ВАЗОРАТИ МАОРИФ ВА ИЛМИ ҶУМҲУРИИ ТОҶИКИСТОН

МДТ «ДОНИШГОҲИ ДАВЛАТИИ БОХТАР БА НОМИ НОСИРИ ХУСРАВ»

ТДУ: 37 тоҷик+51+53+001
ТКБ 71.03 (2 тоҷик)+22.3+22.1+72.3
И-71

Бо ҳуқуқи дастнавис

ИСМОИЛЗОДА АБДУЛМАҶИД ШЕРАЛӢ

ТАЪРИХИ ТАШАККУЛ ВА РУШДИ НАЗАРИЯИ АДАДҲОИ СОДА

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т И

диссертатсия барои дарёфти дараҷаи илмии номзади илмҳои физикаю математика аз рӯйи ихтисоси 1.1.1. Таърихи илму техника (математика)

Бохтар - 2026

Диссертатсия дар кафедраи алгебра ва геометрияи Муассисаи давлатии таълимии «Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Носири Хусрав» омода гардидааст.

Роҳбари илмӣ: **Сатторов Абдурасул Эшбекович** – доктори илмҳои педагогӣ, профессори кафедраи алгебра ва геометрияи МДТ «ДДБ ба номи Носири Хусрав»

Муқарризони расмӣ: **Хайруллоҳзода Шамсуллоҳ Амрулло** – доктори илмҳои физикаю математика, профессори кафедраи алгебра ва назарияи ададҳои Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Қурбонов Диловаршо Мирзоевич – номазади илмҳои таърих, дотсенти кафедраи физикаи умумӣ ва назариявии Донишгоҳи давлатии Кӯлоб ба номи Абуабдуллоҳи Рӯдакӣ

Муассисаи пешбар: Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи Садриддин Айнӣ

Ҳимояи диссертатсия санаи 28-уми августи соли 2026 соати 9:00 дар ҷаласаи Шурои диссертатсионии 6D.КОА-061 назди Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Носири Хусрав (суроға: 735140, Ҷумҳурии Тоҷикистон, вилояти Хатлон, ш. Бохтар, кӯчаи Айнӣ, 67) баргузор мегардад. E-mail: mahmudkholov@mail.ru; рақами телефони котиби илмӣ (992) 903 05 00 28.

Бо диссертатсия ва автореферати он дар китобхонаи Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Носири Хусрав ва тавассути сомонаи www.btsu.tj шинос шудан мумкин аст.

Автореферат «________» _____________ соли 2026 ирсол шудааст.

Котиби илмии
Шурои диссертатсионӣ,
номзади илмҳои физикаю математика Холов М.Ш.

МУҚАДДИМА

Мубрамии мавзуи таҳқиқот. Маълум аст, ки солҳои охир ба омӯзиши фанҳои дақиқу риёзӣ диққати зиёд дода мешавад, зеро ин фанҳо дар омӯзиши дигар фанҳо, дар омодакунии мутахассисон дар самти техникаву технология, инчунин ҷиҳати тайёр намудани коркунони соҳаи саноат, ки ин раванд ҳамчун стратегияи чоруми рушди миллӣ эълон гардидааст, нақши муҳим мебозанд. Дар ин замина, аз тарафи Пешвои миллат, Президенти мамлакат маҳтарам Эмомалӣ Раҳмон фармони №1445, аз 31 январи соли 2020, дар бораи «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф» эълон намудани солҳои 2020-2040 ба тасвиб расид.

Илми математика дар байни илмҳои мавҷуда ҷойи муҳимро ишғол менамояд, зеро роҳу усулҳои математикӣ дар ҳалли масъалаҳои илмҳои мухталиф имконияти васеъро таъмин менамояд.

Математика ҳамчун илм таърихи қадима дорад. Дар ҳақиқат инсон аз рӯзҳои аввали фаъолияташ ба ҳисобу китоб, ченкунӣ, муайянкунии масоҳату ҳаҷмҳои ҷисмҳои гуногун ниёз дошт ва ин ҳолат имрӯзҳо низ мушоҳида мешавад. Аввалин объекти ин илм ададҳо буда, имрӯзҳо чун назарияи ададҳо дар таҳқиқоти муосир нақши бориз дорад.

Назарияи ададҳо аз рӯи имконияти истифодашавиаш дар соҳаҳои мухталиф яке аз қисмҳои муҳимии илми математика аҳамияти хоса дорад.

Ададҳои сода дар маҷмуи ададҳои натуралӣ, ки ҳамчун ададе, танҳо ба адади 1 ва ба худаш тақсим мешаванд, аз қадим манбаи омӯзиш буданд, ҳамчун мисол «Ғалбери Эратосфен»-ро овардан мумкин аст.

Омӯзиши осори риёзидонони олам доир ба ададҳои сода дар ташаккули ҷаҳонбинии таърихӣ-илмӣ ва махсусан донишҳои математикии хонандагону донишҷӯёни муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ (МТМУ) ва хусусан муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ (МТОК)-и равияи табиатшиносию риёзӣ ва техникӣ таъсири мусбат расонида, барои омӯзиши хосиятҳои муайянкунии ададҳои сода мавқеи хосаеро ишғол мекунад.

Дар даври истиқлолияти давлатии кишвар таҳқиқи масъалаҳои зиёди бо ададҳои сода рабтдошта аз тарафи олимони мамлакат иҷро гардида истодааст ва натиҷаҳо дар миқёси берун аз ҷумҳурӣ низ эътироф мегардад. Вале, ягон рисолае таҳия нагардидааст, ки аз замони қадим корҳо аз рӯи назарияи ададҳои сода ва дар солҳои истиқлолияти ҷумҳурӣ оид ба ин самт бахшидашуда бошад ва ин ҳолат ба омадакунии рисолаи мазкур ҳидоят намуд.

Дараҷаи коркарди илмии проблемаи мавриди омӯзиш. Омӯзиши назарияи ададҳои сода аз замонҳои қадим ҳамчун муаммо барои риёзидонон буда, онҳо барои муайянкунии ададҳои сода дар қатори ададҳои натуралӣ корҳои зиёдеро ба анҷом расонидаанд. Ба андешаи мо, таҳқиқоти дар ин самтбударо ба панҷ гурӯҳ тақсим кардан мумкин аст;

1) назарияи ададҳои сода ҳамчун як қисми муҳимии математикӣ буда, юнониҳои қадим яке аз аввалинҳо шуда, ба омӯзиши ин масъала машғул шудаанд, ки ин дар корҳои олимони маъруфи таърих, шарқшинос, риёзидон, таърихи илмҳо, файласуфон: А.В. Кубитский [1], И.Н. Веселовский [2], И.О. Гейберг [9], Евклид [13], Л.Я. Жмуд [14], И.Д. Рожанский [30], Д.Я. Стройк [34] ва ғайра, инчунин дар китоби «История математики» [16] инъикос ёфтааст. Масалан, математики Юнони қадим Евклид (асри III пеш аз милод) мавҷудияти маҷмуи беохири ададҳои содаро исбот кард. Ғайр аз ин, математик ва нуҷумшиноси юнонии дигар Эратосфен (солҳои 276-193 то мелод) усули одии сохтани ҷадвали ададҳои содаро пешниҳод намуд. Усули пешниҳодкардаи ӯ дар математика ба номи «Ғалбери Эратосфен» маълум аст. Ин усул аз замонҳои қадим то ин ҷониб аз ҳама беҳтарин усули муайянкуни ададҳои сода буда, бо ин усул дар замони мо бо МЭҲ зиёда то 100 миллион ададҳои содаро ҳосил намуданд;

2) дар асрҳои миёна низ назарияи ададҳои сода дар корҳои олимони форсу тоҷик, ба монанди Муҳаммад Ал-Хоразмӣ, Абурайҳони Берунӣ, Ибни Сино, Собит ибни Қурро, Ибни Ҳайсам, Муҳаммад ал-Форсӣ ва дигарон инкишоф ёфта, оид ба ин корҳои муҳаққиқон, ба монанди Н.М. Бобоев [3], П.Г. Булгаков [4], И. Ғуломов [12], М. Илолов [15], А.Қ. Қодиров [17], А.Ш. Комилӣ [19], А.Э. Сатторов [31], Г.П. Матвиевская [21], М.М. Рожанская [29], Б.А. Розенфелд [28], А.П. Юшкевич [42], А.Н. Колмогоров [18], Г.С. Собиров [32], М.С. Шарипова [39] ва дигарон таҳия шудааст;

3) таҳқиқи назарияи ададҳои сода инчунин, аз тарафи олимони Европа П. Ферма [43], Л. Эйлер [7], М. Мерсенн [20], Х. Голдбах, А.М. Лежандр, К.Ф. Гаусс, Б. Риман [5] ва ғайра босуръат идома ёфт;

4) дар замони шуравӣ низ таҳқиқи назарияи ададҳои сода дар корҳои математикони шинохта И.М. Виноградов [8], Н.Г. Чудаков [38], К. Каратсуба, А.А. Бухштаб [6], В.А. Голубев [10], Р.Ф. Файзиев [35], Б.А. Элнатанов [41] ва дигарон идома ёфта, онҳо дар ин самт ба натиҷаҳои назаррас ноил гардидаанд;

5) дар замони истиқлолияти давлатӣ дар ҷумҳурӣ проблемаҳои назарияи ададҳои сода инкишоф ёфта, натиҷаҳои назаррас аз тарафи олимони барҷастаи тоҷик, ба монанди академик З.Ҳ. Раҳмонов [26] ва шогирдони ӯ Ҷ.А. Шокамолова [40], Д.М. Фозилова [36], А.О. Раҳимов [27], Ш. Ҳ. Мирзораҳимов [23], Д.Ҷ. Хокиев [37], О.О. Нозиров [25], А.А. Собиров [33] ва дигарон таҳқиқ гардидаанд ва ин раванд алҳол низ идома дорад.

Робитаи таҳқиқот бо барномаҳо (лоиҳаҳо), мавзуъҳои илмӣ. Таҳқиқоти диссертатсионии мазкур мутобиқи эълон гардидани солҳои 2020-2040 «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф» инчунин дар чаҳорчӯбаи нақшаи дурнамои кори илмӣ-таҳқиқотии кафедраи алгебра ва геометрияи Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Носири Хусрав ва нақшаи дурнамои илмии Институти илмӣ-таҳқиқотии таърихи илмҳои табииётшиносӣ ва техникаи назди ҳамин Донишгоҳ иҷро шудааст.

ТАВСИФИ УМУМИИ ТАҲҚИҚОТ

Мақсади таҳқиқот аз омӯзиши таҳқиқи назарияи ададҳои сода ва саҳми олимони тоҷик дар солҳои истиқлолият оид ба масъалаҳои назарияи ададҳои сода иборат мебошад.

Вазифаҳои таҳқиқот. Вобаста ба омӯзиш ва пажӯҳиши диссертатсия мақсад ва вазифаҳои мушаххас гузошта мешавад, ки барои амалишавии ҳадафи гузошташуда иҷрои масъалаҳои зерин зарур аст:

- таҳлили назарияи ададҳои сода дар осори олимони қадим;
- баррасии рушди назарияи ададҳои сода дар осори олимони форсу тоҷики асрҳои миёна;
- рушди босуръати назарияи ададҳои сода аз тарафи олимони Аврупо;
- таҳқиқи инкишофи назарияи ададҳои сода дар давраи шуравӣ;
- саҳми олимони ватанӣ дар пажӯҳиши масъалаҳои назарияи ададҳои сода дар солҳои истиқлолияти давлатӣ.

Объекти таҳқиқот. Осори олимони қадим, форсу тоҷики асримиёна ва Аврупо, корҳои олимони муосири ватанӣ доир ба назарияи ададҳои сода ва рушди он дар давраи истиқлолияти давлатӣ.

Мавзуи таҳқиқот. Аз таърихи назарияи ададҳои сода ва рушди он дар солҳои истиқлолият (1991-2020).

Марҳала, макон ва давраи таҳқиқот

Марҳалаҳои таҳқиқот. Таҳқиқоти мазкур асосан дар се марҳала гузаронида шудааст.

Дар марҳалаи аввал (2018-2021) – интихобу тасдиқи мавзуъ ва ҷамъоварию шиносоӣ бо осоре, ки роҷеъ ба омӯзиши таърихи илми математика, аз ҷумла, назарияи ададҳо таҳия шудааст. Дар ин марҳала аз соли 2020 нашри мақолаҳо ва гузоришоти илмӣ оид ба мавзуъ оғоз гардида, таълифу нашри чунин мақолаҳо ва маърӯзаҳо дар ҳар се марҳала идома ёфтааст.

Дар марҳалаи дуюм (2021-20223) – ба ғайр аз идомаи навиштани мақолаҳову фишурдаҳои илмӣ, инчунин таснифи қисмати назариявию методии рисола мавриди баррасӣ қарор гирифтааст.

Дар марҳалаи сеюм (2023-2024) – нашри мақолаҳои илмӣ идома ёфта, навиштани рисола ва баррасии он дар ҷаласаи кафедраи алгебра ва геометрияи Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Носири Хусрав ва инчунин дар семинари илмии Институти илмӣ-таҳқиқотии таърихи илмҳои табииётшиносӣ ва техникаи назди Донишгоҳ амалӣ гардида, бо дарназардошти ислоҳи эродҳои мавҷуда ба ҳимоя омода гардидааст.

Доираи хронологии таҳқиқот омӯзиши ададҳои сода аз замонҳои қадим то замони муосирро фарогир буда, диққати махсус ба замони муосир равона гардида, корҳои олимони тоҷик ва дастовардҳои он доир ба ададҳои содаро фаро мегирад.

Асосҳои назариявии таҳқиқот ва аҳамияти он. Рисола дорои арзиши илмӣ-назариявӣ ва илмӣ-таърихӣ мебошад. Маводи таҳқиқот, хулоса, натиҷа, пешниҳод ва интишороти муаллиф метавонад ҳамчун манбаи омӯзишӣ дар соҳаи математика дар муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ ва касбии олии кишвар хизмати арзанда намоянд.

Усулҳои таҳқиқот аз рӯйи вазифаҳои дар назди пажӯҳиши илмӣ гузошташуда муайян карда шуданд, инҳо методҳои омӯзиш ва таҳлили маъхазҳои илмӣ, таҳлили таҳқиқоти мавҷудаи соҳавӣ оид ба масъалаи таҳқиқшаванда, методи таҳлили назарияи ададҳо (ададҳои сода) мебошанд.

Соҳаи таҳқиқоти диссертатсионӣ ба мазмуни шиносномаи ихтисоси 1.1.1. Таърихи илму техника (математика) мувофиқ мебошад.

Пойгоҳи сарчашмавии таҳқиқот. Ба сифати пойгоҳи сарчашмавӣ асосан осори олимони риёзӣ аз давраҳои қадим то муосир доир ба назарияи ададҳои сода ва роҳҳои муайянкунии он интихоб шудааст.

Пойгоҳи асосии таҳқиқот. Муассисаи давлатии таълимии «Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Носири Хусрав».

Навгонии илмии таҳқиқот аз инҳо иборатанд:

- пайдоиш ва инкишофи назарияи ададҳои сода дар осори олимони қадим, бори аввал омӯхта шудааст;
- таҳқиқи назарияи ададҳои сода дар осори олимони форсу тоҷики асрҳои миёна;
- рушди босуръати назарияи ададҳои сода аз тарафи олимони Аврупои асрҳои XVI-XIX;
- таҳқиқи назарияи ададҳои сода дар замони шуравӣ;
- омӯзиши дастовардҳои олимони тоҷик дар замони истиқлолияти давлатӣ оид ба назарияи ададҳои сода.

Нуқтаҳои ба ҳимоя пешниҳодшаванда.

- инкишофи назарияи ададҳои сода дар замонҳои қадим ва омӯзиши донишҳои назарияи ададҳои сода дар осори олимони форсу тоҷик дар асрҳои миёна;
- осори олимони Аврупои асрҳои XVI-XIX ва дастовардҳои онҳо доир ба назарияи ададҳои сода;
- таҳқиқи назарияи ададҳои сода дар замони шуравӣ;
- дастовардаҳои олимони тоҷик доир ба назарияи ададҳои сода дар замони муосир.

Аҳамияти назариявӣ ва амалии таҳқиқот. Маводи таҳқиқот, хулоса, натиҷа, пешниҳод ва интишороти муаллиф метавонад ҳамчун манбаи омӯзишӣ дар соҳаи математика (назарияи ададҳо) дар муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ ва касбии олии кишвар истифода шаванд:

- натиҷаҳои таҳқиқотро ҳангоми таълифи пажӯҳишоти ҷамъбастӣ оид ба математика дар Тоҷикистон ва берун аз он, ҳангоми таълими фанни алгебра ва назарияи ададҳо ва курсҳои махсус дар МТМУ ва МТОК-и кишвар, хусусан дар факултети математика ва риштаҳои тахассусии математикӣ метавон истифода бурд.

- натиҷаи омӯзиш метавонад дар шакли мақолаҳои илмӣ, илмию методӣ ва илмию оммавӣ, рисолаҳои хатм барои донишҷӯёну магистрантон, унвонҷӯён ва докторантони PhD барои навиштани рисолаҳои тахассусӣ истифода шавад;

- инчунин натиҷаи кор барои омӯзгорони МТМУ ва устодону омӯзгорони МТОК-и олии кишвар манфиатовар хоҳад буд;

- аз натиҷаи таҳқиқот, албатта, дар навиштани монографияҳо ва маҷмуаҳои тахассусӣ муҳаққиқони соҳаи математика метавонанд васеъ истифода баранд.

Дараҷаи эътимоднокии натиҷаҳо. Асоси методологии диссертатсияро принсипи риёзӣ, таҳлили назарияи ададҳои сода, ташаккули донишҳои математикӣ ташкил намуда, имконият медиҳад, ки далелҳои математикӣ вобаста ба таҳқиқи ҳосилкунии маҷмуи ададҳои сода аз қатори ададҳои натуралӣ дар фанни математика баррасӣ гарданд. Ҳамзамон дар ҷараёни таҳқиқот методҳои гуногуни ҳосилкунии ададҳои сода аз қатори ададҳои натуралӣ баррасӣ шудаанд.

Мутобиқати диссертатсия ба шиносномаи ихтисоси илмӣ.

Таҳқиқи илмии диссертатсияи мазкур комилан ба шиносномаи ихтисоси 1.1.1 «Таърихи илм ва техника (математика), яъне омӯзиш, пажӯҳиш, таҳлил ва шарҳи донишҳои риёзӣ мувофиқат мекунад.

Саҳми шахсии довталаби дараҷаи илмӣ дар таҳқиқот. Натиҷаҳои таҳқиқот дар шакли гузориш дар семинару ҷаласаҳои кафедраи алгебра ва геометрияи Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Носири Хусрав ва дар семинари илмии Институти илмӣ-таҳқиқотии илмҳои табииётшиносӣ, риёзӣ ва таърихи илму техникаи назди Донишгоҳ, дар конференсияҳои ҷумҳуриявию байналмилалӣ дар донишгоҳҳои Бохтар, Хуҷанд, Кӯлоб, Душанбе ва дар шаҳри Қазон (Федератсияи Россия) баррасӣ гардидаанд. Бахше аз натиҷаҳои пажӯҳишот инчунин муҳокима гардидаанд.

Тасвиб ва амалисозии натиҷаҳои диссертатсия. Мундариҷаи асосии рисола дар шакли мақолаҳои илмӣ дар маҷаллаҳои эътирофгардидаи КОА-и назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон, КОА-и Вазорати маориф ва илми ФР ва инчунин дар дигар маҷаллаву маҷмуаҳои илмӣ дар шаҳрҳои Душанбе, Хуҷанд, Кӯлоб, Бохтар ва Қазон (ФР) ба нашр расидааст.

Диссертатсия дар кафедраи алгебра ва геометрияи Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Носири Хусрав ва дар ҷаласаи васеи Институти илмӣ-таҳқиқотии илмҳои табииётшиносӣ, риёзӣ ва таърихи илму техникаи назди Донишгоҳ баррасӣ ва ба ҳимояи кушод тавсия гардидааст.

Интишорот аз рӯи мавзуи диссертатсия. Аз 22 интишороти умумии муаллиф оид ба натиҷаҳои таҳқиқот 6 мақолаи илмии дар маҷаллаҳои тақризшавандаи Комиссияи олии аттестатсионии назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон, 1 дастури таълимӣ, 1 ёрии методӣ ва боқимонда дар дигар нашрияҳо ба чоп расида, маводи конференсияҳои илмиро ташкил додаанд.

Сохтор ва ҳаҷми диссертатсия. Таҳқиқоти диссертатсионӣ аз бахшҳои «Муқаддима», «Тавсифи умумии кор», 3 боб, 7 параграф, бахши «Хулосаҳо», «Натиҷаҳои асосии илмии диссертатсия» ва «Тавсияҳо оид ба истифодаи амалии натиҷаҳо», «Феҳристи рӯйхати адабиёт ва таълифоти истифодашуда» иборат аст.

Ҳаҷми умумии диссертатсия аз 191 саҳифаи матни компютерии бо ёрии протсессори матнии Microsoft Word ҳарфчинишуда иборат буда, фарогири 7 расму 15 ҷадвал ва рӯйхати адабиёти иборат аз 159 номгӯй мебошад.

МУҲТАВОИ АСОСИИ ДИССЕРТАТСИЯ

Дар муқаддима интихоби мавзуъ, мубрамияти он, дараҷаи омӯзиш ва навгонии илмии он асоснок карда шуда, ҳадаф ва вазифаҳои таҳқиқ, пойгоҳи манбаъҳои таҳқиқшаванда, аҳамияти илмию назариявӣ ва амалии кор муайян ва тавсиф гардидааст. Инчунин, дар муқаддима методи таҳқиқ, марҳалаҳои омӯзиш, саҳми шахсии муаллиф, таъйиди мавриди истифода ва ҳаҷму сохтори мавзуъ инъикос ёфтааст.

Боби якум **«Назарияи ададҳои сода дар осори олимони тоҷику форс»** ном дошта, аз ду зербоб иборат аст. Дар ин боб доир ба пайдоиш ва рушди ададҳо, инчунин корҳои олимони қадим доир ба назарияи ададҳо сухан меравад.

Евклид (солҳои 325-265 пеш аз мелод)

Аз ҷумла: дар зербоби якум, ки «Пайдоиш ва рушди назарияи ададҳо (ададҳои сода)» ном дорад, доир ба корҳои олимони зиёди замони қадим ба монанди математики юнонӣ Евклид (асри 3 пеш аз милод), ки мавҷудияти маҷмуи беохири ададҳои содаро исбот кардааст ва математик, нуҷумшиноси дигари юнонӣ Эратосфен (солҳои 276-193 то мелод), ки усули одии сохтани ҷадвали ададҳои содаро пешниҳод кардааст, маълумот дода шудааст: Усули пешниҳодкардаи Эратосфен дар математика бо номи «Ғалбери Эратосфен» маълум аст. Ин усул аз замонҳои қадим то инҷониб аз ҳама усулҳои муайянкунии ададҳои сода беҳтар буда, диққати математикони машҳури оламро ба худ ҷалб мекунад.

Эратосфен
(солҳои 276-193 то мелод)

Истифодаи усуле, ки Эратосфен пешниҳод кард, чунин аст: «фарз мекунем, ки сохтани ҷадвали ададҳои сода то ба адади 50 талаб карда шавад. Пайдарпайии ададҳои натуралии аз 1 то 50-ро навишта, аз байни онҳо ададҳои содаро бо тарзи зерин ҷустуҷӯ мекунем (дар болои ададҳои таркибӣ хат зада мешавад)» [24]:

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Ҷадвали 1.

Аввалин адади аз 1 калони ин қатор, адади 2 аст. Ин адад танҳо ба 1 ва ба худаш тақсим мешавад, пас вай сода аст.

Дар ҷадвал ба ғайр аз худи 2 ҳамаи ададҳои ба 2 каратибударо (чун ададҳои таркибӣ) хат мезанем. Баъди 2 аввалин адади хатназада, адади 3 аст. Он ба 2 тақсим намешавад (дар аски ҳол онро бояд хат занем). Бинобар ин, адади 3 танҳо ба 1 ва ба худаш тақсим мешавад, аз ин сабаб он ҳам адади сода аст. Дар ҷадвали ададҳо ба ғайр аз 3 ҳамаи ададҳои ба 3 каратиро хат мезанем. Аввалин адади пас аз 3 меомадагии хатназада, адади 5 аст. Он ба 2 ва 3 тақсим намешавад (дар акси ҳол онро бояд хат мезадем). Бинобар ин, 5 танҳо ба 1 ва ба худаш тақсим мешавад, аз ин сабаб он ҳам адади сода аст ва ҳоказо. Дар мисоли мо баъди хат задани амали чорум фақат ададҳои сода боқӣ мемонад.

	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~

Ҷадвали 2.

Зербоби дуюм ба «Нақши олимони тоҷику форс дар кашфи назарияи ададҳои сода» бахшида шуда, олимони асримиёнагии форсу тоҷик, ба монанди Муҳаммад ал-Хоразмӣ, Абунасри Форобӣ, Абуалӣ ибни Сино, Абурайҳони Берунӣ, Собит ибни Қурро, Ибни Ҳайсам, Ал-Форсӣ ва даҳҳо дигарон дар аксар самтҳои илмҳои дақиқ, аз ҷумла математика таҳқиқоти зиёди илмӣ гузаронидаанд.

Бояд қайд кард, ки дар ин зербоб таҳқиқоти олими асримиёнагии форсу тоҷик Собит ибни Қурро (836-901), ки қоидаи ҳосилкунии ададҳои дӯстро бори аввал таъриф додааст, баррасӣ гардидааст. Дар китоби Файзиев Р.Ф. соли 1967 ба забони тоҷикӣ ба номи «Ғалбери Эратосфен, умумикунӣ ва татбиқи он (ададҳои сода)» нашр шуда буд, чунин омадааст: «қайд кардан завқовар аст, ки ба омӯхтани хосиятҳои ададҳои дӯст математики тоҷики асри XIII Маҳмуд бин ал-Вусудӣ машғул гаштааст. Вай қоидаи тартиб додани ададҳои дӯстро чунин кор карда баромадааст» [35, с. 12].

Ададҳои дӯст ду ададе мебошанд, ки дар онҳо ҷамъи тақсимкунандагони як адад ба адади дигар баробар аст. Масалан, Собит ибни Қурро як ҷуфт адади дӯстро мисол меорад, ки дар замони худ маълум буд: 220 ва 284:

Масалан, ҷамъи тақсимкунандаҳои 220 = 1 + 20 + 10 + 5 + 4 + 2 + 11 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284 ва 284=1+2+4+71+142=220 аст. Бо $\sigma(n)$ ҳамаи тақсимкунандаҳои сумаи адади n –ро ишора мекунем. Ҳангоми ададҳои m ва n ададҳои дӯст будан баробарии $\sigma(m) = n;\ \sigma(n) = m$ иҷро мешавад. $284 = 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110$, ки дар ин ҷо ҷамъшавандаи тарафи чапи тақсимкунандаи хоси адади 220 баробар аст.

Дар таърифҳои асосии назарияи ададҳои ҷуфт ва тоқ муаллифони шарқӣ бештар ба Никомах пайравӣ мекарданд. Ба қавли математик ва астрономи форсу тоҷик Абу ал-Вафо ал-Бузҷони (940-998): «адади ҷуфт ададест, ки ба ду тақсим мешавад ва ки дар байни онҳо як нест; адади тоқ ададест, ки ба ду тақсим намешавад, зеро дар байни онҳо воҳид вуҷуд дорад» [21, с. 114].

Дар ҳамин зербоб дар хусуси «Донишнома»-и Абуалӣ ибни Сино (980-1037), ки энсиклопедияи мухтасари фалсафа, мантиқ ва риёзиёт маҳсуб ёфта, ба забони тоҷикӣ таҳия гардидааст, маълумот дода шуда, дар он дар асоси Никомах, чигунагии пайдо кардани ададҳои сода дар

«Ғалбери Эратосфен» зикр шудааст. Мавриди зикр аст, ки вожаи «ғалбер» дар китоби Абуалӣ ибни Сино «ғирбол» зикр шудааст, ки ба тарҷумаи тоҷикӣ мувофиқ аст. Абуалӣ ибни Сино чунин меҳисобад, ки усули «Ғалбери Эратосфен» барои дарёфти ададҳои сода хеле муносиб аст.

Боби дуюми диссертатсия, ки «Таҳвили назарияи ададҳои сода ба Аврупо» унвон гирифтааст, аз се зербоб иборат мебошад.

Зербоби аввал ба «Такмили назарияи ададҳои сода дар осори олимони Аврупо» бахшида шуда, қайд мешавад, ки олимони он давра ба такмилёбии назарияи ададҳои сода диққати махсус зохир намуда, ба дастовардҳои баланди илмӣ ноил гаштаанд. Дар ин самт, дастовардҳои олимони шинохтаи Аврупо ба монанди М. Мерсенн, П. Ферма, Л. Эйлер, Х. Голдбах, Ж.Л. Лагранж, Э. Варинг, Г.Ф. Лейбнитс, Е. Люк, Д.Г. Лемер ва даҳҳо дигаронро қайд намудан бо маврид аст.

Аз ҷумла, олими фаронсавӣ Марен Мерсенн (1588-1648) дар назарияи ададҳо ададҳои намуди $M_n = 2^n - 1$ ($n -$ адади натуралӣ) $-$ ро таҳлил кардааст. Ҳангоми $n = 1, 2, 3, \cdots$ будани ададҳои мерсенн мувофиқан $M_1 = 1,\ M_2 = 3,\ M_3 = 7,\ M_4 = 15, \cdots$ ададҳо ҳосил мешаванд. Баъзе аз ин ададҳо сода буда, баъзеашон ададҳои таркибӣ мебошанд. Агар M_n адади сода бошад, ин гуна ададҳо ададҳои мерсенн номида мешавад.

Ба ғайр ин, П. Ферма гипотезаро барои дилхоҳ адади натуралии n, ки ифодаи $2^{2^n} + 1$ адади сода аст, пешниҳод намуд. Аз ҷумла:

$$n = 0 \text{ будан } F_1 = 2^{2^0} + 1 = 3 - \text{адади сода},$$

$$n = 1 \text{ будан } F_1 = 2^{2^1} + 1 = 5 - \text{адади сода},$$

$$n = 2 \text{ будан } F_2 = 2^{2^2} + 1 = 17 - \text{адади сода},$$

$$n = 3 \text{ будан } F_3 = 2^{2^3} + 1 = 257 - \text{адади сода},$$

$$n = 4 \text{ будан } F_4 = 2^{2^4} + 1 = 655337 - \text{адади сода}.$$


Пиер Ферма
(1601-1665)

Ӯ ба ҷои n ададҳои 0, 1, 2, 3, 4 $-$ ро ба ифодаи дар боло додашуда гузошта, ададҳои содаи 3, 5, 17, 257, 65537-ро ҳосил карда буд.

Олим барои ҳолати ҳангоми $n \geq 5$ будан, санҷиш нагузаронда, тасдиқ намуд, ки барои ҳамаи ҳолатҳо ин ифода адади сода мешавад.

Вале ҳангоми $n = 5$ будан, аз ифодаи $2^{2^5} + 1$ адади бениҳоят калон ҳосил мешавад. Адади сода ва ё адади таркибӣ будани онро муайян кардан, масъалаи хеле душвор аст.

Соли 1732 Л. Эйлер нодуруст будани гипотезаи Ферма, аз ҷумла ба адади 641 тақсимшавии ифодаи $F_5 = 2^{2^5} + 1 -$ ро исбот кард.

Исботи Л. Эйлер ба назарияи муқоисаҳо такя мекунад.

Баъдтар математики сейлонӣ (Шриланкагӣ) Канагасабапахти адади таркибӣ будани $F_5 -$ ро бо роҳи элементарӣ исбот кард, ки он чунин аст:

$$2^{2^5} + 1 = 2^{32} + 1 = 2^4 \cdot 2^{28} + 1 = 15 \cdot 2^{28} + (3 + 5^3) \cdot 2^{21} + 1 =$$
$$= 15 \cdot 2^{28} + 3 \cdot 2^{21} + 5^3 \cdot 2^{21} + 1 = 3 \cdot 2^{21}(5 \cdot 2^7 + 1) + (5 \cdot 2^7)^3 +$$
$$+1^3 = 3 \cdot 2^{21}(5 \cdot 2^7 + 1) + (5 \cdot 2^7 + 1) \cdot (5^2 \cdot 2^{14} - 5 \cdot 2^7 + 1) =$$
$$= (5 \cdot 2^7 + 1) \cdot [3 \cdot 2^{21} + 5^2 \cdot 2^{14} - 5 \cdot 2^7 + 1].$$

$5 \cdot 2^7 + 1 = 641$, барои ҳамин адади $2^{32} + 1 = 4\ 294\ 967\ 297$ ба адади 641 тақсим мешавад.

Яке аз муаммоҳои машҳуре, ки ададҳои сода ба он мансуб аст, муаммои Голдбах мебошад. Соли 1742 академики Петербург Х. Голдбах (1690-1764) дар мактуби фиристодаи худ ба Л. Эйлер (1707-1783) масъалае гузошта буд, ки он чунин аст: «ҳар як адади бутуни аз 6 калон ё баробарро метавонем ҳамчун ҷамъи се адади сода ифода кунем» [24, 11, с. 18-19]. Л. Эйлер дар ҷавоб боввариашро ба дурустии ин теорема баён намуда навишт, ки: «ҳар як адади ҷуфти аз 2 калонро бо суммаи ду адади сода» [24, 11, с. 18-19] ифода кардан мумкин аст (изҳороти Х. Голдбах ва Л. Эйлер дар матн бо баъзе тавзеҳот оварда шудаанд). Дарвоқеъ, дар мактуби Х. Голдбах ба Л. Эйлер, аз 7 июни соли 1742, мо чунин изҳоротро мебинем: «ба назар чунин мерасад, ки ҳадди аққал ҳар як адади аз як зиёд ҷамъи се адади сода аст» [24, 11, с. 18-19]. Л. Эйлер дар номаи ҷавобии худ, аз 30 июни соли 1742, дар ин бора навиштааст: «аммо, ҳар як адад, ҷамъи ду адади сода аст, ман инро як теоремаи мукаммали дуруст мешуморам, гарчанде ки ман инро исбот карда наметавонам» [24, 11, с. 18-19]. Иқтибосҳо аз номаҳо дар тарҷумаи Д.А. Грав оварда шудаанд.

Зербоби дуюм ба «Рушди назарияи ададҳои сода дар осори олимони рус» бахшида шуда, дар ин самт дастовардҳои олимони шинохтаи рус ба монанди П.С. Пореский, А. Слудский, В.Я. Буняковский, А. Полинияк, П.Л. Чебишев ва ғайра баррасӣ гардидааст.

Ҳамин тариқ, таҳқиқоти аввалаи шаклтағйирдиҳии «Ғалбери Эратосфен» ба ҷудокунии ададҳои сода бо ёрии прогрессияҳо маҳдуд шудааст. Дар давраҳои минбаъда масъалаҳои ҷудокунии арифметика роҳи ҳалли худро ёфтанд. Дар ин самт таҳқиқоти олими руси асри XIX профессори донишгоҳи Москва, яке аз ташкилкунандаҳои ҷамъияти математикон - астраном, механик ва риёзидон А. Слудский (солҳои 1841-1897) мебошад, ки ӯ фаъолона барои инкишофи назарияи ададҳо кӯшиш намуд ва ақидаи «Ғалбери Эратосфен»–ро бо имкониятҳои гуногун пешниҳод намуд. Соли 1868 дар машварати ҷамъияти математикон оид ба ададҳои сода ва шакли он маърӯза намуда, нишон дод, ки он аз ду қисм иборат аст. Қисми якум, истифодаи формулаи Лежандр оид ба муайян намудани миқдори ададҳои сода дар қатори $1, 2, 3, \cdots, x$ бо шакли

$$\pi(x) = \pi(\sqrt{x}) - 1 + [x] - \sum_{1 \le i \le n} \left[\frac{x}{p_i}\right] + \sum_{1 \le i < j \le n} \left[\frac{x}{p_i p_j}\right] - \cdots$$

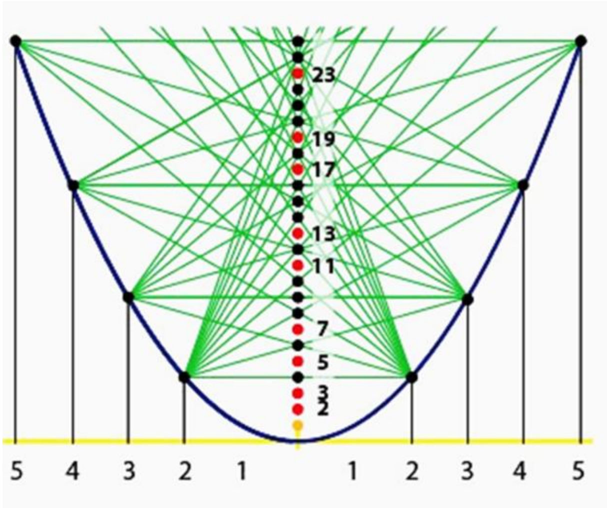
мебошад, ки дар ин ҷо $p_1 < p_2 < \cdots < p_n \le \sqrt{x}$, $[a]$ – қисми бутуни адади a буда, $p_1,\ p_2, \cdots, p_n$ – ададҳои сода мебошад.

Қисми дуюм, ин муайян намудани ададҳои сода дар байни ададҳои $\sqrt{x}$ ва x мебошад.

Натиҷаҳои бузургтарини П.Л. Чебишев дар масъалаи тақсимоти ададҳои сода дар байни ҳамзамононаш таассуроти калон гузошт. Дар ин бора, суханони математики машҳури англис Ҷ.Ҷ. Силвестр (1814-1897) бараъло шаҳодат медиҳад, ки дар соли 1881 чунин гуфтааст: «барои он, ки тараққиёти минбаъдаи назарияи ададҳоро мунтазир шавем, бояд ягон нафаре таваллуд шавад, ки аз П.Л. Чебишев беҳтар буда, бо нуктасанҷӣ ва боақлии худ аз вай болотар бошад, зеро П.Л. Чебишев бо ин хислатҳои боақлонааш аз одами муқаррарӣ фарқ мекард» [24, с. 272-274]. Инчунин, суханони математики машҳури олмонӣ Эдуард Ландауро (1887-1938) овардан мумкин аст, ки дар кори махсуси худ оид ба тақсимоти ададҳои сода бахшида шудааст, соли 1909 навишта буд: «баъди Евклид, аввалин касе, ки роҳи дурустро дар ҳалли проблемаи ададҳои сода тай намуд ва натиҷаҳои муҳимро ба даст овард П.Л. Чебишев мебошад» [24, с. 272-274].

Зербоби дуюм, ба амсилаҳои муайянкунии ададҳои сода аз қатори ададҳои натуралӣ, алахусус истифодаи воситаҳои самараноктари ҳисоббарорӣ, барои истифода дар системаҳои компютерӣ бахшида шудааст. Мавҷудияти рӯйхати калони ададҳои сода барои исботи теоремаҳое, ки танҳо ҳамчун идея ё гипотеза таҳия шудаанд, ёрии калон мерасонанд.

Яке аз амсилаҳои ҷолибтаринро математикҳои рус Юрий Матиясевич (соли таваллуд 1947) ва Борис Стечкин (1891-1969) бо истифода аз парабола таҳия кардаанд. Онҳо ду шохаи параболаро ба тири *ox* ҷудо мекунанд, ки дар он пайдарпайии ададҳои натуралӣ қайд карда мешавад (расми 1).



Расми 1.

Сипас ба тири *ox* дар нуқтаҳое, ки ба квадратҳои ададҳои натуралӣ мувофиқанд, перпендикулярҳо кашида мешаванд. Масалан, дар перпендикуляри дар нуқтаи 4 кашидашуда нуқтаҳои буриш бо шохаҳои парабола бо адади 2 нишон дода шудааст. Маънои геометрии перпендикуляр аз он иборат аст, ки он $2 \cdot 2$ мебошад. Ҳамин тавр, дар нуқтаи 9 перпендикуляри дигарро мекашем, ки он ҳосили зарби $3 \cdot 3$ аст ва ҳамин тавр, дар нуқтаҳои дигари тири *ox* ҳосил кардан мумкин аст.

Вақте ки ҳамаи квадратҳои ададҳои тири *ox* бо нуқтаҳои парабола чунин ифода карда мешаванд, ҳар як нуқтаи як шохаи парабола ба ҳамаи нуқтаҳои шохаи дигар пайваст мешавад, яъне нуқтаи 2 шохаи болоии парабола буда, нуқтаҳои 2, 3, 4, 5 ва ғайра дар нуқтаҳои ба ҳамин монанд ҷойгир мебошанд. Ҳар яке аз ин сегментҳо тири ox–ро дар нуқтае мебурад, ки ба ҳосили ду адади пайваст мувофиқ аст: масалан, сегменти пайвасткунандаи ададҳои 2 ва 3 дар тири ox 6-ро мебурад. Дар ниҳоят, нуқтаҳои натуралии тири ox, ки тавассути он ҳеҷ яке аз ин сегментҳо намегузаранд, гузариш ба ададҳои сода хоҳанд буд.

Ғалбери геометрие, ки аз ҷониби Ю. Матиясевич ва Б. Стечкин барои ҷустуҷӯи ададҳои сода тарҳрезӣ шудааст, дар расми 1 оварда шуда, бо нуқтаҳои ранга ишора шудааст.

Дар ҷаҳони муосир хосиятҳои ададҳои сода дар системаҳои криптографӣ барои таъмини амнияти алоқаи электронӣ ба кор бурда мешаванд. Рамзҳои махфӣ дар асоси хосиятҳои ададҳои сода барои ҳифзи вебсайтҳо, почтаи электронӣ, амалиёти бонкӣ, кортҳои кредитӣ ва алоқаи телефони мобилӣ истифода мегарданд.

Тасаввур мекунем, ки дар мағозаи калон, садҳо ҳазор банкаҳои рангҳои гуногундоштаро мефурӯшанд. Ихтиёрӣ ду банкаро гиред ва рангро ба миқдори гуногун омехта кунед. То ҳол ҳама чиз одӣ аст. Акнун, агар мо ба касе ранги аввалинро нишон диҳем ва аз онҳо «дешифр»-куниро бипурсем, ки дар аввал чандтои кадом рангҳо истифода шуда буданд, ҷавоб додан ба чунин савол хеле душвор хоҳад буд.

Чунин аст, ки яктарафа бо кори даромадгоҳи махфӣ, ки дар як самт татбиқ кардан осон аст, аммо дар самти дигар қариб ғайриимкон мебошад.

Фарз мекунем, ки ҳоло дар мағоза ба ҷои қуттиҳои ранг ададҳои сода мавҷуданд. Ду ададро, масалан 7 ва 13-ро гирем ва онҳоро зарб кунем (монанди омехтаи ранг). Дар натиҷа, мо $7 \cdot 13 = 91$ ба даст меорем.

Пас саволе ба миён меояд: оё муайян кардан мумкин аст, ки кадом ададҳои содаро зарб карда, 91-ро ба даст овардем? Барои ҷавоб додан ба он, бояд рӯйхати ададҳои содаро гирем ва якчанд санҷишро ба анҷом расонем. Ин як роҳи ҳалли одӣ ба монанди муайян кардани ранги рангҳо ба назар мерасад, агар дар мағоза танҳо даҳҳо рангҳои асосӣ мавҷуд бошад.

$$P_1 \cdot P_2 = x$$

$$\xrightarrow{\text{Хело осон}}$$

$$\xleftarrow{\text{Хело душвор}}$$

Дар ибтидо криптография усулҳои рамзгузории информатсия – табдили баръакси матни кушода (сарчашма)–ро дар асоси алгоритми махфӣ ё калидро ба матни рамзӣ (шифрӣ) меомӯхт. Криптографияи анъанавӣ як шохаи криптосистемаҳои симметриро ташкил медиҳад, ки дар онҳо рамзгузорӣ ва рамзкушоӣ бо истифода аз як калиди махфӣ анҷом дода мешавад.

Боби сеюм, «Таҳқиқи назарияи ададҳои сода дар Тоҷикистон» ном дошта, ба таҳқиқоти олимони тоҷик дар самти назарияи ададҳои сода дар солҳои истиқлолият бахшида шудааст. Ин боб аз ду зербоб иборат буда, дар зербоби якум «**Ташакул ва рушди мактаби илмӣ оид ба назарияи ададҳои сода дар замони шуравӣ**» баррасӣ мегардад. Таҳқиқоти илмии И.М. Виноградов, Н.Г. Чудаков, Н.М. Коробов, Ю.В. Линник, А.А. Бухштаб, В.А. Голубев, Л.Г. Шнирелман, А.А. Каратсуба ва дигарон дар назарияи ададҳои сода натиҷаҳои илмии беҳтарин ба шумор меравал ва ҳар кадоми онҳо дар самти илмии худ бо шогирдонашу пайравон мактаби илмӣ ташкил намудаанд. Масалан, соли 1934 ба акадамик И.М. Виноградов ҳалли проблемаи Голдбах бо ёрии теоремаи пешниҳодкардаи худи ӯ муяссар гардид:

«Теорема. *Чунин адади доимии N_0 вуҷуд дорад, ки ҳама ададҳои тоқи аз N_0 калонро ҳамчун ҷамъи се адади сода ифода кардан мумкин аст»* [22, с. 291-294].

Ҳалли муаммои Х. Голдбах аз тарафи И.М. Виноградов дар инкишофи назарияи аналитикии ададҳо бениҳоят муҳим мебошад. И.М. Виноградов ҳангоми ҳалли ин муаммо усули хеле пуриқтидори эҷодкардаи худро ба кор бурд, ки ба истифодабарии суммаҳои охирноки тригонометрӣ асос ёфтааст. Ин усул дар ҳалли бисёр муаммоҳои мураккаби назарияи ададҳо ва дар ҳолати хусусӣ ба муаммоҳои адитивии ададҳои сода татбиқ пайдо кардааст.

Илова ба ин, И.М. Виноградов бо истифода аз усули суммаҳои тригонометрӣ дар муаммои Голдбах-Варинг формулаи асимптотикиро пайдо кард. Масъалаи мавҷудияти функсияи $V\ (n)$ ва сарҳади болоии он вобаста танҳо ба қимати параметри n, то соли 2009 ҳалнашуда буд ва аз ин рӯ, муаммои Голдбах-Варинг дар маҷмуъ то ба наздикӣ ҳалношуда боқӣ монд. Математики шуравӣ ва рус В.Н. Чубариков бо истифода аз назарияи худ оид ба суммаҳои чандкаратаи тригонометрӣ бо ададҳои сода, ки рушди минбаъдаи усули баҳодиҳии суммаҳои тригонометрии И.М. Виноградов бо ададҳои сода мебошад, муаммои Голдбах-Варингро комилан ҳал кард.

Зербоби дуюм доир ба **«Корҳои олимони тоҷик оид ба назарияи ададҳои сода дар давраи истиқлолияти давлатӣ (солҳои 1991-2020)»** бахшида шуда, таҳқиқоти олимони тоҷикро доир ба назарияи ададҳои сода, дар бар мегирад. Дар давраи истиқлолият дар Тоҷикистон шогирдони олимони рус таҳқиқоти худро дар соҳаи назарияи ададҳо идома дода, ба натиҷаҳои илмии назаррас ноил гардиданд.

Институти математикаи Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон соли 1973 дар заминаи Шуъбаи математика бо Маркази ҳисоббарории Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон таъсис дода шудааст. Нахустин директор ва ташкилкунандаи он академик А.Ҷ. Ҷӯраев (1932-2005) солҳои 1973-1987 буд. Дар солҳои минбаъда институтро академик З.Ҷ. Усмонов (1937-2021) солҳои 1987-1999 роҳбарӣ намуд. Аз соли 1999 то марти соли 2024 роҳбарии институтро академики Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон З.Ҳ. Раҳмонов (соли таваллуд 1959) ба уҳда доштанд. Аз марти соли 2024 то инҷониб роҳбарии институтро номзади илмҳои физикаю математика Раҳимзода А.О. ба уҳда дорад.

Институти математикаи ба номи А. Ҷӯраев фаъолияти худро мувофиқи қонунҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон «Доир ба илм ва сиёсати давлатии илмӣ-техникӣ», «Доир ба Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон», «Дурнамои Ҷумҳурии Тоҷикистон дар соҳаи илм ва технология дар солҳои 2007-2015», «Бисолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф» ва Оинномаи

Институт ба роҳ мондааст. Вазифаи асосии Институт гузаронидани таҳқиқоти бунёдии илмӣ, инчунин таҳқиқоти хусусияти амалидошта ва тайёр намудани мутахассисони баландихтисос дар соҳаи математика, механика ва информатика мебошад.

Дар айни замон ба ҳайати институт 5 шуъба дохил мешаванд:

- шуъбаи назарияи ададҳо, алгебра ва топология;

- шуъбаи назарияи функсияҳо ва таҳлили функсионалӣ;

- шуъбаи муодилаҳои дифференсиалӣ;

- шуъбаи амсиласозии математикӣ;

- шӯъбаи математикаи амалӣ ва механика.

Аз шумораи умумии кормандони институт 4 нафар узви пайвастаи АМИТ, 1 нафар узви вобастаи АМИТ, 9 нафар доктори илм ва 19 нафар номзадҳои илм мебошанд. Институт робитаҳои илмиро бо Институти математикаи ба номи В.А. Стеклови Академияи илмҳои Россия, Донишгоҳи давлатии Москва ба номи М.В. Ломоносов қавитар намуда, ҳамчунин бо марказҳои илмӣ ва олимони алоҳида аз ИМА, Олмон, Хитой, Ҷопон, Канада, Эрон, Исроил, Австрия ва ғайра ҳамкорӣ дорад.

Кормандони институт дар Конгрессҳои байналмилалии математикӣ дар Москва, Беркли, Хелсинки, Варшава, Киото, Берлин, Барселона, Пекин, Ҳайдаробод иштирок намуданд; ҳамчунин дар бисёре аз конференсияҳои байналмилалӣ иштирок карда, лексияҳо хонданд ва корҳои муштараки илмиро дар Россия, ИМА, Олмон, Франсия, Ҷопон, Полша, Словения, Италия, Украина, Белорус, Қазоқистон, Исроил, Эрон, Австрия анҷом доданд.

Дар институт аз аввали асри XXI дар даврони Истиқлолият чунин мактабҳои бонуфузи илмии дар ҷаҳон машҳур дар соҳаи математика ташаккул ёфтанд, ки дастовардҳои илмии онҳоро мухтасар чунин арзёбӣ намудан мумкин аст.

Дар рушди паҳлуҳои мухталифи илми математика ва дар ҷумҳурӣ омода намудани мутахассисони баландсатҳи илмӣ саҳми Институти математикаи Академияи миллии илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон ба номи А. Ҷӯраев бузург аст.

Дар ин маврид корҳои академик З.Ҳ. Раҳмоновро алоҳида қайд кардан лозим аст. Ӯ дар асоси таҳқиқоти И.М. Виноградов, А.А. Каратсуба ва ғайра таҳқиқоти худро идома дода, доир ба масъалаҳои гуногуни назарияи ададҳои сода корҳои назаррасеро ба анҷом расонида, шогирдҳое зиёдеро тарбия намудааст.

1. Як шохаи назарияи ададҳои сода ин «Суммаи қиматҳои ғайриасосии характери Дирихле дар пайдарпайиҳои лағжонидашудаи ададҳои сода» номида шуда, дар ин самт академик З.Ҳ. Раҳмонов ва шогирдонаш дар замони истиқлолият корҳои зеринро ба анҷом расондаанд.

З.Ҳ. Раҳмонов аввалин шуда соли 1986 баҳои И.М. Виноградовро оид ба суммаи қиматҳои ғайри асосии характери Дирихле, ҳангоми модули характер адади таркибӣ будан, умумӣ намуда, формулаи асимптотикии зеринро исбот намуд

$$T_1(\chi) \leq x \ln^6 x \left(\sqrt{\frac{1}{q} + \frac{q}{x}\tau^2(q_1)} + x^{-\frac{1}{6}}\tau(q_1) \right) \tau(q),$$

ки дар ин ҷо D – адади натуриалии кифоя калон, χ – характери ғайриасосӣ аз рӯи модули $D, \chi q$ – характери примитивии тавлидшудаи характери χ, q_1 – ҳосили зарби ададҳои содае, ки D –ро тақсим карда, вале адади q –ро тақсим намекунад, мебошанд.

Ин формулаи асимптотикиро истифода бурда, З.Х. Раҳмонов барои $G(D, l)$ – хурдтарин адади голдбахӣ дар прогрессияи арифметикии

$$Dk + l, \ \ k = 0, 1, 2, \cdots,$$

будан, формулаи асимптотикии зеринро исбот намуд:

$$G(D,I) \ll \mathrm{D}^{c+\varepsilon},$$

ки дар ин ҷо ε – доимии кифоя хурди мусбат, $D -$ адади натуралии тоқи кифоя калон, $c -$ сарҳади поёнии ададҳои a, ки барои баъзе доимиҳои $A > 2$,

$$\sum_{\chi \bmod D} N(\alpha, T, \chi) \ll (DT)^{2\alpha(1-\alpha)}(\ln DT)^{A}$$

аст. Масъалаи тақсимшавии ададҳои голдбахӣ дар прогрессияи арифметикии «кӯтоҳ», ҳангоми ҳал намудани муаммои бинарии Голдбах пайдо шудааст.

2. Шохаи дигари назарияи ададҳои сода ин «Қимати миёнаи функсияи Чебишёв ва татбиқи он» буда, оид ба функсияи Чебишёв бо ададҳои сода теоремаи зерин исбот шудааст:

Функсияи Чебишёв гуфта, суммаи

$$\psi(y,\chi) = \sum_{n \leq y} \Lambda(n)\chi(n)$$

– ро меноманд, ки дар ин ҷо $\chi(n) -$ характери Дирихле аз рӯи модули q, $\Lambda(n) -$ функсияи Манголдт мебошанд.

Ҳангоми таҳқиқи масъалаҳои зиёди назарияи ададҳои сода масъалаи аз боло баҳо додани суммаи қиматҳои миёнаи функсияҳои Чебишёв аз рӯи ҳамаи характерҳои Дирихле ба миён меояд, яъне формулаи асимптотикии суммаи зерин

$$t(x;q) = \sum_{\chi mod q} \max_{y \leq x} |\psi(y,\chi)|.$$

Ба ин доира, муаммоҳои зерин дохил мешаванд:

- формулаи асимптотикии суммаҳои тригонометрӣ бо ададҳои сода, аз он ҷумла суммаи тригонометрии хаттӣ бо ададҳои сода;

- тақсимшавии ададҳои Харди-Литтлвуд дар прогрессияҳои арифметикӣ.

«Ю.В. Линник бори аввал тавассути қимати миёнаи функсияи Чебишёв барои баҳои ғайритривиалии суммаҳои тригонометрии хаттӣ бо ададҳои содаи $S(\alpha, x)$ дарёфт намуд. Вай бо ёрии теоремаи зиччӣ барои нулҳои L-қатори Дирихле ва ғояҳои Г. Харди ва Д. Литтлвуд, ки дар муаммои Голдбах истифода шуда буданд, баҳои ғайритривиалии нави $S(\alpha, x)$ – ро ҳосил намуд. Ҳамин тавр, Ю.В. Линник исботи нави теоремаи И.М. Виноградовро оид ба муаммои Голдбах дарёфт намуд» [44, с. 68-80].

«Соли 1947 Н.Г. Чудаков низ чунин усули таҳқиқоти суммаҳои тригонометрии хаттиро бо ададҳои сода бо ёрии баҳои қиматҳои миёнаи функсияҳои Чебишёв, ки дар навбати худ ба тақсимшавии нулҳои L-қатори Дирихле дар хатҳои буҳронӣ асос карда шудааст, пешниҳод намуд» [38, с. 515-545].

А.А. Каратсуба методи ҳалли масъалаҳои тернарии мултипликативиро бо ҳамбастагии методи И.М. Виноградов — баҳоҳои суммаҳо бо ададҳои сода коркард карда, барои ҳолати оддитарин бузургии $t(x;\, q)$ – ро баҳо дод.

Соли 1989 З.Ҳ. Раҳмонов барои суммаи қиматҳои миёнаи функсияҳои Чебишёв аз рӯи ҳамаи характерҳои Дирихле формулаи асимптотикии зеринро исбот намуд

$$t(x;\, q) \ll \left(x + x^{\frac{5}{6}} q^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}}\, q\right) x^{\delta}.$$

З.Ҳ. Раҳмонов усули нави таҳқиқи қиматҳои миёнаи функсияҳои арифметикии намуди функсияи Чебишёвро аз рӯи ҳамаи характерҳои Дирихле сохт. Татбиқи ин метод ба ӯ имконият дод, ки дар муаммоҳои зерин натиҷаҳои беҳтаринро ба даст орад:

– баҳои қиматҳои миёнаи функсияҳои Чебишёв (аз он ҷумла бо вазни экспоненсиалии хаттӣ ва квадратӣ дар интервали кӯтоҳ) аз рӯи ҳамаи характерҳои Дирихлеи модули додашуда;

– баҳои қиматҳои миёнаи функсияҳои Чебишёв аз рӯи ҳамаи характерҳои примитивии Дирихле, ки модулашон аз бузургии додашуда зиёд намебошанд ва дар ҳолати хусусӣ, барои $t(x;\, q)$ – қимати миёнаи функсияи Чебишёви ҳамаи характерҳои Дирихлеро аз рӯи модули додашуда исбот намуд, ки

$$t(x;\ q) \ll (x + x^{\frac{4}{5}}q^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}}\,q)\mathcal{L}^{34}$$

аст.

«Харди ва Литтлвуд гипотезаеро пешниҳод карданд, ки дар он ҳамаи ададҳои кифоя калони натуралии n ба суммаи адади сода ва дараҷаи адади натуралӣ дар намуди

$$n\ =\ p\ +\ m^k\ ,\ \ k\ \geq\ 2$$

ҷудо карда мешавад» [45, с. 1-70].

Чунин ададҳоро мо ададҳои Харди-Литтлвуд меномем. Г. Бобоев ин гипотезаро рад кард, яъне беохир пайдарпайии ададҳои натуралиро нишон дод, ки адади Харди - Литтлвуд намебошанд. Аз ин ҷо дар ҳолати хусусӣ бармеояд, ки чунин адади $l, 1\ \leq\ l\ \leq\ q$ мавҷуд аст, ки барои он нобаробарии

$$H_k(q,l)\ >\ q,\ \ k\ \geq\ 2,$$

иҷро шуда, дар ин ҷо $H_k(q,l)$ – хурдтарин адади Харди - Литтлвуд намуди $p\ +\ m^k$ мебошад, ки дар прогрессияи арифметикии $qt\ +\ l, t\ =\ 0, 1, 2, \dots, q$ – бутун, мехобад. Бинобар ин, табиатан ду масъалаи зеринро дида баромадан мумкин аст.

1. Ҳарчи беҳтар аз боло баҳодиҳии бузургии $H_k(q,l)$.

2. Ҳосил намудани қонуни асимптотикии тақсимшавии ададҳои Харди - Литтлвуд, ки дар прогрессияи арифметикии хеле зич мехобанд.

Ҳангоми q – адади сода ва $k\ \geq\ 2$ будан, ин ду масъала дар корҳои таҳқиқ ва тасдиқоти зерин исбот карда шудааст: бигзор q – адади сода, $x\ \geq\ 2, (l,q)\ =\ 2$ бошад, он гоҳ формулаи асимптотикии зерин ҷой дорад:

$$\sum_{\substack{n\le x, m\le x^k \\ n+m^k\equiv l\ (mod\ q)}} \Lambda(n) - \frac{x^{\frac{k+1}{k}}}{\varphi(q)} \ll x\,exp\left(-c\mathcal{L}^{\frac{1}{2}}\right) + \left(xq^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{4}{5}} + x^{\frac{1}{2}}q^{\frac{3}{2}}\right)\mathcal{L}^{35}$$

Аз ин формула дар ҳолати хусусӣ бармеояд, ки

$$H_2(q,l) \ll q^{\frac{3}{2}} \ln^{35} q.$$

Нозиров О.О. соли 2019 дар таҳқиқот оид ба масъалаҳои гуфташуда натиҷаҳои зеринро ба даст овարданд.

«Теорема 1. Ҳангоми $x \geq 2$ ва $q \geq 1$ будан, баҳои зерин ҷой дорад» [25, с. 613-618]:

$$t(x;\, q) \ll x\mathcal{L}^{28} + x^{\frac{4}{5}} q^{\frac{1}{2}}\mathcal{L}^{31} + x^{\frac{4}{5}}q\mathcal{L}^{32}.$$

Баҳои дар ин теорема гирифташуда беҳтаркунии баҳои

$$t(x;\, q) \ll \left(x + x^{\frac{4}{5}}q^{\frac{3}{2}} + x^{\frac{1}{2}}q\right)\mathcal{L}^{34}$$

ки онро соли 1993 З.Ҳ. Раҳмонов бо усули таҳқиқи қиматҳои миёнаи функсияҳои арифметикии намуди функсияи Чебишёв аз рӯи ҳамаи характерҳои Дирихле исбот намудааст.

ХУЛОСАҲО

1. Натиҷаҳои илмии таҳқиқот

Солҳои охир ба илмҳои дақиқу риёзӣ, ки дар рушди техника ва технология, пешрафти ҷомеа нақши калиди доранд, аҳамияти ҷиддӣ дода мешавад ва дар ин самт, чи тавре маълум аст, оид ба амалӣ намудани «Барномаи рушди илмҳои табиатшиносӣ, риёзию техникӣ барои солҳои 2010-2020» (қарори Ҳукумати Ҷумҳурии Тоҷикистон, аз 14.04.2010, таҳти рақами №101), дар ин замина аз тарафи Пешвои миллат, Президенти мамлакат муҳтарам Эмомалӣ Раҳмон фармони №1445 аз 31 январи соли 2020 дар бораи «Бисолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф» эълон намудани солҳои 2020-2040 ба тасвиб расидааст, мусоидат мекунад.

1. Донистани таърихи ҳар як илм ба роҳи дуруст омӯзиш ва таҳқиқот бурдан ҷиҳати пешрафти соҳа мусоидат мекунад. Аз таҳқиқи масъала маълум мегардад, ки инсоният ба омӯзиши назарияи ададҳои сода аз замонҳои қадим машғул будааст. Мутаассифона, дастовардҳои зиёди

олимони қадим оид ба ин объекти математикӣ то давраи мо нарасидааст. Корҳои назаррас дар соҳаи назарияи ададҳои сода, ба монанди осори Евклид, ки беохирии ададҳои содаро исбот кардааст, Эратосфен барои муайянкунии ададҳои сода усулеро пешниҳод кардааст, ки дар математика ба номи «Ғалбери Эратосфен» маълум буда, аз ҳама усулҳои беҳтарини муайянкунии ададҳои сода эътироф гардидааст [18-М].

2. Дар корҳои олимони форсу тоҷик Муҳаммад ал-Хоразмӣ (787-850), Абурайҳони Берунӣ (973-1050), Абу Али ибни Сино, Собит ибни Қурро (826 – 901), Маҳмуд бен ал-Вусудӣ, Ибни Ҳайсам (965-1040), Умари Хайём (1048–1131), ал-Форсӣ (1260-1320) ва даҳҳо дигарон дар бораи такмилёбии назарияи ададҳои сода саҳми арзанда гузоштаанд [9-М; 11-М; 12-М; 13-М].

Бояд қайд намуд, ки Абу Али ибни Сино дар китоби «Донишнома»-и худ маълумот дар бораи Ғалбери Эратосфен, яъне ба забони тоҷикӣ “гирболд” зикр гардидааст ва ин аз он шаҳодат медиҳад, ки Абу Али ибни Сино дар бораи «Ғалбери Эратосфен» маълумот дошта, ба назарияи ададҳои сода диққати махсус зоҳир намудааст.

3. Такмили назарияи ададҳо дар асрҳои миёна дар Аврупо рушд ёфта, дар самти назарияи ададҳои сода олими шинохта фаронса Мариен Мерсенн ва Пиер Ферма, Л. Эйлер, Х. Голдбах, Ж. Л. Лагранж, Э. Варинг, Г.Ф. Лейбнитс, Е. Люк, Д.Г. Лемер ва даҳҳо дигарон саҳми худро гузоштаанд [2-М; 4-М; 5-М].

4. Аз асрҳои XVII-XX олмони рус ва шӯравӣ монанди П. С. Порескиӣ, А. Слудскиӣ, В. Я. Буняковскиӣ, А. Полинияк, П. Л. Чебишев, И.М.Виноградов, А.А. Каратсуба, А.Г. Постников, А.П. Юшкевич ва ғайраҳо дар рушди назарияи ададҳои сода дастовардҳои олимони европаро такмил додаанд [4-М; 5-М].

5. Дар замони муосир дастовардҳои олимони рус ва шӯрави оид ба назарияи ададҳои содаро шогирдонашон идома додаанд. Яке аз

шогирдони онҳо олими тоҷик академик З. Ҳ. Раҳмонов дар асоси таҳқиқотҳои И. М. Виноградов, А. А. Каратсуба ва ғайраро идома дода, доир ба масъалаҳои гуногуни назарияи ададҳои сода корҳои назаррас ба анҷом расонида, шогирдҳое зиёде омода намудааст. Самтҳои таҳқиқоти ин олими тоҷикро ба ду қисм ҷудо намудан мумкин [5-М; 6-М]:

а). Як шохаи назарияи ададҳои сода ин "Суммаи қиматҳои ғайри асосии характери Дирихле дар пайдарпаиҳои лағжонидашудаи ададҳои сода" номида шуда, дар ин самт академик З.Ҳ. Раҳмонов ва шогирдонаш дар замони истиқлолият корҳои зеринро ба анҷом расондааст.

Соли 1994-ум З.Ҳ. Раҳмонов баҳои И.М. Виноградовро аниқтараш баҳои

$$|T_1(\chi)| \ll x^{1-\varepsilon}\sqrt{\frac{1}{q}+\frac{q}{x}+x^{-\frac{1}{6}}} \quad -\text{ро},$$

ҳангоми модули характери Дирихле адади таркибӣ будан, умумӣ гардонида, теоремаи зеринро исбот намудааст, ки он чунин аст: бигзор D– адади натуриалии кифоя калон, χ — характери ғайриасосӣ аз рӯи модули $D, \chi q$ – характери примитивии тавлидшудаи характери χ, q_1— ҳосили зарби ададҳои содае, ки D –ро тақсим карда, аммо адади q –ро тақсим намекунад, бошад, он гоҳ формулаи зерин дуруст аст:

$$T_1(\chi) \le x\ln^6 x\left(\sqrt{\frac{1}{q}+\frac{q}{x}\tau^2(q_1)}+x^{-\frac{1}{6}}\tau(q_1)\right)\tau(q).$$

Соли 2013 З.Ҳ. Раҳмонов теоремаи зеринро оиди баҳои суммаи $T_1(\chi_q)$ исбот намуд: агар q – адади натуриалии кифоя калон, χ_q– характери примитивӣ аз рӯи модули q , $(l, q) = 1, \varepsilon$ – доимии кифоя хурди мусбат ва $x \ge q^{\frac{5}{6}+\varepsilon}$ бошад, он гоҳ баҳои зерин дуруст аст [6-М]:

$$T_1(\chi_q) \ll x\, exp\left(-\sqrt{ln\, q}\right).$$

Солҳои минбаъда ин олим бо шогирдони худ ба дастовардҳои зиёд ноил гаштаанд, онҳо ба таври зайл дар теоремаҳо инъикос ёфтаанд:

1) Агар q – адади натуриалии кифоя калони аз куб озод, χ_q– характери примитивӣ аз рӯи модули q , $(l, q) = 1, \varepsilon$ – доимии кифоя хурди мусбат ва $x \geq q^{\frac{1}{2}+\varepsilon}$ бошад, он гоҳ баҳои зерин дуруст аст

$$T_1(\chi_q) \ll x\, exp\left(-\sqrt{ln\, q}\right).$$

2). Бигзор D – адади натуралии кифоя калон, χ — характери ғайриасосӣ аз рӯи модули D, χ_q – характери примитивӣ аз рӯи модули q, тавлидшудаи характери χ, q – адади аз куб озод, $(l, D) = 1, \varepsilon$ – доимии кифоя хурди мусбат, он гоҳ ҳангоми $x \geq D^{\frac{5}{6}+\varepsilon}$ будан, формулаи зерин дуруст аст [6-М]

$$T_1(\chi) \ll x\, exp\left(-0{,}6\sqrt{ln\, D}\right).$$

б). Шохаи дигари назарияи ададҳои сода ин «Суммаҳои тригонометрӣ бо ададҳои сода ва татбиқи онҳо дар масъалаҳои адитивии ададҳо сода» мебошад ва оиди баҳои суммаҳои тригонометрии хаттӣ бо ададҳои сода теоремаи зерин исбот шудааст [6-М]:

Теорема. Бигузор $x \geq x_0 > 2,\ h \leq x^{-\frac{1}{2c}} \exp(-(\ln x)^{0,76}),\ y \geq hx^{\frac{c-1}{c}} \exp(\ln x)^{0,76},\ \tau \geq \frac{y^2}{xh},\ b \geq (m+1)(2B+8)$ –адади мусбати ихтиёри,

$$F(q,\ x) = \begin{cases} \exp(-\ln^4 \ln x)\ \text{агар}\ q \leq (\ln x)^b, \\ (\ln x)^{B+3} \qquad \text{агар}\ q \leq (\ln x)^b. \end{cases}$$

Пас баробарии зерин дуруст аст:

$$S(\alpha; x, y) = \frac{\mu(q)}{\phi(q)} \frac{sin\, \pi\lambda y}{\pi\lambda} e\left(\lambda\left(x - \frac{y}{2}\right)\right) + O\left(\frac{y}{q^{\frac{1}{2}}} F(q, x)\right).$$

Теорема. Бигзор N адади ба таври кофӣ калони натуралӣ бошад, $I(N, H)$ адади баназардошти N ҳамчун ҷамъи ду адади содаи $p_1,\ p_2$ ва дараҷаи чоруми адади натуралии m бо шартҳои

$$\left|p_i - \frac{N}{3}\right| \leq H,\ \ i = 1, 2,\ \ \left|m^4 - \frac{N}{3}\right| \leq H$$

бошад, ки $\rho(\mathrm{N}, \mathrm{p})$ — шумораи ҳалли муқоиса $x^4 \equiv \mathrm{N}(\mathrm{mod}\ \mathrm{q})$, пас барои $\mathrm{H} \geq \mathrm{N}^{\frac{11}{12}}\mathcal{L}^{\frac{40}{3}}$ формулаи асимптотикӣ дуруст аст [5-М; 6-М]:

$$\mathrm{I}(\mathrm{N}, \mathrm{H}) = \frac{\sqrt[4]{3}\mathfrak{S}(\mathrm{N})\mathrm{H}^2}{4\sqrt[4]{\mathrm{N}^3}\mathcal{L}^2} + O\left(\frac{\mathrm{H}^2}{\sqrt[4]{\mathrm{N}^3}\mathcal{L}^3}\right), \qquad \mathfrak{S} = \prod_{\mathrm{p}}\left(1 + \frac{\rho(\mathrm{N}, \mathrm{p})}{(\mathrm{p} - 1)^2}\right).$$

Ингуна мисолҳоро зиёд овардан мумкин, ки онҳо дар маҷаллаҳои илмии бонуфуз нашр гардида илми тоҷикро ба арсаи байналмилалӣ мебардорад.

Ҳамин тавр, назарияи ададҳои сода таърихи муҳим дошта, олимони зиёде даврҳои мухталиф, аз ҷумла олимони тоҷик дар солҳои истиқлолият ба рушди ин соҳа саҳми босазо гузоштаанд.

2. Тавсияҳо оид ба истифодаи амалии натиҷаҳои таҳқиқот

Дар асоси натиҷаҳои татқиқоти мазкур чунин тавсияҳоро пешниҳод кардан мумкин аст:

1. Дар курси «Алгебра ва назарияи ададҳо»-и МТОК истифода намудан аз маълумотҳои дар рисола овардашуда аз манфиат холӣ нест.
2. Дар ихтисосҳои «математика»-и МТОК ба донишҷӯён семинари махсус оид ба омӯзиши таърих ва зинаҳои рушди назарияи ададҳои сода ташкил кардан ба мақсад мувофиқ аст.
3. Таҳқиқотчиёни соҳа оид ба саҳми донишмандони асримиёнагии форсу тоҷик ва олимони муосир ба назарияи ададҳои сода рисолаҳои оммафаҳм таҳия намояд, ки ба доираи васеъи ҷомеа дастрас ва фаҳмо бошад.
4. Хуб мешуд, агар оид ба таърихи назарияи ададҳои сода ва таҳқиқотҳои муосири ин самт конференсияҳои илмӣ ташкил карда шавад.

ФЕҲРИСТИ ИНТИШОРОТИ ИЛМИИ ДОВТАЛАБИ ДАРЁФТИ ДАРАҶАИ ИЛМӢ

а) Мақолаҳои илмие, ки дар маҷаллаҳои тақризшавандаи Комиссияи олии аттестатсионии назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон нашр шудааснд:

[1-М]. ***Исмоилов А.Ш.*** Аз таърихи муайянкунии ададҳои сода [Матн] / **А.Ш. Исмоилов**, А.Э. Сатторов // Паёми ДДБ ба номи Носири Хусрав. – Бохтар, 2021. – № 2/2 (87). – С. 88-91. (силсилаи илмҳои табиӣ).

[2-М]. ***Исмоилов А.Ш.*** Аз таърихи ҷудокунии ададҳои сода [Матн] / **А.Ш. Исмоилов**, А.Э. Сатторов // Паёми ДДБ ба номи Носири Хусрав. – Бохтар, 2021. – № 2/3 (90). – С. 107-110. (силсилаи илмҳои табиӣ).

[3-М]. ***Исмоилов А.Ш.*** Аз таърихи такмили усули «Ғалбери Эратосфен» [Матн] / **А.Ш. Исмоилов** // Паёми ДДБ ба номи Носири Хусрав. – Бохтар, 2023. – № 2/2 (111). – С. 94-97. (силсилаи илмҳои табиӣ).

[4-М]. ***Исмоилов А.Ш.*** Аз таърихи такмилёбии назарияи тақсимшавии асимптотии ададҳои сода [Матн] / **А.Ш. Исмоилов** // Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, 2024. – № 4. – С. 285-291. (силсилаи илмҳои педагогӣ)

[5-М]. ***Исмоилов А.Ш.*** Аз таърихи муаммои назарияи аддитивии ададҳои сода [Матн] / **А.Ш. Исмоилов**, А.Э. Сатторов // Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. 2024. –№ 6 қисми 1. – С. 208-214. (силсилаи илмҳои педагогӣ)

[6-М]. ***Исмоилзода А.Ш.*** Таҳқиқотҳо оид ба назарияи ададҳои сода дар солҳои истиқлолият [Матн] / **А.Ш. Исмоилзода** // Паёми ДДБ ба номи Носири Хусрав. – Бохтар, 2026. – № 2. – С. 89-96. (силсилаи илмҳои табиӣ).

б) Мақолаҳое, ки дар дигар нашрияҳо ба табъ расидаанд:

[7-М]. *Сатторов А.Э.* Маълумотҳои мухтасар доир ба ададҳои сода [Матн] / А.Э. Сатторов, **А.Ш. Исмоилов** // Маводи конференсияи илмӣ-амалии ҷумҳуриявӣ дар мавзӯи «Масоили мубрами математика ва таълими он» бахшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф» (Солҳои 2020-2040) ва 70-солагии корманди шоистаи Тоҷикистон профессор А.Э. Сатторов. – Бохтар, 2020. – С. 502-503.

[8-М]. *Сатторов А.Э.* Маълумотҳо оиди ҷудокунииададҳои сода [Матн] / А.Э. Сатторов, **А.Ш. Исмоилов** // Маводи конференсияи илмӣ-амалии ҷумҳуриявӣ дар мавзӯи «Масъалаҳои муосири илмҳои дақиқ ва технологияҳои иттилоотӣ» бахшида ба 30-солагии истиқлолияти Ҷумҳурии Тоҷикистон ва 25-солагии Донишгоҳи Россия-Тоҷикисто (Славянӣ), 28 майи соли 2021. – Душанбе, 2021. – С. 167-170.

[9-М]. *Сатторов А.Э.* Роҷеъ ба ҷудокунии ададҳои сода [Матн] / А.Э. Сатторов, **А.Ш. Исмоилов** // Маводи конференсияи илмӣ-методии ҷумҳуриявӣ дар мавзӯи «Татбиқи алгебра ва назарияи ададҳо дар ҳалли масъалалҳои муосир» бахшида ба «Бистсолагии омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшуносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф (2020-2040)», ҷашни «90-солагии таъсисёбии ДДОТ ба номи Садриддини Айнӣ», таҷлили «30-солагии Истиқлолияти давлатии Ҷумҳурии Тоҷикистон» ва «85-солагии дотсенти кафедра шодравон Давлятов Раҳматулло» 29 май соли 2021. – Душанбе, 2021. – С. 182-184.

[10-М]. *Сатторов А.Э.* Абурайҳони Берунӣ ва масъалаҳои назарияи ададҳо [Матн] / А.Э. Сатторов, **А.Ш. Исмоилов** // Маводи конференсияи ҷумҳуриявии илмӣ-назариявӣ дар мавзӯи «Нақши Абурайҳони Берунӣ дар рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф». – Бохтар, 2022. – С. 117-120.

[11-М]. *Сатторов А.Э.* Аз таърихи муайянкунии ададҳои сода [Матн] / А.Э. Сатторов, **А.Ш. Исмоилов** // Маводҳои конференсияи илмию амалии байналмиллалӣ дар мавзуи «Таҳлили комплексӣ ва татбиқҳои он» бахшида ба «Бистсолагии омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф (2020-2040)», 75-

солагии корманди шоистаи Тоҷикистон, узви вобастаи АМИТ, профессор И.К. Қурбонов ва 70-солагии профессор Ҷ.С. Сафаров. – Бохтар, 2022. – С. 446-448.

[12-М]. ***Исмоилов А.Ш***. Вопросы арифметики в трудах средневековых персидско-таджикских ученых. Труды Математического центра имени Н. И. Лобачевского. Т. 65 / Материалы Всеросийской школы-конференции «Лобачевские чтения». – Казань: Изд-во КФУ, 2022. –Т. 65. – С. 64-68.

[13-М]. *Сатторов А.Э.* Корҳои олимони асримиёнагии форсу тоҷик дар самти назарияи ададҳо [Матн] / А.Э. Сатторов, **А.Ш. Исмоилов** // Маводи конференсияи илмӣ-назарявии байналмилалӣ дар мавзуи «Мақоми Абурайҳони Берунӣ дар таърихи тамаддуни форс – тоҷик», бахшида ба 1050-солагии мутафаккири бузург. – Бохтар, 2023. – С. 71-74.

[14-М]. *Сатторов А.Э.* Оид ба дастовардҳои олимони асрҳои миёнагии Осиёи Марказӣ дар соҳаи математика ва истифодаи онҳо дар раванди таълим. [Матн] / А.Э. Сатторов, **А.Ш. Исмоилов** // Маводи конференсияи ҷумҳуриявии илмӣ-назариявӣ дар мавзуи «Масъалаҳои актуалии илми риёзӣ ва методҳои таҳқиқоти онҳо» бахшида ба эълон гардидани солҳои 2020-2040 бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф. – Кулоб, 2023. – С. 41-44.

[15-М]. ***Исмоилов А.Ш.*** О геометрических исследованиях аль-Кушчи. Сборник содержит материалы Всеросийской школы-конференции «Лобачевские чтения - 2023», организованной на базе Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета. – Казань, 2023. – С. 96-99.

[16-М]. *Сатторов А.Э.* Аз таърихи такмилёбии назарияи ададҳои сода. [Матн] / А.Э. Сатторов, **А.Ш. Исмоилов** // Маводи конференсияи байналмилалии илмӣ-амалӣ бахшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди

илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф» ва 70-солагии доктори илмҳои физика-математика, профессор Байзоев Саттор. – Хуҷанд, 2024. – С. 364-367.

[17-М]. *Сатторов А.Э.* Аз таърихи муаммои Голдбах-Эйлер дар бораи ададҳои сода. [Матн] / А.Э. Сатторов, **А.Ш. Исмоилов** // Маводи конференсияи байналмилалии илмӣ-амалӣ таҳти унвони «Масъалаҳои мубрами таълими фанҳои техникӣ, дақиқ ва риёзӣ» бахшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф (2020 – 2040)» ва бахшида ба эълон гардидани солҳои 2022-2026 «Солҳои рушди саноат». – Бохтар, 17-18 майи соли 2024. – С. 527-529.

[18-М]. *Сатторов А.Э.* Носири Хусрав ва ченакҳои риёзии он давр. [Матн] / А.Э. Сатторов, **А.Ш. Исмоилов** // Маводи конференсияи илмӣ-назариявии байналмилалӣ дар мавзуи «Муаммоҳои омӯзиши осори Носири Хусрав ва саҳми ӯ дар таърихи тамаддуни тоҷикон», бахшида ба 1020-солагии мутафаккири бузург. – Бохтар, 25-26 октябри соли 2024. – С. 24-26.

[19-М]. ***Исмоилов А.Ш.*** Назарияи ададҳои сода ва рушди он дар асрҳои миёна. Матн] / **А.Ш. Исмоилов** // Маводи конференсияи илмӣ-амалии байналмилалӣ дар мавзуи «Муаммоҳои муосири математика ва таълими он» бахшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф» (солҳои 2020-2040) ва 35-солагии Истиқлолияти давлатии Ҷумҳурии Тоҷикистон (31 майи соли 2025). – Бохтар. – С. 353-354.

[20-М]. ***Исмоилзода А.Ш.*** Таҳқиқи назарияи ададҳои содаи палиндромӣ. Матн] / **А.Ш. Исмоилзода** // Маводи конференсияи байналмилалии илмию амалӣ дар мавзуи «Муаммоҳои муосири математика», бахшида ба 35-солагии Истиқлолияти давлатии Ҷумҳурии Тоҷикистон, 95-солагии Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи Садриддин Айнӣ ва «Бистсолаи омӯзиш ва рушди илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф (солҳои 2020-2040)». – Душанбе, 27-28 уми марти соли 2026. – С. 158-160.

в) Дастурҳои таълимию методӣ:

[19-М]. *Сатторов А.Э.* Нобаробариҳо (Ёрии методӣ) [Матн] / Сатторов А. Э., **Исмоилов А. Ш.** – Бохтар, 2020. – 98 с.

[20-М]. *Сатторов А.Э.* Алгебра ва назарияи ададҳо (матни маърӯза ва коркарди дарсҳои амалию КМРО) (Дастури таълимӣ) [Матн] / Сатторов А.Э., **Исмоилов А.Ш.** – Бохтар: Матбаа, 2021. – 226 с.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«БОХТАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ НОСИРА ХУСРАВА»

На правах рукописи

ТДУ: 37 тоҷик+51+53+001
ТКБ 71.03 (2 тоҷик)+22.3+22.1+72.3
И-71

ИСМОИЛЗОДА АБДУЛМАЖИД ШЕРАЛИ

ИСТОРИЯ СТАНОВЛЕНИЯ И РАЗВИТИЯ ТЕОРИИ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. История науки и техники (математика)

Бохтар -2026

Диссертация выполнена на кафедре алгебры и геометрии ГОУ «Бохтарский государственный университет имени Носира Хусрава»

Научный руководитель:	**Сатторов Абдурасул Эшбекович** – доктор педагогических наук, профессор кафедры алгебры и геометрии ГОУ «Бохтарский государственный университет имени Носира Хусрава»
Официальные оппоненты:	**Хайруллозода Шамсулло Амрулло** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры алгебры и теории чисел Таджикского национального университета
	Курбонов Диловаршо Мирзоевич – кандидат исторических наук, доцент кафедры общей и теоретической физики Кулябского государственного университета имени Абуабдуллохи Рудаки
Ведущая организация:	Таджикский государственный педагогический университет имени Садриддина Айни

Защита диссертации состоится «28» августа 2026 года, в 9:00 часов на заседании диссертационного совета 6Д.КОА-061 по защите кандидатских диссертаций при Бохтарском государственном университете имени Н. Хусрава (по адресу: 735140, Республика Таджикистан, Хатлонская область, г. Бохтар, пр. Айни, 67). E-mail: mahmudkholov@mail.ru; номер телефона ученного секретаря диссовета (992) 903 05 00 28.

С содержанием диссертацией и ее авторефератом можно ознакомиться в библиотеке Бохтарского государственного университета имени Носира Хусрава и на сайте www.btsu.tj

Автореферат разослан в «_____»________________________ в 2026 года.

Ученый секретарь
диссертационного Совета,
доцент Холов М.Ш.

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Известно, что в настоящее время основной акцент правительства направлен на изучение точных и математических наук, поскольку эти дисциплины играют важную роль в изучении других дисциплин и в подготовке специалистов в области техники и технологий, а также в подготовке кадров для промышленности, вследствие этого объявлена четвёртая национальная стратегия развития. В этом контексте Лидер нации, Президент республики уважаемый Эмомали Рахмон утвердил Указ № 1445 от 31 января 2020 года «О 20-летии изучения и развития естественных, точных и математических наук в сфере науки и образования» на 2020-2040 годы.

Математика занимает важное место среди существующих наук, поскольку математические методы предоставляют широкие возможности для решения задач в различных науках.

Математика, как наука, имеет древнюю историю. Фактически, с самого начала своей деятельности человек нуждался в вычислениях, измерениях, определении площади и объёма различных тел, и эта ситуация сохраняется и по сей день. Первым объектом этой науки были числа, и сегодня она играет заметную роль в современных исследованиях как теория чисел.

Теория чисел имеет особое значение благодаря возможности её применения в различных областях.

Простые числа в натуральном ряду, делящиеся только на 1 и на себя, были объектом изучения с древних времён, например, «Решето Эратосфена».

Изучение трудов математиков мира о простых числах оказывает положительное влияние на формирование историко-научного мировоззрения и, в особенности, математических представлений обучающихся СОУ и студентов высшего профессионального образовательного учреждения (ВПОУ) естественнонаучного, математического и технического направлений, и занимает особое место в изучении свойств определения простых чисел. В период государственной независимости страны многие вопросы, которые касаются простых чисел исследованы таджикскими исследователями, и признаны и в зарубежных странах. Но до сих пор не выполнены научные труды о простых числах в прежние годы и в эпоху независимости Таджикистана. По этой причине мы наше исследование посвятили этой теме.

Степень научной разработанности исследуемой проблемы. Изучение теории простых чисел было актуально для математиков с древнейших времён, и они проделали большую работу по выявлению простых чисел среди натуральных. На наш взгляд, исследования в этой области можно разделить на пять групп:

1) Теория простых чисел является важным разделом математики, и древние греки были одними из первых, кто изучал этот вопрос, что отражено в трудах известных историков, востоковедов, математиков, историков науки, философов: А.В. Кубицкого [1], И.Н. Веселовского [2], И.О. Гейберга [9], Евклида [13], Л.Я. Жмудя [14], И.Д. Рожанского [30], Д.Я. Стройк [34] и др., а также в книге «История математики» [16]. Например, древнегреческий математик Евклид (III век до н.э.) доказал существование бесконечного множества простых чисел. Кроме того, другой греческий математик и астроном Эратосфен (276–193 гг. до н.э.) предложил простой метод построения таблицы простых чисел. Предложенный им метод известен в математике как «Решето Эратосфена». Этот метод является лучшим методом определения простых чисел с древних времен, и в наше время с помощью этого метода получено более 100 миллионов простых чисел;

2) в средние века теория простых чисел также развивалась в трудах персидских и таджикских учёных, таких как Мухаммад аль-Хорезми, Омар Хайям, Абу Райхон аль-Беруни, Ибн Сино, Собит ибн Курра, Ибн Хайсам, Мухаммад аль-Фарси, Н.М. Бобоев [3], П.Г. Булгаков [4], И. Гуломов [12], М. Илолов [15], А.К. Кодиров [17], А.Ш. Комили [19], Г.П. Матвиевская [21], М.М. Рожанская [29], Б.А. Розенфельд [28], Г.С. Собиров [32], М.С. Шарипова [39] и др.;

3) изучение теории простых чисел также бурно развивалось европейскими учёными П. Ферма [43], Л. Эйлером [7], М. Мерсенном [20], Г. Гольдбахом, А.М. Лежандром, К.Ф. Гауссом, Б. Риманом [5] и др.;

4) в советское время изучение теории простых чисел также проводилось в трудах известных математиков И.М. Виноградова [8], Н.Г. Чудакова [38], К. Карацубы, А.А. Бухштаб [6], В.А. Голубева [10], Р.Ф. Файзиева [35], Б.А. Элнатанова [41] и др., и они добились значительных результатов в этом направлении;

5) в период государственной независимости в республике разрабатывались проблемы теории простых чисел, и были получены значительные результаты видными таджикскими учёными, такими как академик З.Х. Рахмонов [26] и его ученики Дж.А. Шокамолова [40], Д.М. Фозилова [36], А.О. Рахимов [27], Ш.Х. Мирзорахимов [23], Д.Дж. Хокиев [37], О.О. Нозиров [25], А.А. Собиров [33] и др., и данный процесс продолжается и в настоящее время.

Связь исследования с программами (проектами), научными темами. Настоящее диссертационное исследование выполнено в соответствии с программой «Двадцать лет изучения и развития естественных, точных и математических дисциплин в сфере науки и образования» на 2020–2040 годы и в рамках научно-исследовательского плана кафедры алгебры и геометрии Бохтарского государственного университета имени Носира Хусрава и научно-исследовательского плана Научно-исследовательского института истории естествознания и техники при том же университете.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Цель исследования – изучение исследований в области теории простых чисел и вклада таджикских ученых в годы независимости в решение проблем теории простых чисел.

Задачи исследования. В связи с диссертационным исследованием поставлены конкретные цели и задачи, необходимые для реализации следующих задач:

– анализ теории простых чисел в трудах древних учёных;

– обзор развития теории простых чисел в трудах персидских и таджикских учёных Средневековья;

– активное развитие теории простых чисел европейскими учёными;

– исследование развития теории простых чисел в советский период;

– вклад отечественных учёных в изучение проблем теории простых чисел в годы государственной независимости.

Объект исследования - труды античных, средневековых персидских, таджикских и европейских учёных, а также современных отечественных учёных по теории простых чисел и её развитию в период государственной независимости.

Предмет исследования. Из истории теории простых чисел и ее развития в годы независимости (1991-2020).

Этапы исследования. Данное исследование в основном проводилось в три этапа.

На первом этапе (2018-2021 гг.) – выбор и утверждение темы, а также сбор и ознакомление с работами по истории математической науки, включая теорию чисел. На данном этапе с 2020 года началась публикация научных статей и докладов по теме, которая продолжалась на всех трёх этапах.

На втором этапе (2021-2022 гг.) – помимо продолжения написания научных статей и рефератов, также рассматривалась классификация теоретико-методической части диссертации.

На третьем этапе (2023-2024 гг.) продолжается публикация научных статей, написание диссертации, и её рецензирование проводилось на заседании кафедры алгебры и геометрии Бохтарского государственного университета имени Носира Хусрава, а также на научном семинаре Научно-исследовательского института истории естествознания и техники при университете, и была защищена с учётом исправления имеющихся замечаний.

Хронология исследования охватывает изучение простых чисел с древнейших времён до наших дней, с особым вниманием к настоящему времени, включая труды таджикских учёных и их достижения в области простых чисел.

Теоретические основы исследования и его значение. Диссертация имеет научно-теоретическое и научно- историческое значение. Материалы исследования, выводы, результаты, предложения и публикации автора могут служить ценным источником для подготовки специалистов в области математики в средних и высших профессиональных учебных заведениях страны.

Методы исследования были определены исходя из поставленных задач научного исследования: методы изучения и анализа научных источников, анализа существующих полевых исследований по изучаемой проблеме, а также методы анализа теории чисел (простых чисел).

Область диссертационного исследования соответствует содержанию паспорта специальности 1.1.1. «История науки и техники (математика)».

Источниковедческая база исследования. Источниковедческую базу составили преимущественно труды математиков с древнейших времен до наших дней по теории простых чисел и методам их определения.

Основная база исследования: Государственное образовательное учреждение «Бохтарский государственный университет имени Носира Хусрава».

Научная новизна исследования включает:

- возникновение и развитие теории простых чисел в трудах античных ученых, которые были впервые изучены;

- изучение теории простых чисел в трудах персидских и таджикских ученых Средневековья;

- стремительное развитие теории простых чисел европейскими учеными XVI-XIX веков;

- изучение теории простых чисел в советскую эпоху;

- изучение достижений таджикских ученых в теории простых чисел в года независимости Таджикистана.

Основные положения, выносимые на защиту:

- развитие теории простых чисел в древности и исследование изучения теории простых чисел в трудах персидских и таджикских учёных Средневековья;

- труды европейских учёных XVI-XIX веков и их достижения в теории простых чисел;

- исследование теории простых чисел в советское время;

- достижения таджикских учёных в теории простых чисел в новейшее время.

Теоретическая и практическая значимость исследования. Материалы исследования, выводы, результаты, предложения и публикации автора могут быть использованы в качестве учебного пособия в области математики (теории чисел) в средних и высших профессиональных учебных заведениях страны:

- результаты исследования могут быть использованы при составлении комплексных исследований по математики в Таджикистане и за рубежом, при преподавании алгебры и теории чисел, а также спецкурсов в СОУ и ВПУЗ страны, особенно на факультете математики и специальных математических дисциплин.

- результаты исследования могут быть использованы в виде научных, научно-методических и научно-популярных статей, выпускных квалификационных работ для студентов и магистрантов, аспирантов и докторантов для написания специализированных диссертаций;

- результаты работы также будут полезны преподавателям СОУ и преподавателям ВПУЗ страны;

- результаты исследования, безусловно, могут быть широко использованы исследователями в области математики при написании монографий и специализированных сборников.

Степень достоверности результатов. Методологическая основа диссертации формируется на основе математических принципов, анализа теории простых чисел и формирования математических знаний, позволяющих рассматривать математические аргументы, связанные с изучением вывода множества простых чисел из ряда натуральных чисел в рамках математики (теории чисел). При этом в ходе исследования рассматривались различные методы вывода простых чисел из натурального ряда.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности.

Научное исследование данной диссертации полностью соответствует паспорту специальности 1.1.1. «История науки и техники», т.е. изучение, исследование, анализ и обоснование истории математических знаний.

Личный вклад соискателя ученой степени в исследование. Результаты исследования обсуждались в виде докладов на семинарах и заседаниях кафедры алгебры и геометрии Бохтарского государственного университета имени Носира Хусрава и на научном семинаре Научно-исследовательского института истории естествознания и техники при университете, на республиканских и международных конференциях в университетах Бохтара, Худжанда, Куляба, Душанбе и г. Казани (Российская Федерация).

Апробация и внедрение результатов диссертации. Основное содержание диссертации опубликовано в виде научных статей в ведущих журналах ученого Совета при Президенте Республики Таджикистан, Ученого совета Министерства образования и науки Российской Федерации, а также в других научных журналах и сборниках в городах Душанбе, Худжанд, Куляб, Бохтар и Казань (Российская Федерация). Диссертация была рецензирована и рекомендована к открытой защите на кафедре алгебры и геометрии Бохтарского государственного университета имени Носира Хусрава и на обширном заседании Научно-исследовательский институт естественных наук, математики и истории науки и техники при университете.

Публикации по теме диссертации. Из 22 публикаций автора по результатам исследования 6 научных статей опубликованы в рецензируемых журналах Высшей аттестационной комиссии при Президенте Республики

Таджикистан, 1 учебное пособие, 1 методическое пособие, остальные – в других изданиях и материалах научных конференций.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из разделов «Введение», «Общее описание работы», трёх глав и пять параграфов, разделов «Заключение», «Основные научные результаты диссертации» и «Рекомендации по практическому использованию полученных результатов», «Список литературы и использованных источников».

Общий объём диссертации составляет 192 страниц компьютерного текста, набранного в текстовом процессоре Microsoft Word, включая 7 рисунков, 15 таблиц, список изученных источников, включающего 159 наименования.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснована актуальность темы, её выбор, степень её изученности, определены цель и комплекс задач, с обоснованием научной новизны и представлением источниковедения, обосновано теоретическое и практическое значение исследования, отражены методы и этапы исследовательской работы с личным вкладом диссертанта, приводится список использованной литературы, представлен объём и структура исследования.

Евклид (325-265 г. до н.э.)

В первой главе, которая называется «**Теория простых чисел в трудах таджикских и персидских ученых**» и имеет два параграфа, рассказывается о происхождении и развитии простых чисел, о трудах древних исследователей и средневековых персидских и таджикских ученых по теории чисел.

Эратосфен (276-193 г. до н. э.)

Суть первого параграфа, который называется «Происхождение и развитие теории чисел (простых чисел)», заключается в том, что здесь представлена информация о трудах многих древних учёных, таких как греческий математик

Евклид (III в. до н. э.), доказавший существование бесконечного множества простых чисел, и другой греческий математик и астроном Эратосфен (276-193 гг. до н.э.), предложивший простой метод построения таблицы простых чисел. Метод, предложенный Эратосфеном, известен в математике как «Решето Эратосфена». Этот метод является лучшим из всех методов определения простых чисел с древних времён и привлек внимание известных математиков всего мира.

Метод, предложенный Эратосфеном, заключается в следующем: «предположим, нам нужно построить таблицу простых чисел до 50. Запишем последовательность натуральных чисел от 1 до 50 и будем искать среди них простые числа следующим образом (составные числа зачёркнуты)» [24]:

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Таблица 1.

Первое число, большее 1, в этом ряду - 2. Это число делится только на 1 и само на себя, поэтому оно простое.

В таблице вычеркиваем все числа, делящиеся на 2 (как составные), кроме самого 2. Первым вычеркиваем число после 2 - 3. Это число на 2 не делится, и мы вычеркиваем это число. Таким образом, мы число 3 делим на число 1 и на число 3, по этой причине это число является простым. Все числа, которые делятся на число 3, нами вычеркнуты в таблице (за исключением самого числа 3). Сначала вычеркивается число 6, не делящееся как на число 2, так и на число 3. Следовательно, 5 делится только на 1 и само на себя, поэтому оно тоже простое, и так далее. В нашем примере после вычеркивания четвёртого действия остаются только простые числа.

	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~

~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~

Таблица 2.

Второй параграф называется **«Роль таджикских и персидских ученых в открытии теории простых чисел»**. Средневековые персидские и таджикские ученые, такие как Мухаммад аль-Хорезми, Абу Наср аль-Фараби, Абу Али ибн Сина, Абу Райхан аль-Бируни, Табит ибн Курра, Ибн Хайтам, аль-Фарси и десятки других, проводили обширные научные исследования в большинстве областей точных наук, включая математику.

Следует отметить, что в этом параграфе рассматриваются исследования средневекового персидского и таджикского учёного Сабита ибн Курры (836–901), который впервые описал правило вывода дружественные числа. В книге Р.Ф. Файзиева, опубликованной в 1967 году на таджикском языке под названием «Решето Эратосфена, его обобщение и приложения (простые числа)», говорится: «интересно отметить, что таджикский математик XIII века Махмуд бин аль-Вусуди занимался изучением свойств дружественные числа. Он разработал правило упорядочивания дружественные числа следующим образом» [35, с. 12].

Дружественные числа – это два числа, сумма делителей которых равна другому. Например, Сабит ибн Курра приводит пример пары сопряжённых чисел, известных в его время: 220 и 284:

Например, сумма делителей числа 220 = 1 + 20 + 10 + 5 + 4 + 2 + 11 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284, а 284 = 1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220. Пусть σ(n) обозначает все делители суммы числа n. Если числа m и n являются сопряжёнными числами, то справедливо равенство σ(m) = n; σ(n) = m. 284 = 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110, где сумма в левой части равна собственному делителю числа 220.

В основных определениях теории четных и нечетных чисел восточные авторы в основном следовали Никомаху. По словам персидско-таджикского математика и астронома Абу-л-Вафе (940-998): «четное число - это число, делящееея на два половины, между которыми нет единицы; нечетное число - это число, которое не делится на два половины, так как между ними имеется единица» [21, с. 114].

В этом параграфе представлена информация об «Энциклопедии» Абу Али ибн Сино (980–1037), которая считается краткой энциклопедией философии, логики и математики и была написана на таджикском языке. В ней, основываясь на Никомаховом тексте, упоминается метод нахождения простых чисел в «Решете Эратосфена». Стоит отметить, что слово «решето» в книге Абу Али ибн Сино - «ғирбол», что соответствует таджикскому переводу. Абу Али ибн Сино считает, что метод «Решета Эратосфена» очень удобен для нахождения простых чисел.

Вторая глава диссертации, озаглавленная «Перенос теории простых чисел в Европу», состоит из трех параграф.

Первый параграф называется «Совершенствование теории простых чисел в трудах европейских ученых». В нем рассматривается, что ученые того периода уделяли особое внимание совершенствованию теории простых чисел и достигли высоких научных достижений. В этом направлении стоит отметить достижения таких известных европейских ученых, как М. Мерсенн, П. Ферма, Л. Эйлер, Г. Гольдбах, Ж.Л. Лагранж, Э. Варинг, Г.Ф. Лейбниц, Э. Люк, Д.Г. Лемэр и десятков других. В частности, французский ученый Марен Мерсенн (1588-1648) анализировал числа вида $M_n = 2^n - 1$ (n-натуральные числа) в теории чисел. При n=1,2,3,⋯ числа Мерсенна образуются, соответственно, числами $M_1 = 1,\ M_2 = 3,\ M_3 = 7,\ M_4 = 15, \cdots$. Некоторые из этих чисел - простые, а некоторые - составные. Если $M_n -$ простое число, такие числа называются простыми числами Мерсенна.

Кроме того, П. Ферма выдвинул гипотезу для произвольного натурального числа n, которая представляет собой выражение $2^{2^n}+1$ простых чисел. В частности:

Пьер Ферма
(1601-1665)

При $n=0, F_1=2^{2^0}+1=3$ простых чисел,

При $n=1, F_1=2^{2^1}+1=5$ простых чисел,

При $n=2, F_2=2^{2^2}+1=17$ простых чисел,

При $n=3, F_3=2^{2^3}+1=257$ простых чисел,

При $n=4, F_4=2^{2^4}+1=655337$ простых чисел.

Он подставил в приведенном выше выражении вместо n числа 0, 1, 2, 3, 4 и получил простые числа 3, 5, 17, 257, 65537.

Ученый не проводил проверку для выражения n ≥ 5, но подтвердил, что во всех случаях это выражение является простым числом.

Однако при n = 5 выражение $2^{2^5}+1$ даёт чрезвычайно большое число. Определение того, является ли оно простым или составным, представляет собой весьма сложную задачу.

В 1732 году Л. Эйлер доказал ошибочность гипотезы Ферма, в частности, делимость выражения $F_5=2^{2^5}+1$ на число 641.

Доказательство Л. Эйлера основано на теории сравнений.

Позже цейлонский (государство Шри-Ланка) математик Канагасабапакти доказал составное число F_5 элементарным методом, который заключается в следующем:

$$2^{2^5}+1=2^{32}+1=2^4\cdot 2^{28}+1=15\cdot 2^{28}+(3+5^3)\cdot 2^{21}+1=$$
$$=15\cdot 2^{28}+3\cdot 2^{21}+5^3\cdot 2^{21}+1=3\cdot 2^{21}(5\cdot 2^7+1)+(5\cdot 2^7)^3+$$
$$+1^3=3\cdot 2^{21}(5\cdot 2^7+1)+(5\cdot 2^7+1)\cdot(5^2\cdot 2^{14}-5\cdot 2^7+1)=$$
$$=(5\cdot 2^7+1)\cdot[3\cdot 2^{21}+5^2\cdot 2^{14}-5\cdot 2^7+1].$$

$5\cdot 2^7+1=641$, поэтому число $2^{32}+1=4\,294\,967\,297$делится на 641.

Одной из самых известных задач на простые числа является задача Гольдбаха. В 1742 году петербургский академик Х. Гольдбах (1690-1764 гг.) в письме к Л. Эйлеру (1707–1783 гг.) сформулировал следующую задачу, утверждая, что: «Всякое целое число, больше или равное 6, может быть представлено в виде суммы трех простых чисел» [24, 11, с. 18-19]. Л. Эйлер в ответ выразил свою уверенность в справедливости этой теоремы, написав, что: «всякое чётное целое число, больше 2, может быть представлено суммой двух простых чисел» [24, 11, с. 18-19] (высказывания Г. Гольдбаха и Л. Эйлера приведены в тексте с некоторыми пояснениями). Действительно, в письме Г. Гольдбаха к Л. Эйлеру от 7 июня 1742 года мы находим следующее утверждение: «Кажется, по крайней мере, что каждое число, больше единицы, является суммой трех простых чисел» [24, 11, стр. 18-19]. Л. Эйлер в своем ответном письме от 30 июня 1742 года писал об этом: «но что каждое число есть сумма двух простых чисел, я считаю совершенно справедливой теоремой, несмотря на то, что я ее доказать не могу» [24, 11, с. 18-19]. Выдержки из писем приведены в переводе Д.А. Граве.

Второй параграф посвящен развитию теории простых чисел и ее совершенствованию отечественными учеными, а также рассматриваются достижения таких известных отечественных ученых в этом направлении, как П.С. Поресский, А.Слудский, В.Я. Буняковский, А.А. Полиняк, П.Л. Чебышёв и др.

Таким образом, первоначальное исследование преобразования «Решета Эратосфена» ограничивалось разделением простых чисел с помощью прогрессий. В последующие периоды проблемы разделения арифметических чисел нашли свое решение. В этом направлении развивались исследования русского учёного XIX века, профессора Московского университета, одного из основателей Общества математиков – астрономов, механиков и математиков А. Слудского (1841–1897), который активно развивал теорию чисел и предложил идею «Решета Эратосфена» с различными возможностями. В 1868 году на заседании Общества математиков он представил доклад с простыми числами и формой этих простых чисел. Здесь указывается на то, что у этой формы две части: 1) использование лекандровекой формы, чтобы определить простое число (их количество) в ряду 1, 2, 3, $\cdots$, x, имеющем вид

$$\pi(x) = \pi(\sqrt{x}) - 1 + [x] - \sum_{1\leq i\leq n} \left[\frac{x}{p_i}\right] + \sum_{1\leq i<j\leq n} \left[\frac{x}{p_i p_j}\right] - \cdots$$

где $p_1 < p_2 < \cdots < p_n \leq \sqrt{x}, [a]$ — целая часть числа a, а $p_1,\ p_2, \cdots, p_n$ – простые числа.

Вторая часть посвящена определению простых чисел между числами $\sqrt{x}$ и x.

Величайшие результаты П.Л. Чебышева в задаче деления простых чисел произвели большое впечатление на его современников. В этом прекрасно свидетельствуют слова известного английского математика Дж. Дж. Сильвестра (1814-1897), который в 1881 году сказал: «Для дальнейших успехов теории чисел ждать, пока родится некто настолько же превосходящий Чебышева своею проницательностью и вдумчивостью, насколько Чебышев превосходил этими умственными качествами обыкновенных людей» [24, с. 272-274]. Можно также процитировать слова известного немецкого математика Эдуарда Ландау (1887-1938), который в своей специальной работе о распределении простых чисел писал в 1909 году: «Первый после Евклида, кто пошел правильным путем для решения проблемы о простых числах и достиг важных результатов, был Чебышев» [24, с. 272-274].

Третий параграф посвящен тому или иному примеру, с помощью которого определяются простые числа с натуральным рядом, где используются эффективные вычислительные средства в каждой компьютерной сети. Простые числа существуют в большом количестве и с их помощью доказываются теоремы, разработанные как идеи и гипотезы, интересный пример разработали российские математики Юрий Матиясевич (род. 1947 г.) и Борис Стечкин (1891–1969 гг.), где использовали параболу.

Им удалось разделить две ветви параболы с помощью стрелки с отметкой того, как последовательны натуральные числа (см. на рисунок №1).

Далее происходит проведение перпендикуляров к оси стрелки в той или иной точке, соответствующей квадрату каждого натурального числа. К примеру, при проведении перпендикуляра посредством точки +4, для обозначения точек пересечения с каждой параболической ветвью используется цифра 2.

Перпендикуляр в плане геометрии и произведения 2·2 равны друг другу. Итак, перпендикуляр, произведённый из произведения 3·3, можем провести в точке 9, которую можно получить в той или иной другой точке.

Квадратные числа оси стрелки, предлагаются так каждой параболической точкой, что параболические ветви соединяются с каждой точки других ветвей, т.е. верхняя ветвь параболы – это точка -2. Здесь же располагаются точки 2, 3, 4, 5, ⋯. Эти отрезки пересекают в точках, соответствующих произведеннй с двумя связанными числами: к примеру, точка, соединяющая числа 2 и 3 на оси может пересечь точку 6. Эти отрезки не проходят через естественные точки оси и в этом случае эти естественные точки – это переходы к каждому простому числу.

Чтобы искать простые числа Ю. Матиясевич и Б. Сечкин разработали геометрическое решение (см. на рис. №1) и отметили комплексом цветных точек.

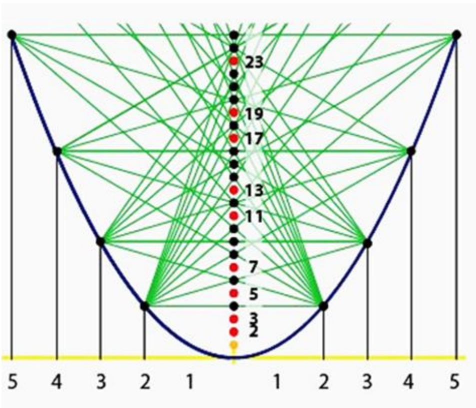


Рисунок 1.

Ныне каждое простое число имеет своё свойство, которое применяется в той или иной криптографической системе, чтобы обеспечить безопасность каждой электронной коммуникации. Каждый секретный код, основанный на простых числах, используется для того, чтобы защитить веб-сайты, электронную почту, банковские трансакции, кредитные карты и мобильную связь.

Представьте, что в супермаркете идёт продажа тысячи разноцветных банок. Из этих банок выберите две банки и смешивайте цвета в той или иной пропорции. Всё происходит простым образом. Однако, после показа первого цвета модели, с просьбой ответить на вопрос о том, что сколько цветов было применено в самом начале, то они будут затрудняться в ответе.

Всё это напоминает улицу, у которой одностороннее движение и секретный вход, каждому из которых присутствует её реализация в двух направлениях. Допустим, что не было банок с красками в супермаркете, а было несколько простых чисел, к примеру 7 и 13. Умножая их (7·13), получим 91.

Таким образом появляется следующий вопрос: можем ли мы установить, что при умножении каких простых чисел получается 91? Для ответа на этот вопрос мы берём простые числа и проводим тесты. Однако, это не простое решение, так как придётся трудиться над определением цветов красок, когда в супермаркете этих цветов очень много.

$$P_1 \cdot P_2 = x$$

$$\xrightarrow{\text{Очень легко}}$$

$$\xleftarrow{\text{Очень сложно}}$$

Первоначально криптография изучала методы шифрования информации – обратное преобразование открытого текста (исходного) в шифротекст (шифр) на основе секретного алгоритма или ключа.

Традиционная криптография – это раздел симметричных криптосистем, в котором шифрование и дешифрование производятся с использованием одного секретного ключа.

Третья глава «Исследования в теории простых чисел в Таджикистане» посвящена исследованиям таджикских учёных в области теории простых чисел в годы независимости.

Данная глава состоит из двух параграфов, первый из которых посвящен становлению и развитию научной школы по теории простых чисел в советское время. Научные исследования И.М. Виноградова, Н.Г. Чудакова, Н.М. Коробова, Ю.В. Линника, А.А. Бухштаба, В.А. Голубева, Л.Г. Шнирельмана, А.А. Карацубы и других в области теории простых чисел считаются выдающимися научными достижениями, каждый из которых вместе со своими учениками и последователями сформировал научную школу в своей области. Например, в 1934 году академик И.М. Виноградов с помощью предложенной им теоремы решил проблему Гольдбаха.

«Теорема. *Существует постоянное число N_0, такое, что все нечётные числа, большие N_0, можно представить в виде суммы трёх простых чисел»* [22, с. 291-294].

Решение проблемы Г. Гольдбаха, найденное И.М. Виноградовым, имеет большое значение для того, чтобы развивать аналитическую теорию числа. И.М. Виноградов, решая эту проблему, применил необычно сильную методику, созданную им самим, с помощью которой используются конечные тригонометрические суммы. Данная методика используется тогда, когда решаются многие сложные задачи на теорию чисел, в том числе аддитивные задачи на то или иное простое число. К тому же, И.М. Виноградовым решаются тригонометрические суммы. Чтобы решить проблему Гольдбаха–Варинга, им решается асимптотическая формула. До 2009 г. не была решена проблема относительно того, что существует ли функция $V(n)$, верхняя граница которой связана со значением параметра. По этой причине Гольдбах–Варинговая проблема в целом оставалась нерешённой до недавнего времени. Советский и российский математик В.Н. Чубариков решил её в полной мере, применяя в качестве теории кратные тригонометрические суммы с каждым простым числом. Эта теория в дальнейшем развивала метод Виноградова И.М., цель которого вычислить тригонометрические суммы с каждым простым числом.

Второй параграф «Труды таджикских учёных по теории простых чисел в период государственной независимости (1991–2020 гг.)» рассказывает о том, как таджикские учёные теоретически исследовали простые числа. В период независимости в Таджикистане последователи российских учёных продолжили исследования в области теории чисел и добились значительных научных результатов.

Институт математики Академии наук Республики Таджикистан был создан на основе математического отдела ВЦ АН РТ в 1973 году. Первый директор и основатель института математики (1973-1987 гг.) – академик Джураев А.Дж. Далее в 1987-1999 гг. директором института был академик З.Дж. Усмонов (1937-2021 гг.). С 1999 года по март 2024 года институт возглавлял академик Национальной академии наук Таджикистана З.Х. Рахмонов (1959 г.р.). С марта 2024 года институт возглавляет кандидат физико-математических наук Рахимзода А.О.

Математический институт им. А. Джураева осуществляет свою работу согласно законам РТ «О науке и государственной научно-технической политике», «Об Академии наук Республики Таджикистан», «О перспективах развития Республики Таджикистан в области науки и технологий на 2007-2015 годы», «20-летие изучения и развития естественных, точных и математических наук в сфере науки и образования» и Уставом института. Основной задачей института является проведение фундаментальных научных исследований, а также исследований прикладного искусства и подготовка высококвалифицированных специалистов в области математики, механики и информатики.

В настоящее время Институт состоит из 5 отделов:

- теории чисел, алгебры и топологии;
- теория функционального анализа;
- дифференциальные уравнения;
- математическое моделирование;
- прикладная математика и механика.

В Институте 4 сотрудника - действительные члены АН, 1 – ассоциированный член АН, 9 – докторов наук, 19 – кандидатов наук. Данный НИИ, Математический институт имени В.А. Стеклова Российской Академии наук и МГУ имени М.В. Ломоносова, научные центры и отдельные американские, немецкие, китайские, японские, канадские, иранские, израильские, австрийские учёные сотрудничают друг с другом.

Учёные данного института участвовали в Московском, Берлинском Хельсинском, Варшавском, Киотском, Берлинском, Барселонском, Пекинском, Хайдарабадском и других международных математических конференциях и конгрессах. Также проведён комплекс совместных научных работ со странами Северной Америки, Западной Европы, Восточной Европы и постсоветского пространстве.

С начала XXI века, в период независимости, в Институте сформировались такие авторитетные научные школы в области математики, научные достижения которых можно кратко оценить следующим образом.

Институт математики Национальной академии наук Республики Таджикистан имени А. Джураева сыграл значительную роль в развитии различных аспектов математической науки и прибытии в республику научных специалистов высокого уровня.

В этой связи следует отдельно отметить деятельность академика З.Х. Рахмонова. Он, опираясь на исследования И.М. Виноградова, А.А. Карацуба и других, продолжил свои исследования, выполнив значительные работы по различным вопросам теории простых чисел и подготовив множество учеников.

1. Один из разделов теории простых чисел называется «Сумма неглавных значений характера Дирихле со сдвинутыми последовательными простыми числами. В таком ключе академиком З. Х. Рахимовым и его сотрудниками в эпоху государственной независимости выполнен ряд следующих работ.

З. Х. Рахимов впервые ввёл обобщённые оценки им. Виноградова в суммах с нецелыми значениями или характером функции.

З.Х. Рахмоновым впервые была обобщена оценка И.М. Виноградова о суммах с неглавными значениями характера Дирихле, когда модуль характера — составное число, и доказал следующую асимптотическую формулу:

$$T_1(\chi) \leq x \ln^6 x \left(\sqrt{\frac{1}{q} + \frac{q}{x}\tau^2(q_1)} + x^{-\frac{1}{6}}\tau(q_1) \right) \tau(q),$$

где D — в качестве большого натурального числа, χ - в качестве непримитивного характера с модулем D, χq — в качестве примитивного характера с порождённым характером χ; q_1 — в качестве произведения каждого простого числа, который делит D, но не делит q.

Используя эту асимптотическую формулу, З.Х. Рахмонов доказал следующую асимптотическую формулу для G(D,l) — наименьшего числа Гольдбаха в арифметической прогрессии

$$Dk + l, \;\; k = 0, 1, 2, \cdots,$$

$$G(D, I) \ll \mathrm{D}^{c+\varepsilon}$$

где ε — достаточно малая положительная константа, D — достаточно большое нечётное натуральное число, c — нижняя граница чисел a, которые для некоторых констант A>2,

$$\sum_{\chi \bmod D} N(\alpha, T, \chi) \ll (DT)^{2\alpha(1-\alpha)}(ln\, DT)^A$$

Задача о делении чисел Гольдбаха в «короткой» арифметической прогрессии возникла при решении бинарной проблемы Гольдбаха.

2. Другим разделом теории простых чисел является «Среднее значение функции Чебышёва и его приложения», и доказана следующая теорема о Чебышевской функции с каждым простым числом:

Эта функция - сумма

$$\psi(y, \chi) = \sum_{n \leq y} \Lambda(n)\chi(n)$$

в котором χ(n) это характер Дирихле с модулем q, Λ(n) — Мангольдская функция.

Изучение многих задач простых чисел необходимо оценить среднее значение Чебышевской (сверх суммы) посредством характера Дирихле. Эта сумма имеет следующую асимптотическую формулу:

$$t(x;q) = \sum_{\chi mod q} \max_{y \le x} |\psi(y,\chi)|.$$

Это направление охватывает:

- асимптотическую формулу с тригонометрическими суммами простых чисел, куда входит и линейная тригонометрическая сумма простых чисел;

- деления Харди-Литтвлудских чисел в арифметической прогрессии.

«Линник Ю.В. стал первым ученым, применив среднее значение Чебышевской функции с нахождением нетривиального значения для каждой линейной тригонометрической суммы простых чисел. При применении теоремы плотности для каждого нуля L – рядов Дирихле и идей Д. Литтлвуда и Г. Харди применённых в Гольдбаховской задаче, он стал создателем нового нетривиального значения для $S\ (\alpha,\ x)$. Итак, Линником удалось по-новому доказать теорему И.М. Виноградова о Гольдбаховской задаче» [44, с. 68-80].

«С предложением аналогичного исследовательского метода с линейными тригонометрическими суммами простых чисел, где использовалась оценка среднего значения Чебышевской функции с основанием распределения каждого нуля L – ряда Дирихле и на критические прямые, выступил Н.Г. Чудаков (1947)» [38, с. 515-545].

Чтобы решить тернарные мультипликативные задачи, А.А. Карацуба вместе с методом оценивания суммы простых чисел Виноградова разработал свой метод и для простых случаев оценил величину $t\ (x;\ q)$.

Для сумм каждого среднего значения Чебышевской функции и характера Дирихле З.Х. Рахмоновым доказана следующая асимптотическая формула (1989):

$$t(x;\ q) \ll \left(x + x^{\frac{5}{6}} q^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}}\, q\right) x^{\delta}.$$

З.Х. Рахмонов разработал новую методику изучения среднего значения каждой арифметической функции Чебышевского вида характера Дирихле. С её помощью З.Х. Рахмонов добился наилучших результатов относительно этих задач:

- оценивание каждого среднего значения Чебышевской функции (в частности, линейный и квадратичный показательный вес с коротким интервалом) характера Дирихле по заданному модулю;

- оценивание каждого среднего значения Чебышевской функций примитивного характера Дирихле с превосхождением заданных значений, в частности для $t(x;\ q)$ являющийся средним значением Чебышевской функций характера Дирихле по заданному модулю. Он доказал это с помощью формулы:

$$t(x;\ q) \ll (x + x^{\frac{4}{5}}q^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}}\, q)\mathcal{L}^{34}$$

«Литтлвудом и Харди выдвинута гипотеза и в соответствии с этой гипотезой комплекс больших натуральных чисел n будет делиться на сумму простых чисел и натуральных чисел формы» [45, с. 1-70]

$$n\ =\ p\ +\ m^k\ ,\ \ k\ \geq\ 2.$$

Всё это числа Харди-Литтлвуда. Г. Бобоевым опровергнута эта гипотеза с указанием бесконечной последовательности каждого натурального числа, но они и Харди-Литтлвудским числам не имеют никакого отношения. Отсюда выходит, что для числа $l, 1\ \leq\ l\ \leq\ q$, может выполняться неравенство

$$H_k(q,l)\ >\ q,\ \ k\ \geq\ 2,$$

в котором $H_k(q,l)$ является наименьшим числом формы Харди-Литтлвуда $p\ +\ m^k$, у которой арифметическая прогрессия $q\mathrm{t}\ +\ \mathrm{l}, \mathrm{t}\ =\ 0,1,2,\dots,\mathrm{q}$ является целым числом. В связи с этим, возникает необходимость в рассмотрении двух задач.

1. Наилучшее возможное оценивание величины $H_k(q,l)$.

2. Асимптотический закон с распределением Харди-Литтлвудского числа и его плотная арифметическая прогрессия.

Если q является простыми числом и $k \geq 2$, в той или иной проверочной работе комплекс проблем доказывается в полном объёме, где q является простым числом, $x \geq 2, (l, q) = 2$, то в этом случае принимают следующую асимптотическую формулу:

$$\sum_{\substack{n \leq x, m \leq x^k \\ n+m^k \equiv l \ (mod\ q)}} \Lambda(n) - \frac{x^{\frac{k+1}{k}}}{\varphi(q)} \ll x\ exp\left(-c\mathcal{L}^{\frac{1}{2}}\right) + \left(xq^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{4}{5}} + x^{\frac{1}{2}}q^{\frac{3}{2}}\right)\mathcal{L}^{35}.$$

В соответствии с данной формулой в частном случае следует, что $H_2(q, l) \ll q^{\frac{3}{2}} \ln^{35} q$.

Нозиров О.О. в 2019 году в своих исследованиях по вышеуказанным вопросам получил следующие результаты.

«Теорема 1. При $x \geq 2$ и $q \geq 1$справедлива оценка» [25, с. 613-618]:

$$t(x;\ q) \ll x\mathcal{L}^{28} + x^{\frac{4}{5}}\ q^{\frac{1}{2}}\mathcal{L}^{31} + x^{\frac{4}{5}}q\mathcal{L}^{32}.$$

Значение, полученное в этой теореме, является улучшением по сравнению со значением $t(x;\ q) \ll \left(x + x^{\frac{4}{5}}q^{\frac{3}{2}} + x^{\frac{1}{2}}q\right)\mathcal{L}^{34}$, что было доказано в 1993 году З.Х. Рахмоновым с помощью исследовательского метода среднего значения арифметической функции Чебышевской формы по параметрам Дирихле.

ВЫВОДЫ

1. Научные результаты исследования

В последние годы серьёзное внимание уделяется точным и математическим наукам, которые играют ключевую роль в развитии технологий и общества, и в этом направлении, как известно, реализация «Программы развития естественных, математических и технических наук на 2010-2020 годы» (Постановление Правительства Республики Таджикистан от 14.04.2010 г. № 101). В этом контексте Лидер нации, Президент республики Таджикистан уважаемый Эмомали Рахмон утвердил Указ № 1445 от 31 января 2020 года «О двадцатилетней программе изучения и развития естественных, точных и математических наук в сфере науки и образования на 2020-2040 годы», способствует прогрессу в этой области.

1. Знание истории каждой науки способствует правильному изучению и исследованию данной области. Из изучения задачи становится ясно, что человечество изучает теорию простых чисел с древнейших времён. К сожалению, многие достижения античных учёных в этой математической области не дошли до нашего времени. Значительные труды в области теории простых чисел, такие как труды Евклида, доказавшего бесконечность простых чисел, и который предложил метод и с его помощью определяются простые числа, известного в математической науке под названием «Решето Эратосфена». Этот метод признаётся как популярный метод, с помощью которого определяются простые числа [18-А].

2. Труды персидских и таджикских учёных Мухаммада аль-Хорезми (787-850), Абу Райхана аль-Бируни (973-1050), Абуали ибн Сино, Сабита ибн Курры (826-901), Махмуда ибн аль-Вусуди, Ибн Хайсама (965-1040), Омара Хайяма (1048-1131), аль-Фарси (1260-1320) и десятков других внесли значительный вклад в совершенствование теории простых чисел [9-А; 11-А; 12-А; 13-А].

Следует отметить, что Абуали ибн Сино в своей книге «Энциклопедия» упоминает сведения о решете Эратосфена, которое по-таджикски называют «гирбольд», и это свидетельствует о том, что Абуали ибн Сино был осведомлен о «Решете Эратосфена» и уделял особое внимание теории простых чисел.

3. Развитие теории чисел в средние века в Европе продолжалось, и известные французские ученые Мариен Мерсенн и Пьер Ферма, Л. Эйлер, Г. Гольдбах, Ж. Л. Лагранж, Э. Варинг, Г. Ф. Лейбниц, Э. Люк, Д. Г. Лемэр и десятки других внесли свой вклад в теорию простых чисел [2-А; 4-А; 5-А].

4. С XVII по XX века работали такие российские и советские ученые, как П.С. Порецкий, А. Слудский, В.Я. Буняковский, А. Полиняк, П.Л. Чебышёв, И.М. Виноградов, А.А. Карацуба, А.Г. Постников, А.П. Юшкевич и другие, которые развили достижения европейских учёных в развитии теории простых чисел [4-А; 5-А].

5. В настоящее время достижения российских и советских учёных в теории простых чисел продолжают их ученики. Один из их последователей, таджикский учёный академик З. Х. Рахмонов, продолжил исследования И. М. Виноградова, А.А. Карацубы и др. и выполнил значительную работу по различным вопросам теории простых чисел, подготовив множество учеников. Научные направления этого таджикского учёного можно разделить на два направления [5-А; 6-А]:

а). Раздел теории простых чисел называется «Сумма неглавных значений характера Дирихле в сдвинутых последовательностях простых чисел», и в этом направлении академик З.Х. Рахмонов и его ученики в период независимости выполнили следующие работы.

В 1994 году З.Х. Рахмонов пересмотрел оценку И.М. Виноградова, а именно оценку

$$|T_1(\chi)| \ll x^{1-\varepsilon}\sqrt{\frac{1}{q}+\frac{q}{x}+x^{-\frac{1}{6}}}$$

когда модуль характера Дирихле является составным числом, он обобщил и предложил такую теорему: допустим D является большим натуральным числом, а $\chi -$ непростым характером модуля D, χq является примитивным, прирождённым характером $\chi, q_1 -$ произведением простого числа, который делит D, но не делит число q, в этом случае следующую формулу можно считать верной:

$$T_1(\chi) \leq x \ln^6 x \left(\sqrt{\frac{1}{q} + \frac{q}{x} \tau^2(q_1)} + x^{-\frac{1}{6}} \tau(q_1) \right) \tau(q).$$

В 2013 году З.Х. Рахмоновым доказана теорема относительно значения суммы $T_1(\chi_q)$, когда q является достаточно большим натуральным числом, тогда χ_q является примитивным характером в отношения модуля q, $(l, q) = 1, \varepsilon$ - достаточно малая положительная константа и $x \geq q^{\frac{5}{6}+\varepsilon}$, то верно следующее значение [6-А]:

$$T_1(\chi_q) \ll x\, exp\left(-\sqrt{ln\, q}\right).$$

6. В последующие годы этот учёный и его ученики добились множества достижений, которые отражены в той или иной теореме:

1) Когда q является достаточно большим натуральным числом, свободного от куба, тогда χ_q является примитивным характером в отношении модуля q, $(l, q) = 1, \varepsilon$ – достаточно малая положительная константа, и $x \geq q^{\frac{1}{2}+\varepsilon}$, то справедливо следующее значение:

$$T_1(\chi_q) \ll x\, exp\left(-\sqrt{ln\, q}\right).$$

2). Допустим D является достаточно большим натуральным числом, χ является непростым характером в отношении модуля D, χ_q является примитивным характером в отношении модуля q, порождённым характером $\chi, q -$ бескубным числом, $(l, D) = 1, \varepsilon$ - достаточно малой положительной константой, в этом случае, когда $x \geq D^{\frac{5}{6}+\varepsilon}$справедлива следующая формула [6-А]:

$$T_1(\chi) \ll x\, exp\left(-0{,}6\sqrt{ln\, D}\right).$$

б). Другим разделом теории простых чисел является работа «Тригонометрические суммы с простыми числами и их применение к аддитивным задачам с простыми числами», в которой доказана следующая теорема о значении линейных тригонометрических сумм с простыми числами [6-А]:

Теорема. $x \geq x_0 > 2,\ h \leq x^{-\frac{1}{2c}} exp(-(ln\, x)^{0,76}),\ y \geq hx^{\frac{c-1}{c}} exp(ln\, x)^{0,76}$, $\tau \geq \frac{y^2}{xh},\ b \geq (m+1)(2B+8)$ –любое положительное целое число,

$$F(q,\ x) = \begin{cases} exp(-\, ln^4\, ln\, x) \text{ агар } q \leq (ln\, x)^b, \\ (ln\, x)^{B+3} \qquad \text{агар } q \leq (ln\, x)^b. \end{cases}$$

Тогда верно следующее равенство:

$$S(\alpha; x, y) = \frac{\mu(q)}{\phi(q)} \frac{sin\, \pi\lambda y}{\pi\lambda} e\left(\lambda\left(x - \frac{y}{2}\right)\right) + O\left(\frac{y}{q^{\frac{1}{2}}} F(q, x)\right).$$

Теорема. *Пусть N – достаточно большое натуральное число, $I(N, H)$ – число, рассматриваемое суммы двух простых чисел p_1, p_2 и четвёртой степени натурального числа m с условиями:*

$$\left|p_i - \frac{N}{3}\right| \leq H,\ \ i = 1, 2,\ \ \left|m^4 - \frac{N}{3}\right| \leq H,$$

где $\rho(N, p)$ – число решений уравнения $x^4 \equiv \mathrm{N} (\mathrm{mod\ q})$, тогда при $\mathrm{H} \geq \mathrm{N}^{\frac{11}{12}} \mathcal{L}^{\frac{40}{3}}$ справедлива асимптотическая формула [5-А; 6-А]:

$$\mathrm{I(N, H)} = \frac{\sqrt[4]{3}\mathfrak{S}(\mathrm{N})\mathrm{H}^2}{4\sqrt[4]{\mathrm{N}^3}\mathcal{L}^2} + \mathrm{O}\left(\frac{\mathrm{H}^2}{\sqrt[4]{\mathrm{N}^3}\mathcal{L}^3}\right), \qquad \mathfrak{S} = \prod_{\mathrm{p}}\left(1 + \frac{\rho(\mathrm{N, p})}{(\mathrm{p}\ -\ 1)^2}\right).$$

Существует множество подобных примеров, опубликованных в ведущих научных журналах и выведших таджикскую науку на международную арену.

Таким образом, теория простых чисел имеет богатую историю, и многие учёные разных эпох, в том числе таджикские учёные в годы независимости, внесли значительный вклад в развитие этой области.

2. Рекомендации по практическому использованию результатов исследования

В соответствии с данной исследовательской работой предлагаем ряд рекомендаций:

1. Необходимо применение информации о курсе «Алгебра и теория чисел» в высших профессиональных учебных заведениях, предложенная в диссертационной работе.

2. Необходима организация специального семинара для обучающихся, специализирующихся по математике, которые изучают историю и этапы формирования и совершенствования теории с простыми числами.

3. В этой сфере исследователи должны обобщить произведения, где говорится о том, какой вклад внесли средиевековые персидские и таджикские учёные и современные учёные относительно теории простых чисел, которые доступны и понятны для всего общества.

4. Необходима организация научных конференций, посвящённых истории теории простых чисел, тому или иному исследованию в данной сфере.

ПЕРЕЧЕНЬ НАУЧНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫХ ИССЛЕДОВАТЕЛЕЙ С УЧЕНОЙ СТЕПЕНЬЮ

а) Научные статьи, опубликованные в рецензируемых журналах Высшей аттестационной комиссии при Президенте Республики Таджикистан:

[1-М]. ***Исмоилов А.Ш.*** Аз таърихи муайянкунии ададҳои сода [Матн] / **А.Ш. Исмоилов**, А.Э. Сатторов // Паёми ДДБ ба номи Носири Хусрав. – Бохтар, 2021. – № 2/2 (87). – С. 88-91. (силсилаи илмҳои табиӣ).

[2-М]. ***Исмоилов А.Ш.*** Аз таърихи ҷудокунии ададҳои сода [Матн] / **А.Ш. Исмоилов**, А.Э. Сатторов // Паёми ДДБ ба номи Носири Хусрав. – Бохтар, 2021. – № 2/3 (90). – С. 107-110. (силсилаи илмҳои табиӣ).

[3-М]. ***Исмоилов А.Ш.*** Аз таърихи такмили усули «Ғалбери Эратосфен» [Матн] / **А.Ш. Исмоилов** // Паёми ДДБ ба номи Носири Хусрав. – Бохтар, 2023. – № 2/2 (111). – С. 94-97. (силсилаи илмҳои табиӣ).

[4-М]. ***Исмоилов А.Ш.*** Аз таърихи такмилёбии назарияи тақсимшавии асимптотии ададҳои сода [Матн] / **А.Ш. Исмоилов** // Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, 2024. – № 4. – С. 285-291. (силсилаи илмҳои педагогӣ)

[5-М]. ***Исмоилов А.Ш.*** Аз таърихи муаммои назарияи аддитивии ададҳои сода [Матн] / **А.Ш. Исмоилов**, А.Э. Сатторов // Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. 2024. –№ 6 қисми 1. – С. 208-214. (силсилаи илмҳои педагогӣ)

[6-М]. ***Исмоилзода А.Ш.*** Таҳқиқотҳо оид ба назарияи ададҳои сода дар солҳои истиқлолият [Матн] / **А.Ш. Исмоилзода** // Паёми ДДБ ба номи Носири Хусрав. – Бохтар, 2026. – № 2. – С. 89-96. (силсилаи илмҳои табиӣ).

б) Статьи и тезисы в других журналах и научных конференциях:

[7-М]. *Сатторов А.Э.* Маълумотҳои мухтасар доир ба ададҳои сода [Матн] / А.Э. Сатторов, **А.Ш. Исмоилов** // Маводи конференсияи илмӣ-амалии ҷумҳуриявӣ дар мавзӯи «Масоили мубрами математика ва

таълими он» бахшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф» (Солҳои 2020-2040) ва 70-солагии корманди шоистаи Тоҷикистон профессор А.Э. Сатторов. – Бохтар, 2020. – С. 502-503.

[8-М]. *Сатторов А.Э.* Маълумотҳо оиди ҷудокунии ададҳои сода [Матн] / А.Э. Сатторов, **А.Ш. Исмоилов** // Маводи конференсияи илмӣ-амалии ҷумҳуриявӣ дар мавзӯи «Масъалаҳои муосири илмҳои дақиқ ва технологияҳои иттилоотӣ» бахшида ба 30-солагии истиқлолияти Ҷумҳурии Тоҷикистон ва 25-солагии Донишгоҳи Россия-Тоҷикисто (Славянӣ), 28 майи соли 2021. – Душанбе, 2021. – С. 167-170.

[9-М]. *Сатторов А.Э.* Роҷеъ ба ҷудокунии ададҳои сода [Матн] / А.Э. Сатторов, **А.Ш. Исмоилов** // Маводи конференсияи илмӣ-методии ҷумҳуриявӣ дар мавзӯи «Татбиқи алгебра ва назарияи ададҳо дар ҳалли масъалалҳои муосир» бахшида ба «Бистсолагии омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшуносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф (2020-2040)», ҷашни «90-солагии таъсисёбии ДДОТ ба номи Садриддини Айнӣ», таҷлили «30-солагии Истиқлолияти давлатии Ҷумҳурии Тоҷикистон» ва «85-солагии дотсенти кафедра шодравон Давлятов Раҳматулло» 29 май соли 2021. – Душанбе, 2021. – С. 182-184.

[10-М]. *Сатторов А.Э.* Абурайҳони Берунӣ ва масъалаҳои назарияи ададҳо [Матн] / А.Э. Сатторов, **А.Ш. Исмоилов** // Маводи конференсияи ҷумҳуриявии илмӣ-назариявӣ дар мавзӯи «Нақши Абурайҳони Берунӣ дар рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф». – Бохтар, 2022. – С. 117-120.

[11-М]. *Сатторов А.Э.* Аз таърихи муайянкунии ададҳои сода [Матн] / А.Э. Сатторов, **А.Ш. Исмоилов** // Маводҳои конференсияи илмию амалии байналмиллалӣ дар мавзуи «Таҳлили комплексӣ ва татбиқҳои он» бахшида ба «Бистсолагии омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф (2020-2040)», 75-

солагии корманди шоистаи Тоҷикистон, узви вобастаи АМИТ, профессор И.К. Қурбонов ва 70-солагии профессор Ҷ.С. Сафаров. – Бохтар, 2022. – С. 446-448.

[12-М]. ***Исмоилов А.Ш***. Вопросы арифметики в трудах средневековых персидско-таджикских ученых. Труды Математического центра имени Н. И. Лобачевского. Т. 65 / Материалы Всеросийской школы-конференции «Лобачевские чтения». – Казань: Изд-во КФУ, 2022. –Т. 65. – С. 64-68.

[13-М]. *Сатторов А.Э.* Корҳои олимони асримиёнагии форсу тоҷик дар самти назарияи ададҳо [Матн] / А.Э. Сатторов, **А.Ш. Исмоилов** // Маводи конференсияи илмӣ-назарявии байналмилалӣ дар мавзуи «Мақоми Абурайҳони Берунӣ дар таърихи тамаддуни форс – тоҷик», бахшида ба 1050-солагии мутафаккири бузург. – Бохтар, 2023. – С. 71-74.

[14-М]. *Сатторов А.Э.* Оид ба дастовардҳои олимони асрҳои миёнагии Осиёи Марказӣ дар соҳаи математика ва истифодаи онҳо дар раванди таълим. [Матн] / А.Э. Сатторов, **А.Ш. Исмоилов** // Маводи конференсияи ҷумҳуриявии илмӣ-назариявӣ дар мавзуи «Масъалаҳои актуалии илми риёзӣ ва методҳои таҳқиқоти онҳо» бахшида ба эълон гардидани солҳои 2020-2040 бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф. – Кулоб, 2023. – С. 41-44.

[15-М]. ***Исмоилов А.Ш.*** О геометрических исследованиях аль-Кушчи. Сборник содержит материалы Всеросийской школы-конференции «Лобачевские чтения - 2023», организованной на базе Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета. – Казань, 2023. – С. 96-99.

[16-М]. *Сатторов А.Э.* Аз таърихи такмилёбии назарияи ададҳои сода. [Матн] / А.Э. Сатторов, **А.Ш. Исмоилов** // Маводи конференсияи байналмилалии илмӣ-амалӣ бахшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди

илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф» ва 70-солагии доктори илмҳои физика-математика, профессор Байзоев Саттор. – Хуҷанд, 2024. – С. 364-367.

[17-М]. *Сатторов А.Э.* Аз таърихи муаммои Голдбах-Эйлер дар бораи ададҳои сода. [Матн] / А.Э. Сатторов, **А.Ш. Исмоилов** // Маводи конференсияи байналмилалии илмӣ-амалӣ таҳти унвони «Масъалаҳои мубрами таълими фанҳои техникӣ, дақиқ ва риёзӣ» бахшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф (2020 – 2040)» ва бахшида ба эълон гардидани солҳои 2022-2026 «Солҳои рушди саноат». – Бохтар, 17-18 майи соли 2024. – С. 527-529.

[18-М]. *Сатторов А.Э.* Носири Хусрав ва ченакҳои риёзии он давр. [Матн] / А.Э. Сатторов, **А.Ш. Исмоилов** // Маводи конференсияи илмӣ-назариявии байналмилалӣ дар мавзуи «Муаммоҳои омӯзиши осори Носири Хусрав ва саҳми ӯ дар таърихи тамаддуни тоҷикон», бахшида ба 1020-солагии мутафаккири бузург. – Бохтар, 25-26 октябри соли 2024. – С. 24-26.

[19-М]. ***Исмоилов А.Ш.*** Назарияи ададҳои сода ва рушди он дар асрҳои миёна. Матн] / **А.Ш. Исмоилов** // Маводи конференсияи илмӣ-амалии байналмилалӣ дар мавзуи «Муаммоҳои муосири математика ва таълими он» бахшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф» (солҳои 2020-2040) ва 35-солагии Истиқлолияти давлатии Ҷумҳурии Тоҷикистон (31 майи соли 2025). – Бохтар. – С. 353-354.

[20-М]. ***Исмоилзода А.Ш.*** Таҳқиқи назарияи ададҳои содаи палиндромӣ. Матн] / **А.Ш. Исмоилзода** // Маводи конференсияи байналмилалии илмию амалӣ дар мавзуи «Муаммоҳои муосири математика», бахшида ба 35-солагии Истиқлолияти давлатии Ҷумҳурии Тоҷикистон, 95-солагии Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи Садриддин Айнӣ ва «Бистсолаи омӯзиш ва рушди илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф (солҳои 2020-2040)». – Душанбе, 27-28 уми марти соли 2026. – С. 158-160.

в) Учебно-методические пособия:

[21-М]. *Сатторов А.Э.* Нобаробариҳо (Ёрии методӣ) [Матн] / Сатторов А. Э., **Исмоилов А. Ш.** – Бохтар, 2020. – 98 с.

[22-М]. *Сатторов А.Э.* Алгебра ва назарияи ададҳо (матни маърӯза ва коркарди дарсҳои амалию КМРО) (Дастури таълимӣ) [Матн] / Сатторов А.Э., **Исмоилов А.Ш.** – Бохтар: Матбаа, 2021. – 226 с.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

[1]. Аристотель. Сочинения / Пер. А.В. Кубицкого и П.С. Попова. Под ред. В.Ф. Асмуса, З.Н. Микеладзе, И.Д. Рожанского. В 3-х т. М: Мысль, 1974- 1981. Т 1. 1974, М., – 613 с.

[2]. Архимед. Сочинения / (Перевод, вступ. статья и коммент. И.Н. Веселовского. Перевод арабских текстов Б.А. Розенфельда) - М.: Физматгиз, 1962. – 640 с.

[3]. Бабаев Н.М. Развитие математики и математического образования в связи с развитием астрономии на Среднем и Ближнем Востоке в XV-XVIII вв. Канд. дисс. - Душанбе, 1968. -13 с.

[4]. Булгаков П.Г., Розенфельд Б.А., Ахмедов А.А., Мухаммад ал-Хорезми. - М.: Наука, 1983. – 239 с.

[5]. Бухштаб А. А., Новые улучшения в методе Эратосфенова решета, Мат. сб. т. 4(46), № 2, - С. 375—387.

[6]. Бухштаб *А.А.* Теория чисел. Издательство «Просвещение», Москва. 1965. – 379 с.

[7]. Венков Б. А. О работах Леонарда Эйлера по теории чисел // Леонард Эйлер 1707-1783. Сборник статей и материалов к 150-летию со дня смерти. - М.-Л.: изд-во АН СССР, 1935. - С. 81-88.

[8]. Виноградов И. М. Основы теории чисел. - М. : Наука, 1981. – 178 с.

[9]. Гейберг И.О. Естествознание и математика в классической древности: Пер. с. нем. - М Л.: Изд-во ОНТИ, 1963. – 196 с.

[10]. Голубев В.А. О группах простых чисел, ученые записки калининский Гос. пед. ин-т им. М. И. Калинина том XXVI, 1958 г. - С. 49-56.

[11]. Граве Д.А. Трактат по алгебраическому анализу, т. II, Изд. АН УССР, 1939. – 412 с.

[12]. Гуломов И. Развитие математической логики в трудах Сина / В мазер. Межд. конф, посвящ. 1025-летию Абуали ибн Сино (Авиценны) и

100-летию специальной теории относительности А. Эйнштейна. Курган-Тюбе, 2005. - С. 191- 195. (на тадж. яз.).

[13]. Евклид. Начала. / Перевод и коммент. Д.Д. Мордухай-Болтовского. т.1-3. М.-Л., 1948-1950. - 446 с.

[14]. Жмудь Л. Я. Пифагор и его школа. - Л.: Наука, 1990. – 192 с.

[15]. Илолов М., Комилӣ А.Ш. Илм дар замони Рӯдакӣ. – Душанбе: Дониш, 2008. – 170 с.

[16]. История математики с древнейших времен до начала X1X столетия (в трех томах), т. 1. - М: Наука, 1970. – 352 с.

[17]. Кадыров А.К. Из истории развития математики в Средней Азии (IX – XV вв.) / Сост. и редактор М. Нугмонов. Душанбе: ТГПУ, 2004. – 91 с.

[18]. Колмогоров А.Н., Юшкевич А. П. (ред.) Математика XIX века: Математическая логика. Алгебра. Теория чисел. Теория вероятностей. - М.: Наука, 1978. – 256 с.

[19]. Комилов А.Ш., Сатторов А.Э. О математическом наследии Ибн Сино (Авиценны). Душанбе, Нодир, 2005. – 72 с.

[20]. Колдуэлл, Крис К. «Простые числа Мерсенна: история, теоремы и списки». PrimePages. Архивировано из оригинала 4 октября 2021 г. Получено 4 октября 2021 г.

[21]. Матвиевская Г. П. Учение о числе на средневековом Ближнем и среднем востоке. Издательство «Фан» Узбекской ССР, Ташкент 1967 г. – 344 с.

[22]. Матвиевская Г.П., Розенфельд Б.А. Математики и астрономы мусульманского средневековья и их труды (VIII- XVII вв.) / Под ред. А.П. Юшкевича. М: Наука. Гл. редакция восточ. литературы, 1983. т.1 – 479 с; т.2. – 650 с, т.3. – 372 с.

[23]. Мирзорахимов Ш.Х., Рахмонов З.Х. Суммы характеров по модулю свободного от кубов на сдвинутых простых // Чебышевский сборник. -2016 г. -Т.17. - вып.1. - С. 202-216.

[24]. Михелович Ш. Х., Теория чисел, «Высшая школа», Москва, 1967. – 336 с.

[25]. Нозиров О.О. О среднем значении функций Чебышёва [Текст] / О.О. Нозиров // Доклады Академии наук Республики Таджикистан, 2019, Т. 62, –№ 11 – 12, - С. 613–618.

[26]. Рахмонов З.Х. Средние значения функции Чебышева // Докл. АН России. 1993, Т. 331(3), - С. 281–282.

[27]. Рахимов А.О. Асимптотическая формула в проблеме Эстермана четвёртой степени с почти равными слагаемыми [Текст] / А.О. Рахимов // Доклады Ан Республики Таджикистан. -2015 г. -Т.58. -№ 9. - С. 769-771.

[28] Розенфельд Б.А. Рожанская М.М., Соколовская З.К. Абу- р-Райхан ал-Бируни. - М.: Наука, 1973. – 271 с.

[29]. Рожанская М.М. Механика на средневековом Востоке М.: Наука, 1976. – 324 с.

[30]. Рожанский И.Д. Античная наука. М.: Наука, 1986. – 200 с.

[31]. Сатторов А.Э. Математика и математическое образование в трудах ученых средневековой Центральной Азии. Душанбе. Ирфон, 2020 г. – 292 с.

[32]. Собиров Г.С. Инкишофи математика дар Осиёи Миёна (асрхои XV-XVII). - Душанбе: Ирфон, 1972 (на тадж. яз.). - 132 с.

[33]. Собиров А.А. Оценка коротких кубических тригонометрических сумм с простыми числами в больших дугах [Текст] / З.Х. Рахмонов, А.А. Собиров, П.М. Фозилова // Доклады НАН Таджикистана. - 2020 г. - т.63. -№ 7-8. - С. 405-415.

[34]. Стройк Д.Я. Краткий очерк истории математики. / Пер. И.Б. Погребысского. - М: Наука, 1978. – 336 с.

[35]. Файзиев Р. Ф. Ғалбери Эратосфен, умумикунӣ ва татбиқи он (ададҳои сода). Душанбе нашриёти «Ирфон» с. 1967. – 244 с.

[36]. Фозилова Д.М. Асимптотическая формула в кубической задаче Эстермана с почти равными слагаемыми / / Доклады АН РТ, 2011 г., том 54, №9, - С. 715-718.

[37]. Хокиев Д. Дж. Об оценке суммы характеров с простыми числами [Текст] /З.Х. Рахмонов, Д.Дж. Хокиев. // ДАН Республики Таджикистан. 2018. Т. 61. № 1. - С. 5 – 11.

[38]. Чудаков Н. Г. О плотности совокупности четных чисел, не представимых как сумма двух нечетных простых, Изв. АН СССР, серия математич., 1 (1938). - С. 25-40.

[39]. Шарипова М.С. Математические главы. «Книги исцеления» Ибн Сины. Кандид, дисс. - Душанбе, 1967. -16 с.

[40]. Шокамолова Дж.А. Асимптотическая формула в задаче Эстермана с почти равными слагаемыми // Доклады Академии наук Республики Таджикистан, 2010, Т. 53, № 5, - С. 325-332.

[41]. Эльнатанов Б. А. Развитие метода решета. Душанбе, изд.: «Дониш», 1984. – 148 с.

[42]. Юшкевич А. П. История математики в средние века. М., 1961. – 448 с.

[43]. Fermat P. Oeuvres, v. II, Parisii, 1894. – 334 p.

[44]. Hua L.K. Some results in the additive prime number theory // Quart. J. Math. - 1938. -V.9. -№ 1. - P. 68–80.

[45]. Hardy G.H., Littlwood I.E. Some problems of partitio numerorum III. On the expression of number as a sum of primes // Acta Math, 1923, v. 44, - P. 1–70.

АННОТАТСИЯИ

диссертатсияи Исмоилзода Абдулмаҷид Шералӣ дар мавзуи «Аз таърихи назарияи ададҳои сода ва рушди он дар солҳои истиқлолият (1991-2020)» барои дарёфти дараҷаи илмии номзади илмҳои физикаю математика аз рӯйи ихтисоси 1.1.1. Таърихи илму техника (математика)

Калидвожаҳо: адад, ададҳои сода, назарияи ададҳо, озмоиш, таҳқиқот, олимон, рушд, аддитивӣ, сумма.

Мубрамияти мавзуи таҳқиқот. Омӯзиш ва таҳқиқи назарияи ададҳои сода аз қатори ададҳои натуралӣ аз замонҳои қадим ҳамчун муаммо ба риёзидонон буда, барои ҳосилкунии он корҳои зиёде ба анҷом раонидааст. Илова ба ин дар ҳар як даври замон олимон барои ҳосилкунии ададҳои сода, роҳу усулҳои гуногунро ба даст оварданд. Дар даври истиқлолияти давлатии кишвар низ таҳқиқи масъалаҳои зиёди бо ададҳои сода рабтдошта аз тарафи олимони мамлакат иҷро гардида истодааст ва ин раванд алҳол низ идома дорад. Вале, ягон рисолае таҳия нагардидааст, ки аз замони қадим корҳо аз рӯи назарияи ададҳои сода ва дар солҳои истиқлолияти ҷумҳурӣ оид ба ин самт бахшидашуда бошад ва ин ҳолат ба омадакунии рисолаи мазкур ҳидоят намуд.

Мақсади таҳқиқот аз омӯзиши таҳқиқи назарияи ададҳои сода ва саҳми олимони тоҷик дар солҳои истиқлолият оид ба масъалаҳои назарияи ададҳои сода иборат мебошад.

Объекти таҳқиқот – осори олимони қадим, форсу тоҷики асримиёна ва Аврупо, корҳои олимони муосири ватанӣ доир ба назарияи ададҳои сода ва рушди он дар давраи истиқлолияти давлатӣ.

Пойгоҳи таҳқиқот. Муассисаи давлатии таълимии «Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Носири Хусрав» ва Институти математикаи ба номи А. Ҷӯраеви Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон.

Навгонии илмии таҳқиқот аз инҳо иборатанд:

- пайдоиш ва инкишофи назарияи ададҳои сода дар осори олимони қадим, ки мавриди баррасӣ қарор гирифтааст;
- таҳқиқи назарияи ададҳои сода дар осори олимони форсу тоҷики асрҳои миёна, ки мавриди баррасӣ қарор гирифтааст;
- рушди босуръати назарияи ададҳои сода аз тарафи олимони Аврупои асрҳои XV-XVIII нишон дода шудааст;
- таҳқиқи назарияи ададҳои сода дар замони шуравӣ мавриди баррасӣ қарор гирифтааст;
- дастовардҳои олимони тоҷик дар замони истиқлолияти давлатӣ доир ба ин самт баррасӣ гардидааст.

АННОТАЦИЯ

диссертации Исмоилзоды Абдулмаджида Шерали на тему «Из истории теории простых чисел и ее развития в годы независимости (1991-2020)» на соискание степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. История науки и техники (математика)

Ключевые слова: число, простые числа, теория чисел, эксперимент, исследование, ученые, развитие, аддитивность, сумма.

Актуальность темы исследования. Изучение и исследование теории простых чисел из рядов целых чисел является проблемой для математиков с древних времен, и для ее решения было проделано много работы. Кроме того, в каждую эпоху и в каждое время ученые разрабатывали различные способы и методы вывода простых чисел. В период государственной независимости ученые страны проводили исследования многих вопросов, связанных с простыми числами, и этот процесс продолжается до сих пор. Однако до сих пор не было подготовлено ни одного трактата, посвященного теории простых чисел с древних времен и в годы независимости республики в этом направлении, и эта ситуация привела к появлению данного трактата.

Цель исследования – изучение исследований в области теории простых чисел и вклада таджикских ученых в годы независимости в решение проблем теории простых чисел.

Объектом исследования являются работы древних, средневековых персидских, таджикских и европейских ученых, работы современных отечественных ученых по теории простых чисел и ее развитию в период государственной независимости.

Научно-исследовательская база. Государственное учебное заведение «Бохтарский государственный университет имени Носири Хусрава» и Институт математики имени А. Джураева Национальной академии наук Таджикистана.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

- рассмотрено возникновение и развитие теории простых чисел в трудах античных ученых;
- рассмотрено изучение теории простых чисел в трудах персидских и таджикских ученых Средневековья;
- показано стремительное развитие теории простых чисел европейскими учеными XV-XVIII веков;
- рассмотрено изучение теории простых чисел в советскую эпоху;
- рассмотрены достижения таджикских ученых в этой области в период государственной независимости.

ANNOTATION

of the dissertation of Ismoilzoda Abdulmadzhid Sherali on the topic «From the history of prime number theory and its development during the years of independence (1991-2020)» for the degree of candidate of physical and mathematical sciences in specialty 1.1.1. History of science and technology (mathematics)

Keywords: number, prime numbers, number theory, experiment, research, scientists, development, additivity, sum.

Relevance of the research topic. The study and exploration of prime number theory from integer series has been a challenge for mathematicians since ancient times, and much work has been done to address it. Furthermore, in every era and period, scientists have developed various methods and techniques for deriving prime numbers. During the period of national independence, scientists in the country conducted research on many issues related to prime numbers, and this process continues to this day. However, to date, no treatise has been written on prime number theory from ancient times to the years of independence, and this situation led to the publication of this treatise.

The purpose of this study is to examine research in the field of prime number theory and the contributions of Tajik scientists to solving problems in prime number theory during the years of independence.

The research focuses on the works of ancient and medieval Persian, Tajik, and European scholars, as well as the work of modern Russian scholars on prime number theory and its development during the period of national independence.

Research facilities: Bokhtar State University named after Nosiri Khusrav and the A. Juraev Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Tajikistan.

The scientific novelty of the study lies in the following:

- the origin and development of prime number theory in the works of ancient scholars is examined;
- the study of prime number theory in the works of persian and tajik scholars of the middle ages is examined;
- the rapid development of prime number theory by european scholars of the XV-XVIII centuries is demonstrated;
- the study of prime number theory during the soviet era is examined;
- the achievements of tajik scholars in this field during the period of national independence are considered.