспособления для учебных моделей [Текст] / Д.П. Ерыгин, Г.В. Коломиец // Химия в школе, 1975, №4.

[64]. *Запорожко, В.В.* Модель формирования готовности будущего учителя информатики к работе в компьютерной среде обучения [Текст] /В.В. Запорожко// Вестник ОГУ. – 2011, - №2 (121) – с. 161-168.

[65]. *Земляков, А.Н.* Геометрия в 10 классе [Текст] / А.Н. Земляков // М.: Просвещение, 1986. – 208 с.

[66]. *Земляков, А.Н.* Геометрия в 9 классе [Текст] / А.Н. Земляков // М.: Просвещение, 1985. – 176 с.

[67]. *Зиев, Б.Г.* Задачи по геометрии для 7-11 классов [Текст] / Б.Г. Зиев, В.М. Мейлер // М.: Просвещение, 1991. – 270 с.

[68]. *Изаак Д.Ф.* Чертеж в школьном преподавании геометрии. – Ученые записки Оренбургского ГПИ им. Т.Г.Шевченко. Вып. 3. Кафедра математики [Текст] / Д.Ф. Изаак // Оренбург, 1962, с. 34-54.

[69]. *Извольский, Н.А.* Геометрические учение о площадях [Текст] / Н.А. Извольский // Математика в школе 1935. – С. 7-11.

[70]. *Калапуша Л.Р.* Моделирование в курсе физики средней школы Автор. дис….канд.пед.наук. / Л.Р. Калапуша // Киев, 1966.

[71]. *Каменецкий С.Е.* Моделирование в преподовании физики [Текст] / С.Е. Каменецкий, Н.А. Солодухин // Физика в школе, 1970, №3.

[72]. *Карим – заде Ҳ.* Моҳияти омӯзиши моделсозии математикӣ дар дарси технологияи информатсионии хонандагони муассисаҳои таҳсилотҳои умумӣ [Матн] / *Карим – заде Ҳ., С.О. Одиназода, Е.Н. Неъматов, Ш. Содиқова* // Маводи конференсияи сеюми байналмиллалии илмӣ – амалии «Проблемаҳои муосири таҳсилоти математикӣ, информатикӣ ва физикӣ дар мактабҳои миёнаю олӣ» бахшида ба бистсолаи омӯзиш ва рушди илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф «Солҳои 2020 – 2040» ва 75-солагии доктори илмҳои педагогӣ, профессор, узви вобастаи АТТ Мансур Нугмонов (16 –уми май). – Душанбе, 2024. – 316 – 319.

[73]. *Карим-Заде Ҳ.* Методҳои моделсозии математикӣ [Матн] / Карим-Заде Ҳ., М. Эргашева // Душанбе, 2011, 367 саҳ.

[74]. *Клопский, В.М.* Геометрия 10 [Матн] / В.М. Клопский // Душанбе.: Маориф. 1978.

[75]. *Клопский, В. М.* Геометрия. Учебное пособие для 9-10 классов срдней школы [Текст] / В.М. Клопский, З.А. Скопец, М.И. Ягодовский // М.: Просвещение, 1978. – 255 с.

[76]. *Колмогоров, А. Н.* Геометрияи синфи 8. Васоити таълим [Матн] / А. Н. Колмогоров, А.Ф. Семёнович, Ф.Ф. Нагибин, Р.С. Черкасов // Душанбе. Ирфон 1975. – 120 с.

[77]. *Колягин Ю.М.* Задачи в обучении математике. Част 1. Математтические задачи как средство обучение и развития [Текст] / Ю.М. Колягин // М:. 1977.

[78]. *Компаниец, П.А.* Длина окружности, площадь круга, объем цилиндра от литровой кружки до модели моделей цилиндров [Текст] / П.А. Компаниец // Дис.кан.пед.наук. – Л., 1976. – 252 с.

[79]. *Костицын В.Н.* Моделирование на уроках геометрии [Текст] / В.Н. Костицын // Москва, 2000. 158ст.

[80]. *Крутецкий, В. А.* Психология подростка [Текст] / В.А. Крутецкий, Н. С. Лукин // М.: Просвещение, 1965. – 136 с.

[81]. *Крыговская А.С.* Развитие математической деятельности учащихсия и роль задач в этом развитии [Текст] / А.С. Крыговская // Матетика в школе. 1966. №6.

[82]. *Қурбонова У.Т.* Моделирование электронных образовательных ресурсов [Текст] / У.Т. Қурбонова // Куляб, 2021, 141саҳ.

[83]. *Қурбонова У.Т.* Теоретические основы моделирования электрон-ных образовательных материалов (ЭОМ) в дидактике [Текст] // «Вестник ТНУ» (ISSN 2074-1847), №6, 2019, стр. 254-260.

[84]. *Леонтьев А.Н.* Проблемы розвития психики [Текст] / А.Н. Леонтьев // М:. 1981. 311ср.

[85]. *Лернер И.Я.* Проблема познаватеьных задач в обчении основам гуманитарных наук и пути ее исследования [Текст] / И.Я. Лернер // М:. 1972. 37с.

[86]. *Лимонтов, Ф.С.* О природе вопроса [Текст] /Вопрос, мнение, человек / Ф.С. Лимонтов // Лелинград. 1971. 354ст.

[87]. *Лоповок Л.М.* Изображение фигур в стереометрии. – Преподавание геометрии в IX - X классах: Сб. статей [Текст] / Л.М. Лоповок // М., Просвещение, 1980, с. 158-184.

[88]. *Матюшкин, А.М.* Основые психологические модели проблемных ситуаций [Текст] / А.М. Матюшкин // М:. 1968. 340ст.

[89]. *Матюшкин, А.М.* Проблемны е ситуации в мышлении и обучении [Текст] / А.М. Матюшкин // М:. 1973. 326ст.

[90]. *Матющкин, А.М.* Основные психологически модели проблемных ситуаций [Текст] // Основные подходы к моделированию психики и эвристи-ческому программированию / А.М. Матющкин // М., 1968.

[91]. *Маҳкамов, М.* Математика. Тестҳо барои дохилшавандагон (дастури методӣ) [Матн] / М. Маҳкамов // Душанбе.: 2015. – 207 с.

[92]. *Мацкин, М. С.* Методика преподавания о геометрических величин в средней школе [Текст] / М.С. Мацкин Дис... кан.пед.наук // М., 1979. - 221 с.

[93]. *Михайлова, И.Б.* К вопросу о модельном характере представлений [Текст] // Методологические проблемы современной науки / И.Б. Михайлова // М., 1964.

[94]. *Моисеев, Н.Н.* Математические модели экономической науки [Текст] / Н.Н. Моисеев // М., 1973.

[95]. *Морозов, К.Е.* Математическое моделирование в научном познании [Текст] / К.Е. Морозов // М., 1969.

[96]. *Мустафоқулов, Т.* Асосҳои психологияи синнусолӣ ва педагогӣ. (Васоити таълимӣ) [Матн] / Т. Мустафоқулов, М. Нарзуллоев // Кӯлоб.: Иттиҳодияи истеҳсолии матбааҳои ш. Кӯлоб.1993. – 360 с.

[97]. *Мустафоқулов, Т.* Асосҳои психологияи умумӣ (Китоби дарсӣ) [Матн] / Т. Мустафоқулов, М. Давлатов // Душанбе.: Империал - Групп. 2012. – 422 с.

[98]. *Назаров, М.С.* Модель формированиея управленческой компетенции будущих учителей информатики средствами педагогической технологий [Текст] / М.С. Назаров, М.Р. Алимухамедов, М.Р. Арипова // Маводи конференсияи илмӣ – амалии байналмиллалӣ дар мавзуи «Таҳлили комплексӣ ва тадбиқҳои он» бахшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф», 75-солагии корманди шоистаи Тоҷикистон, узви вобастаи АМИТ, доктори

илмҳои физикаю математика, профессор И.Қ. Қурбонов ва 70-солагии доктори илмҳои физикаю математика, профессор Ҷ.С. Сафаров. – Бохтар:, (19 ноябри соли 2022)–С. 341-343.

[99]. *Нгуен Ван Тханг.* Функции моделирования в процессах решения школьных задач. Автор. дис….канд.пед.наук [Текст] / В.Т. Нгуен // М., 1975.

[100]. *Норов, Р.* Ёфтани баландӣ, масоҳати секунҷа ва чоркунҷа аз рӯи тараф, баландӣ, хати миёна ва периметр (маводи конференсияи ҷумҳуриявии илмӣ-амалӣ) [Матн] / Р. Норов, Н. Худойдоди, Ғ. Неъматов // Душанбе., 2017. С – 75-76.

[101]. *Нугмонов, М.* Гуфтор дар ситоиши математика ва омӯзиши он [Матн] / М. Нугмонов// Душанбе, 2005. – 140 с.

[102]. *Нугмонов, М.* Стандарт ва барномаи таълими фанни математика. (барои синфҳои 5-11-уми муассисаҳои таҳсилоти умумӣ) [Матн] / М. Нугмонов, С. Қурбонов, С. Тӯронов // Душанбе, 2018.111саҳ.

[103]. *Нугмонов, М.* Барномаи таълимӣ барои синфҳои 5-11 [Матн] / М. Нугмонов, С. Қурбонов, С. Туронов // Душанбе.: принт. 2018. – 111 с.

[104]. *Ҳамдамзода, Х.А.* Татбиқи модели математикӣ дар иқтисодиёт [Матн] / *Х.А. Ҳамдамзоа, Ҷ.С. Сафаров* // Маводи конференсияи илмӣ – амалии байналмиллалӣ дар мавзуи «Таҳлили комплексӣ ва тадбиқҳои он» бахшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф», 75-солагии корманди шоистаи Тоҷикистон, узви вобастаи АМИТ, доктори илмҳои физикаю математика, профессор И.Қ. Қурбонов ва 70-солагии доктори илмҳои физикаю математика, профессор Ҷ.С. Сафаров. – Бохтар:, (19 ноябри соли 2022)–С. 229-231.

[105]. *Ҳамидов, Ж.А.* Моделирование процесса формирования готов- ности будущего учителя профессионального образования к применению информационных технологий [Текст] / Ж.А. Ҳамидов // Молодой ученый, -2011, - №12 (35). Том 2. – с. 145-149.

[106]. *Овчаров, А.В.* Модели подготовки будущего учителя к исполь-зованию компьютерных технологий [Текст] / А.В.Овчаров // Известия РГПУ им. А.И. Герцена. – 2006. - №17. – с. 160-171.

[107]. *Оконь, В.* Основы проблемного обучения [Текст] / В. Оконь М:. 1968. 208ст.

[108]. *Осимов, К.У.* Методҳои ҳалли масъалаҳои мате-матикӣ [Матн] / К.У. Осимов., Л.М. Фридман // Душанбе:, 205саҳ.

[109]. *Островский, А.И.* Геометрия помогает арифме- тике [Текст] / А.И. Островский, Б.А. Кордемский // М., 1960.

[110]. *Панкратов, А.А.* Начертательная геометрия: Пособие для ст.пед. ин-тов [Текст] / А.А. Панкратов // М., Учпедгиз, 1963, 204с.

[111]. *Перминова, Л.М.* Дидактическая модель обучения: методология, структура [Текст] / Л.М. Перминова // Гуманитарные науки и образование. – 2015. №3. – с. 61-67.

[112]. *Погонец, Г.К.* Модельные представления при изучении физики в 10 классе [Текст] / Г.К. Погонец // Физика в школе. 1967, №2.

[113]. *Погонец, Г.К.* Применение капельной модели при изучении радиоактивности и делении атомных ядер [Текст] / Г.К. Погонец, Л. Прока // Физика в школе. 1973, №2.

[114]. *Погорелов, А.В.* Геометрия. 7-9 класс [Текст] / А.В. Погорелов // Москва, 2009. 223ст.

[115]. *Погорелов, А.В.* Геометрия. Китоби дарсӣ барои синфҳои 7-11 мактаби миёна [Матн] / А.В. Погорелов // Душанбе.: Маориф, 1991/ – 384 с.

[116]. *Пойа Д.* Как решит задачу [Текст] / Д. Пойа // М:. 1961. – 110ст.

[117]. *Полякова А.Г.* Психолого-педагогические условия формирования пространственных представлений у подростков. (На м-ле дсциплины «Геометрия»): Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. пед. Наук [Текст] / А.Г. Полякова // Екатеринбург, 1993, 21с.

[118]. *Пономараев, Я.А.* Психология творческого мышлени [Текст] / Я.А. Пономараев // М:. 1960. 304ст.

[119]. *Пономарев, С.А.* Задачник-практикум по курсу «Элементарной геометрии» [Текст] / С.А. Пономарев // М., 1963. – 207 с.

[120]. *Попкович, В.В.* Модели в курсе физики средней школы. Автор. дис….канд. пед. Наук [Текст] / В.В. Попкович // Киев. 1971.

[121]. *Рафиев, С.С.* Математические модели динамики адсорбции нанопорошка гидразина [Текст] / С.С. *Рафиев, М.М. Сафаров, Ш.З. Нажмудинов* // Маводи конференсияи илмӣ – амалии «Масъалаҳои муосири математика ва методикаи таълими он» бахшида ба 25-солагии конситутсияи Ҷумҳурии Тоҷикистон ва 80-солагии доктори илмҳои педагогӣ, профессор Шарифзода Ҷумъа Шариш. – Бохтар:, 2019. – С. 66 - 68.

[122]. *Рейтман, У.Р.* Познание и мышление [Текст] / У.Р. Рейтман // М:. 1968. 300ср.

[123]. *Робинсон, А.* Введение в теорию моделей и математику алгебры [Текст] / А. Робинсон // М., 1967.

[124]. *Ройтман, И.А.* Решение стереометрических задач методом ортогональных проекций / И.А. Ройтман // Математика в школе, 1956, №6, с. 39-43.

[125]. *Рубинштейн, С.Л.* Избранные философско-психологические труды. Основы онтологии, логики и психологии [Текст] / С.Л. Рубинштейн // М., Наука, 1997, 463с.

[126]. *Рубинштейн С.Л.* Основы общей психологии: В 2т. Т.1. [Текст] / С.Л. Рубинштейн // М., Педагогика, 1989, 488с.

[127]. *Сатторов, А. Э.* Истифодаи маводи таърихӣ ҳангоми таълими геометрия [Матн] / А.Э. Сатторов, А.М. Хоҷаев // Душанбе., Ирфон, 2020. – 161 с.

[128]. *Сафаралӣ, Н.* Маҷмӯаи корҳои санҷишӣ аз фанни геометрия барои синфҳои 7-11 [Матн] / С. Ниёзов // Душанбе ., 2008. – 46 с.

[129]. *Семенович, О.Ф.* Геометрия: Аксиоматический метод [Текст] / О.Ф. Семенович // К: Рад. шк. – 1976. – 168 с.

[130]. *Скопец, З.А.* Геометрические миниатюры [Текст] / З.А. Скопец. – М.: Просвещение, 1990. – 222 с.

[131]. *Солодухин, Н.А.* Моделирование как метод обучения в средней школе // Автор. дис….канд.пед.наук [Текст] / Н.А. Солодухин // М., 1971.

[132]. Стандарты электронного обучения /Н.С. Силкина, Л.Б. Соколинский [Текст] // Вестник ЮУрГУ, Серия «Вычисли-тельная математика и информатика». – 2014, - Т.3. №4. – с.5-35.

[133]. *Тағайназаров, С.* Моделиронии математикии масъалаҳои истеҳсолӣ ва ҳалли онҳо [Матн] / С. Тағайназаров, С. Афзолшоҳӣ, И.Ҳ. Гулов, М.М. Давлатов // Маводи конференсияи илмӣ – амалии «Масъалаҳои муосири математика ва методикаи таълими он» бахшида ба 25-солагии конситутсияи Ҷумҳурии Тоҷикистон ва 80-солагии доктори илмҳои педагогӣ, профессор Шарифзода Ҷумъа Шариш. – Бохтар:, 2019. – С. 55 - 58.

[134]. *Тагайназарова, М.С.* Моделирование гуманистических ценностей и убеждений в подготовке будушего учителя [Текст] / М.С. Тагайназарова Д.Б. Эргашева, С. Субхоналиева // Маводи конференсияи илмӣ – амалии «Масъалаҳои муосири математика ва методикаи таълими он» бахшида ба 25-солагии конситутсияи Ҷумҳурии Тоҷикистон ва 80-солагии доктори илмҳои педагогӣ, профессор Шарифзода Ҷумъа Шариш. – Бохтар:, 2019. – С. 301 - 302.

[135]. *Тайницкий, В.А.* Моделирование и коструирование как метод обучения на материале физики первой ступени. Автор. дис…. канд.пед.наук [Текст] / В.А. Тайницкий // М., 1971.

[136]. *Тимофеев, А.К.* О построении изображений пространственных фигур в курсе геометрии средней школы. – Некоторые вопросы преподавания математики в средней школе / А.К. Тимофеев // Балашов, Балашовский ГПИ, 1961, с. 50-75.

[137]. *Тошпулатов, Ж.С.* Мастер математик. (Геометрия) [Текст] / Ж.С. Тошпулатов // Ташкент. 2023. 135 ст.

[138]. *Уемов, А.И.* Аналогия в практике научного исследования [Текст] / А.И. Уемов // М., 1970.

[139]. *Уемов А.И.* Аналогия и модель [Текст] / А.И. Уемов // Вопросы философии. 1962, №3. ст.34 – 38.

[140]. *Уемов А.И.* Логические основы метода моделирования [Текст] / А.И. Уемов // М., 1971.

[141]. *Фатҳуллоев, Н.И.* Модели математикии худкорсозии корҳои соҳилмустаҳкамкунӣ дар ҷануби Тоҷикистон [Матн] / Н.И. Фатҳуллоев, И.Ҷ. Нуров // Маводи конференсияи илмӣ – амалии байналмиллалӣ дар мавзуи «Таҳлили комплексӣ ва тадбиқҳои он» бахшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф», 75-солагии корманди шоистаи Тоҷикистон, узви вобастаи АМИТ, доктори илмҳои физикаю математика, профессор И.Қ. Қурбонов ва 70-солагии доктори илмҳои физикаю математика, профессор Ҷ.С. Сафаров. – Бохтар:, (19 ноябри соли 2022)–С. 229-231.

[142]. *Франк, М.Л.* Геометрический чертеж в курсе стереометрии [Текст] / М.Л. Франк // Л., 1941.

[143]. *Фридман, Л.М.* Логико – психологический анализ школьных учебных задач [Текст] / Л.М. Фридман // Москва, 1977. 208ст.

[144]. *Фридман, Л.М.* Моделирование в психологии и психология моделирования [Текст] / Л.М. Фридман // Вопросы психологии, 1977, б, №2. стр. 20 – 24.

[145]. *Фридма,н Л.М.* Моделирование как форма продуктивного мышления в процессах постановки и решения задач [Текст] / Л.М. Фридман // Экспериментальное исследование продуктивных (творческих) процессов мышления. М.,1973.

[146]. *Фридман, Л.М.* О механизмах решения арифметических задач [Текст] / Л.М. Фридман //Вопросы психологии, 1967, №2. стр. 30-33.

[147]. *Фридман, Л.М.* О некоторых методологических вопросах модели рования и математизации в психологии [Текст] / Л.М. Фридман //Вопросы психологии. 1976, №5. стр. 45 - 48.

[148]. *Фридман, Л.М.* О требованиях к решению геометрических задач на вычисление [Текст] / Л.М. Фридман // Математика в школе, 1955, №4. стр. 20 – 25.

[149]. *Фридман, Л. М.* Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: Учителю метематики о психологии [Текст] / Л.М. Фридман // М.: Просвещение, 1990. – 132 с.

[150]. Фролов, И.Т. Гносеологические проблемы моделирования биоло гических систем [Текст] / И.Т. Фролов // Вопросы философии, 1961, №2. стр. 30 – 35.

[151]. Фролов, Ю.В. Компетентностная модель как основа оценки качества подготовки специалистов [Текст] / Ю.В. Фролов, Д.А. Махотин // Высшее образование сегодня. – 2004. - №8. – с. 34-41.

[152]. Хан Д.И. О формировании пространственных представлений школьников на уроках стереометрии / Д.И. Хан, В.А. Шубин // Математика в школе, 1984, №6, с.35-36.

[153]. *Холиқов, А.* Тарзҳои гуногуни ҳисоб кардани масофаи байни хатҳои рости чиликӣ [Матн] / А. Холиқов // Маводи конференсияи. байналмилалӣ. Бохтар.: 2019. С. 332-334.

[154]. *Четверухин, Н.Ф.* Изображения фигур в курсе геометрии / Н.Ф. Четверухин [Текст] // М., Учпедгиз, 1958, 216 с.

[155]. *Четверухин, Н.Ф.* Стереометрические задачи на проекционном чертеже [Текст] / Н.Ф. Четверухин // М., Учпедгиз, 1951.

[156]. *Ҷураев, Т.Қ.* Геометрияи тасвирӣ [Матн] / Т.Қ. Ҷураев // Душанбе.: Ирфон: 1972. – 255 с.

[157]. *Ҷураев, Т.Қ.* Луғати русӣ-тоҷикии геометрияи тасвирӣ ва нақшакашӣ [Матн] / Т.Қ. Ҷураев //Душанбе.: 1974. – 66 с.

[158]. *Шарипов Ф.Ф.* Концептуальная модель информационно- образо вательной среды вуза [Текст] / Ф.Ф. Шарипов, У.Т. Қурбонова // «Вестник ТНУ» (ISSN 2074-1847), №5, 2019, стр. 215-221.

[159]. *Шарипова, Ф.А.* Модель многоуровневой учителя математики и информатики [Текст] / Ф.А. Шарипова // Маводи конференсияи сеюми байналмиллалии илмӣ – амалии «Проблемаҳои муосири таҳсилоти математикӣ, информатикӣ ва физикӣ дар мактабҳои миёнаю олӣ» бахшида ба бистсолаи омӯзиш ва рушди илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф «Солҳои 2020 – 2040» ва 75-солагии доктори илмҳои педагогӣ, профессор, узви вобастаи АТТ Мансур Нугмонов (16 –уми май). – Душанбе, 2024. – 302 – 307.

[160]. *Шарифов, Ҷ.* Асосҳои методии таълими ҳалли масъалаҳои математикӣ [Матн] / Ҷ. Шарифов // Душанбе:. 2017. – 120с.

[161]. *Шарифов, Ҷ.* Ҳазору як панди математикӣ [Матн] / Ҷ. Шарифов // Қурғотеппа, 2008.

[162]. *Шарифов, Ҷ.* Асосҳои методикаи таълими геометрия [Матн] / Ҷ. Шарифов, И. Шарифов // Душанбе.: Ирфон, 2016. – 431 с.

[163]. *Шарифов, Ҷ.* Геометрия китоби дарсӣ барои синфи 9 [Матн] / Ҷ. Шарифов, У. Бурҳонов // Душанбе.: Собириён, 2013. – 110 с.

[164]. *Шарифов, Ҷ.* Геометрия китоби дарсӣ барои синфҳои 7-9 [Матн] / Ҷ. Шарифов, У. Бурҳонов // Душанбе.: 2000. – 278 с.

[165]. Шарыгин, И.Ф. Некоторые размышления по поводу школьного курса геометрии / И.Ф. Шарыгин // Учительская газета, 9 июня 1992, № 20, с.11, 14.

[166]. Шатуновский, С.О. Геометрические задачи и их решение с помощью циркуле и шнейки [Текст] / С.О. Шатуновский // М:. 1940.

[167]. *Шишляникова, В. Н.* Измерение площадей фигур при изучении геометрии в средней школе [Текст] / В.Н. Шишляникова. Дис... канд.пед.наук // М.: 1954 – 228 с.

[168]. Шрейдер, Ю.А. О понятии «Математическая модель языка» [Текст] / Ю.А. Шрейдер // М.1971.

[169]. Штофф, В.А. Гносеологические функции моделирования [Текст] / В.А. Штофф // Вопросы философии. 1961, №12. стр. 130 – 135.

[170]. Штофф, В.А. Моделирование и философия [Текст] / В.А. Штофф // М.1966.

[171]. Штофф, В.А. Роль моделей в познании [Текст] / В.А. Штофф // Л., 1963.

[172]. *Эмомалӣ, Раҳмон.* Паёми президенти ҶТ ба Маҷлиси Олии ҶТ / Р. Эмомалӣ. – «Азия Плюс», (2003) 2020.

[173]. Энциклопедия элементарной математики. Книга пятая – Геометрия. Статья о линии [Текст]. – М.: 1979. – 185 с.

[174]. *Юнусӣ, М.К., Хоҷаева А.* Модели дарахти ададҳо ва тасвири он [Матн] / М.К. Юнусӣ, А. Хоҷаева // Маводи конференсияи илмӣ – амалии ҷумҳуриявӣ дар мавзуи «Тарбия ва тайёр намудани муаллимони математика дар мактабҳои олии омӯзгории Тоҷикистон дар шароити имрӯза» бахшида ба 80-солагии доктори илмҳои педагогӣ, профессор Ислом Ғуломов – Кӯлоб:, (8-июни соли 2019)–С. 95-103.

[175]. *Якиманская И.С.* Индивидуально-психологические различия в оперировании пространственными отношениями у школьников / И.С. Якиманская // Вопросы психологии, 1976, № 3, с. 69-82.

ФЕҲРИСТИ ИНТИШОРОТИ ИЛМИИ ДОВТАЛАБИ ДАРЁФТИ ДАРАҶАИ ИЛМӢ

а) Дастури таълимӣ, васоити таълимӣ ва монографияе, ки Донишгоҳи давлатии Кӯлоб ба номи Абуабдуллоҳи Рӯдакӣ тавсия ва чоп расидааст:

[1-М]. *Амирализода,* Н.Н. Татбиқи моделсозӣ дар ҳалли масъалаҳои геометрӣ *(геометрияи синфҳои 7 – 9)* (дастури таълимӣ) [Матн] /**Д. Сироҷиддин,** Н.Н. Амирализода, К. Некрузи // - Кӯлоб.: 2023. – 120 с.

[2-М]. *Амирализода, Н.Н.* Супоришҳои мустақилона аз фанни геометрия барои хонандагони синфҳои 7-9. (қисми 1), (васоити таълимӣ) [Матн] / **Д. Сироҷиддини,** У.С. Парвина, Н.С, Ҳакимзода, Н. Амирализода // Кӯлоб.: Матбааи СИ «Қурбонов Сорбон», 2024. –141с.

[3-М]. *Амирализода, Н.Н.* Методикаи истифодаи моделҳо дар ҳалли масъалаҳои геометрияи мактабӣ (монография) [Матн] /Н.Н. Амирализода, Д. Сироҷиддин// Душанбе:. 2025. –140с.

б) Мақолаҳое, ки дар нашрияҳои тақризшавандаи Комисияи олии аттестатсионии назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон чоп шудаанд:

[4-М]. *Амирализода, Н.Н.* Таснифи методҳои геометрӣ ва татбиқи он дар ҳалли масъалаҳо [Матн] / Н.Н. Амирализода // Паёми Донишгоҳи давлатии Кӯлоб ба номи Абуабдуллоҳи Рӯдакӣ. №4(29) (ISSN: 2616-5260) - 2022. С. 135 -140.

[5-М]. *Амирализода, Н.Н.* Мафҳуми масъала дар адабиёти психологӣ –педагогӣ ва методии геометрия [Матн] / Н.Н. Амирализода // Паёми «Донишгоҳи милии Тоҷикистон», №11(ISSN: 2074-1847) - 2023. С. 256 -264.

[6-М]. *Амирализода, Н.Н.* Асосноксозии мафҳуми модел ва моделронӣ аз нуқтаи назари умумиилмӣ ва геометрӣ [Матн] / Н.Н. Амирализода // Паёми Донишгоҳи давлатии Кӯлоб ба номи Абуабдуллоҳи Рӯдакӣ. №1(30) (ISSN: 2616-5260) - 2023. С. 137 -145.

[7-М]. *Амирализода, Н.Н.* Амсиласозӣ дар курси геометрияи мактабӣ [Матн] / Н.Н. Амирализода // Паёми Донишгоҳи давлатии Бохбар ба номи Носири Хусрав. №1/1(131) (ISSN: 2663-5534) - 2025. С. 268 -274.

в) Мақолаҳо, фишурдаи мақолаҳе, ки ҳамчун маводи конфронсҳо ба чоп расидаанд:

[8-М]. *Амирализода Н.Н.* Моделсозии геометрӣ ҷузъи ҷудонашавандаи таълими математикаи муосир [Матн] / Н.Н. Амирализода // Конференсияи илмӣ – амалии байналмиллалӣ дар мавзуи «Равишҳои муосир ба азхудкунии муштараки технологияҳо ва имкониятҳои фазои кайҳонӣ дар таълими рушди технологӣ, инноватсионӣ ва рақамикунонии истеҳсолот дар ҳошияи амалишавии ҳадафҳои стратегияи давлат» бахшида ба 20 солаи омӯш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, риёзӣ ва дақиқ барои солҳои 2020 – 2040 (22 – 23 декабри соли 2023). С.49 – 52.

[9-М]. *Амирализода Н.Н.* Шарҳи мафҳумҳои модел ва моделсозӣ моҳияти масъалаҳои геометрӣ ва усулҳои онҳо [Матн] / Н.Н. Амирализода // Конференсияи илмӣ – назариявии байналмиллалӣ дар мавзуи «Мақоми Абурайҳони Берунӣ дар таърихи тамаддуни Форс-Тоҷик» бахшида ба 1050-солагии мутафаккири бузург (26 – 27 майи соли 2023). С.134 – 141.

[10-М]. *Амирализода, Н.Н.* Истифодаи моделҳо дар ҳалли масъалаҳои геометрӣ (дар мавзуи порча ва дарозии он) [Матн] / Н.Н. Амирализода // Конференсияи ҷумҳуриявии илмӣ – назариявӣ дар мавзуи «Масъалаҳои актуалии илми риёзӣ ва методҳои таҳқиқотии онҳо» бахшида ба эълон гардидани солҳои 2020 -2040 бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илмӯ маориф(31 октиябри 2023). С.98 – 102.

[11-М]. *Амирализода, Н.Н.* Масъалаҳои конструктивӣ оид ба табдилдиҳии моделҳо[Матн] / ***Д. Сироҷиддин*** *Н.Н. Амирализода //* Конференсияи илмӣ- амалӣ дар мавзуи «Проблемаҳои муосири таҳсилоти математикӣ, информатикӣ ва физикӣ дар мактабҳои миёнаю олӣ»бахшида ба бистсолаи омӯзиш ва рушди илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф «Солҳои 2020- 2040» ва 75-солагии д.и.п., профессор, узви вобастаи АТТ Мансур Нугмонов. –Душанбе: 2024. саҳ. 406-408.

[12-М]. *Амирализода, Н.Н.* Методикаи омӯзиши муносибатҳои байни хатҳои рост дар курси геометрияи аналитикӣ [Матн] / ***Д.Сироҷиддин*** *Н.Н. Амирализода* // Международная научно-практическая конференция «НАУКА и ТЕХНОЛОГИИ». г.Алматы, Казахстан, 2024, стр.114-120.

[13-М]. *Амирализода, Н.Н.* Татбиқи моделсозӣ дар ҳалли масъалаҳои масъалаҳои геометрӣ (мафҳумии чоркунҷаҳо) [Матн] / **Д. Сироҷиддини,** Н.Н. Амирализода, С.А.Авғонов // Маводи конференсияи VII-уми байналмилалии илмӣ-назариявӣ дар мавзуи «Асосхои физикӣ-химиявии ҳосил кардан ва омӯзиши хосиятҳои комплексии масолеҳҳои нимноқилӣ, композитсионӣ ва диэлектрикӣ», бахшида ба 80-солагии донишгоҳи давлатии Кӯлоб ба номи Абуабдуллоҳи Рӯдакӣ ва 85-солагии хотираи академик, доктори илмхои химия, профессор Каримов Самариддин Каримович. Кӯлоб: 2024, саҳ.337-341.