

**ВАЗОРАТИ МАОРИФ ВА ИЛМИ ҶУМҲУРИИ ТОҶИКИСТОН
ДОНИШГОҲИ ДАВЛАТИИ БОХТАР БА НОМИ НОСИРИ ХУСРАВ**

Бо ҳуқуқи дастнавис



ВБД 51(07)+371.671+373.6+37(тоҷик)

МИРЗОРАҲИМЗОДА МИРЗОАЛИ ҲУСЕЙНБОЙ

**МЕТОДИКАИ ИСТИФОДАБАРИИ МАСЪАЛАҲОИ
ҒАЙРИСТАНДАРТӢ ДАР БАЛАНД БАРДОШТАНИ ДОНИШИ
МАТЕМАТИКИИ ДОНИШЧӢӢНИ КУРСҲОИ ПОӢНИИ
МУАССИСАҲОИ ТАҲСИЛОТИ ОЛИИ КАСБИИ ОМУӢЗГОРӢ**

ДИССЕРТАЦИЯ

барои дарёфти дараҷаи илмии номзади илмҳои педагогӣ аз рӯи ихтисоси

5.3.10. Назария ва технологияи таҳсилоти касбӣ (фанҳои табиӣ-риёзӣ)

(5.3.10.1. Назария ва технологияи таълими математика)

Роҳбари илмӣ:

доктори илмҳои педагогӣ,
профессор Сатторов А. Э.

МУНДАРИҶА

НОМГЌИ ИХТИСОРАҶО ВА (Ё) АЛОМАТҶОИ ШАРТЌ.....	4
МУҚАДДИМА.....	5
ТАВСИФИ УМУМИИ ТАҶҚИҚОТ.....	11
БОБИ 1. НАҚШИ МАСЪАЛАҶОИ ҶАЙРИСТАНДАРТЌ ДАР РУШДИ ДОНИШИ МАТЕМАТИКИИ ДОНИШЧЌЌНИ КУРСҶОИ ПОЌНИ ДАР МУАССИСАҶОИ ТАҶСИЛОТИ ОЛИИ ОМЌЗГОРЌ.....	19
1.1. РавишҶои мухталиф ба муайянкунии масъалаҶои ҶайристандартЌ.....	19
1.2. ВазифаҶои дидактикии ҳалли масъалаҶои ҶайристандартЌ.....	34
1.3. ХусусиятҶои истифодаи масъалаҶои ҶайристандартЌ дар раванди таълими математика.....	53
1.4. МарҳилаҶои асосии методикаи ҳалли масъалаҶои ҶайристандартЌ.....	68
Хулосаи боби якум.....	82
БОБИ 2. ҶАНБАҶОИ НАЗАРИЯВИИ МЕТОДИИ ИНКИШОФИ ҚОБИЛИЯТИ ЭҚОДИИ ДОНИШЧЌЌН ДАР РАВАНДИ ТАЪЛИМИ МАТЕМАТИКА.....	84
2.1. АсосҶои назариявии мафҳумҶои эҷодкорЌ ва қобилияти эҷодЌ дар таҳқиқотҶои методии олимон.....	84
2.2. Ҷолати кунунии инкишофи фаъолият ва қобилиятҶо дар таълими математика.....	97
2.3. РоҳҶои инкишофи фаъолияти эҷодии донишчЌЌн дар раванди ҳалли масъалаҶои Ҷайристандартии математикЌ.....	107
Хулосаи боби дуюм.....	118
БОБИ 3. ОЗМОИШИ ПЕДАГОГЌ ОИД БА МУАЙЯН КАРДАНИ САТҶИ ДОНИШИ ДОНИШЧЌЌН БО ИСТИФОДАИ МАВОДИ МАСЪАЛАҶОИ ҶАЙРИСТАНДАРТЌ ДАР РАВАНДИ ТАЪЛИМИ МАТЕМАТИКАИ МУАССИСАҶОИ ТАҶСИЛОТИ ОЛИИ КАСБИИ ОМЌЗГОР.....	119
3.1. Методикаи дохилкунии маводи масъалаҶои ҶайристандартЌ ба курси математика ҳамчун яке аз воситаҶои баланд бардоштани дониши математикии донишчЌЌн.....	119
3.2. НатиҷаҶои корҶои озмоишЌ доир ба истифодаи маводи масъалаҶои ҶайристандартЌ дар раванди таълими математика.....	151
Хулосаи боби сеюм.....	170
ХУЛОСАҶО.....	174

1. Натиҷаҳои асосии илмӣ диссертатсия.....	174
2.Тавсияҳо оид ба истифодаи амалии натиҷаҳо.....	177
НОМГҶҶИ АДАБИЁТ.....	178
1. Феҳристи сарчашмаҳои истифодашуда.....	199
2. Феҳристи интишороти илмӣ докталаби дарёфти дараҷаи илмӣ..	200

НОМГҶИ ИХТИСОРАҶО ВА (Ё) АЛОМАТҶОИ ШАРТӢ

МТОКО - муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ омӯзгорӣ

МТМУ - муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ

ТМ - тарбияи математикӣ

ДДД - Донишгоҳи давлатии Данғара

ДДБ- Донишгоҳи давлатии Бохтар

МҒ-масъалаҳои ғайристандартӣ

ММҒ-маводи масъалаҳои ғайристандартӣ

ГО - гурӯҳи озмоишӣ

ГН - гурӯҳи назоратӣ

ФЭ-фаъолияти эҷодӣ

ҚЭ-қобилияти эҷодӣ

МУҚАДДИМА

Мубрамии мавзуи таҳқиқот. Дар заминаи густариши соҳаҳои гуногуни хоҷагии халқи Тоҷикистон, эҳтиёҷ ба мутахассисони соҳибхтисос бо дониши амиқи математикӣ рӯ ба афзоиш дорад. Аз ҳамин сабаб, аз рӯзҳои аввали ба сари ҳокимият омадани, Асосгузори сулҳу ваҳдати миллӣ – Пешвои миллат, муҳтарам Эмомалӣ Раҳмон ба рушди соҳаи маориф таваҷҷуҳи хоса зоҳир намудаанд. Дар натиҷа, имрӯзҳо дар муассисаҳои таълимии кишвар ба омӯзиши илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ аҳамияти ҷиддӣ дода мешавад.

«Бо дарки амиқ ва дақиқи зарурати ташаккули тафаккур ва ҷаҳонбинии техникӣ-илмӣ қомеаи Тоҷикистон, Пешвои миллат муҳтарам Эмомалӣ Раҳмон дар Паёми худ ба Маҷлиси Олӣ солҳои 2020–2040-ро ҳамчун давраи омӯзиш ва рушди илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ эълон намуданд. Зеро маҳз ҳамин илмҳо ҳамчун пояи ҷаҳонбинии дунявӣ ва воситаи муассири тарбияи шахсияти соҳибназар арзёбӣ мегарданд»[1].

Зикр кардан ҷоиш аст, ки бо ташаббусҳои созанда ва дурбинонаи Пешвои муаззами миллат, иқдоми навоҳидроҳандозӣ гардид. Ин иқдом бо мақсади таҳкими тафаккури техникӣ, густариши ҷаҳонбинии илмӣ, фароҳамсозии шароити мусоид барои дастрасӣ ба техника ва технологияи муосир, тақвияти қобилияти ихтироъкорӣ ва навоҳариҳои зеҳнӣ, инчунин таҳкими робитаи муассири миёни илм ва истеҳсолот амалӣ мегардад, ҷалби васеи толибилмон ба омӯзиши фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ ва дарёфти ҷеҳраҳои навоҳидроҳандозӣ гирифт. Амри Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон оид ба баргузориҳои Озмуни ҷумҳуриявии «Илм – фуруғи маърифат» аз ҷониби аҳли илми кишвар истиқбол ёфт.

Равона кардани таваҷҷуҳ ба илмомӯзӣ, бахусус ба илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ, худ як қадами устувор дар роҳи рушди иқтисодӣ миллӣ ва таҳкими рақобатпазирии Тоҷикистон дар арсаи байналмилалӣ маҳсуб меёбад.

Зеро дар марҳилаи нави рушди Тоҷикистон нақши илм ва тафаккури илмӣ дар ҳалли масъалаҳои иқтисодӣ-иҷтимоӣ ва бунёдӣ хеле муҳим аст. Дар шароити муосир, илм ба унсури калиди пешрафт ва нишондиҳандаи асосии иқтидори давлатҳо табдил ёфтааст. Мутахассисони соҳибихтисос, ки аз илми замонавӣ огоҳанд, ҳамчун неруи асосии истеҳсолот шинохта мешаванд. Дар ин росто, мақом ва нуфузи ҳар як кишвар дар сатҳи ҷаҳонӣ ба таври густурда аз иқтидори неруи зеҳнӣ, сатҳи рушди инноватсионӣ ва дастовардҳои муҳими он дар бахши илм ва технологияи муосир вобаста мебошад. Бидуни шубҳа, тасаввури зиндагӣ бе илм ва натиҷаҳои амалии он имконпазир аст. Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон пешвои миллат муҳтарам Эмомали Раҳмон дар баромадҳояшон қайд намудаанд, ки «Илм дар рушди кишвар нақши калидӣ дорад». Дар ҳақиқат, ба ҳамагон маълум аст, ки дар замони муосир илму техника яке аз манбаъҳои асосии рушди ҷомеа табдил ёфта, ба инсоният имконият фароҳам овард, ки барои афзудани миқёси фаъолияти дигаргунсозии онҳо имконият медиҳанд. Дар ин радиф вазифаи асосии ҳар як муассисаҳо, пеш аз ҳама, тайёр намудани кадрҳои баландихтисос, болаёқат, бомаърифат ва тавоно мебошад. Яке аз ҳадафҳои фармони президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон оиди «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф»[1], ин ҳавасманд гардондани насли ҷавони мамлакат ба омӯзиши табиати Тоҷикистон ва ба ин васила тадриҷан саҳм гузоштан дар рушди илми муосир мебошад. Танҳо рушди илми муосир ва натиҷаҳои бадастовардаи илмӣ дар соҳаи илмҳои табиатшиносӣ имкон медиҳанд, ки инсон муаммоҳои дар табиат рӯйдодаро пешгирӣ наояд, ки мавқеи хешро дар табиат дарк намуда, вобаста ба қонунҳои табиат муносибати худро нисбат ба он ба роҳ монем, то таназзули табиат ба вуҷуд наояд.

«Тавре Пешвои миллат қайд намудаанд: “Сухангӯю суханрон хеле зиёд аст, вале ихтирокор, соҳибкор ва донишманд намерасад”. Ин суханҳо

моро водор месозад, ки маҳфилҳои илмӣ муассисаҳо ва кор бо донишҷӯёнро илмҳоро дар амалия гуфта гузарем»[146].

Маҳорати суханронӣ ва баёни натиҷаҳои илмӣ онҳоро дар баромадҳояшон сифатан баланд бардорем. Бо дарназардошти ин, раванди омӯзиши фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дорои муҳтавои амиқи маърифатӣ мебошад, ки дар заминаи азхудкунии илмҳои дақиқ шароити мусоид барои рушди тафаккури мантиқии инсон, таҳкими қобилиятҳои ақлонӣ ва эҷодӣ, инчунин ташаккули малакаҳои омӯзишӣ фароҳам меорад, зеҳни пурқувват, густариши ҷаҳонбинии илмӣ ва қадами муҳиме дар самти рушди устувори иқтисодӣ ва баланд бардоштани рақобатпазирии кишвар дар сатҳи байналмилалӣ ба шумор меравад.

Шоистаи таъкид аст, ки инқилоби техникаи асри XX дар шинохти тамаддун, адабиёт, маънавиёт ва фарҳанги ҷаҳонии дирузу имрӯз саҳми назаррас гузошта, роҳҳои навро боз намуд. Илова бар ин, дар шароити мураккаби ҷомеаи ҷаҳонӣ, ҷавонон дорои имкониятҳои фароҳам дастрасӣ ба манбаҳои гуногуни иттилоот, дониш ва ақидаҳо тавассути воситаҳои муосири ахбори омма, шабакаҳои телевизионӣ ва интернет мебошанд, ки ин омилҳо ба ташаккули ҷаҳонбинии онҳо таъсири мустақим ва амиқ мегузоранд.

Умуман, чораҳои марҳила ба марҳила аз ҷониби Ҳукумати Ҷумҳурии Тоҷикистон бо мақсади мусоидат ба омӯзиши илмҳои табиӣ, дақиқ ва риёзӣ, инчунин бунёди заминаи мустаҳкам барои таҳқиқоти бунёдӣ андешидашуда ба рушди қобилиятҳои зеҳнӣ ва таҳкими пояҳои илмӣ ҷомеа, ташаккули тафаккури техникӣ ва технологӣ мувофиқи талаботи даврони муосир мусоидат намуда, заминаи воқеиро барои ноил шудан ба ҳадафи чоруми миллӣ - саноатикунони босуръати кишвар фароҳам меоранд.

Нақше, ки роҳбарияти кишвар барои рушди фанҳои табиатшиносӣ ва риёзӣ дар даҳсолаи наздик муайян намудааст, зарурати таълими ин фанҳоро дар асоси барномаҳои муосири педагогӣ дар сатҳи мактаби миёна ва

таҳкими онҳо дар муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ тақозо мекунад. Ҳамзамон, омодагии омӯзгорони фанҳои дақиқ барои мактабҳои миёна дар сатҳи таҳсилоти олӣ мавқеи хоса пайдо намудааст.

Бинобар ин раванди омода намудани омӯзгорони математика дар муассисаҳои таҳсилоти олии омӯзгорӣ дар айни замон давраи дигаргуниҳои амиқро аз сар гузаронида истодааст, ки ин вобаста аст ба:

- дифференциатсияи таълим (ба вуҷуд омадани мактабу синфҳои махсус: физикаю математика, гуманитарӣ, иқтисодӣ, техникӣ ва ғайра), ки тайёрии махсуси омӯзгоронро талаб мекунад;

- қорӣ намудани таълими бисёрзинагӣ ва самти таълим дар ҳамаи зинаҳои таҳсилот;

- дар соҳаи маориф ба вуҷуд омадани барномаҳои гуногуни таълимӣ, китобҳои дарсии риёзӣ, ки интихоби онҳо аз қобилияти омӯзгорон вобаста мебошад.

Хусусияти асосии рушди муносири системаи маориф дар мактабҳои миёна ва олӣ ин таваҷҷуҳ ба дифференциатсияи махсуси таълим мебошад. Ба ин муносибат дар тайёр намудани донишҷӯёни муассисаҳои таҳсилоти олии омӯзгорӣ масъалаҳои нав ба миён меоянд. Яке аз мушкилоти муҳими системаи маориф ин ба дараҷаи олӣ тайёр намудани донишҷӯёни муассисаҳои таҳсилоти олии омӯзгорӣ мебошад, ки онҳо бояд ба як қатор талаботҳо ҷавобгӯ бошанд, аз ҷумла:

- онҳо бояд қисми назариявӣ ва амалии дилхоҳ фанни математикаро чунон аз худ карда бошанд, ки бозомӯзии минбаъдаи иловагиро талаб накунад;

- омӯзгорони оянда бояд чунин донише аз худ кунанд, ки бо салоҳдиди хеш истифодабарии ин донишро ҳангоми кор дар ҳама гуна синфҳои профили тавонанд;

- маҳорати истифодабарии адабиёти илмӣю методӣ ҳангоми тартиб додани дилхоҳ мавзӯи барномаи математикӣ ва татбиқи он.

Истифодаи мақсаднок ва самараноки масъалаҳои ғайристандартӣ дар раванди таълими математика дар муассисаҳои таҳсилоти олии омӯзгорӣ имкон медиҳад, ки вазифаҳои мураккаб ва гуногуни таълимӣ ҳал шуда, сатҳи таҳсил ва омодагии донишҷӯён - мутахассисони оянда баланд гардад.

«Зеро рушди тафаккури мантиқии донишҷӯён ба омӯзиши ҳалли мисолу масъалаҳои ғайристандартӣ иртиботи зич дошта, ба онҳо шароит фароҳам меорад, ки қобилияти мулоҳизакунӣ ва эҷодкориро инкишоф диҳанд, дар раванди ҳалли машқҳо фаъол бошанд ва тарзи дурусти татбиқи донишҳои андӯхташударо дар зиндагии воқеӣ аз худ намоянд»[1-М].

Дар маҷмӯъ, супориш як навъи машқ ба шумор меравад, ки барои иҷрои он бо така ба маълумоти мавҷуд буда амалҳои муайян бояд амалӣ гарданд. Методистони маъруф, аз ҷумла В.В. Дрозина ва В.Л. Дилман, дар китоби худ бо номи «Механизми эҷодӣ барои ҳалли машқҳои ғайристандартӣ» чунин машқҳоро тавсиф мекунанд: «Ин машқҳо дорои принципи аслий ва эҷодӣ буда, бо усулҳои маъмул ҳал намешаванд ва аз донишҷӯён талаб карда мешавад, ки роҳҳои ҳалли худро эҷод намоянд»[1-М].

Маҳз дар раванди ҳалли чунин машқҳо, донишҷӯён метавонанд унсурҳои тафаккури эҷодии математикӣ ва ҳадафҳои таълимии фанро дар якҷоягӣ ташаккул диҳанд.

Азбаски ҳалли машқҳои ғайристандартӣ вақти бештарро талаб мекунад, сарфи он ба донишҷӯён меомӯзад, ки фаъолияти худро ба таври оқилона ташкил намоянд, барои рафъи мушкilotи мавҷуда идеяҳои муайянро пешгӯӣ кунанд. Бартарафсозии монеаҳо дар ҷараёни ҷустуҷӯи роҳҳои ҳалли масъалаҳо, талабгори сабру таҳаммул ва иродаи устувор мебошад. Дар натиҷа, чунин машқҳо ба ташаккули ҳадафмандӣ ва муносибати масъулиятнок нисбат ба тахминҳо мусоидат мекунанд.

Тибқи ин нишондодҳо коркарди методикаи ҳалли машқҳои ғайристандартӣ, ки ба баланд бардоштани дониши математикии донишҷӯён

мусоидат мекунад, аҳаммияти илмию методӣ дорад. Аз ин лиҳоз, коркарди методикаи истифодабарии масъалаҳои ғайристандартӣ дар баланд бардоштани сатҳи дониши донишҷӯён, ки то ҳол дар ҷумҳурии таҳлили комили худро наёфтааст, мубрам мебошад.

Дарачаи таҳқиқи мавзӯи илмӣ. Нақши масъалаҳои ғайристандартӣ ҳангоми таълимӣ математика дар бисёр адабиётҳои илмӣ-методӣ барраси шудааст. Муаллифони бисёре дар ин соҳа, пурмахсул кор кардаанд ва кор карда истодаанд, ки масъалаҳои сайқалдиҳанда буда, таърихи он ба қариб асрҳо рафта ва ба «маҷмуи масъалаҳои» мисриҳо, румиҳо, ҳиндиҳо, чиниҳо ва арабҳо бармегардад. Махсусан олимони барҷастаи сатҳи ҷаҳонӣ Л. Пизанский (Фибоначчи), П. Ферма, В. Лейбниц, Л. Эйлер, К. Гаусс, М. Крайчик, И. Краснопольский, В.И. Обреимова, Е. Игнатъев, Я.И. Перелман, Б. Кордемский ва дигаронро қайд кардан мумкин аст. Тадқиқоти ҳозиразамон оид ба масъалаи муайяншуда ба тадқиқотҳои М. Гарднер, Г.В. Поляк, Ю.М. Колягин, Л. Фридман, Е.В. Галкин, М. Маҳкамов, М.Ф. Абдукаримов ва дигарон тааллуқ дорад, ки асосан, таснифи масъалаҳои жанри номбурда ва усулҳои ҳалли онҳоро дар бар мегирад.

Ворид кардани масъалаҳои ғайристандартӣ ба курси математикаи мактабии **муассисаҳои таҳсилоти олии омӯзгорӣ** ба инкишофи дониш, малака, маҳорат ва салоҳияти шахсии донишҷӯён таъсири мусбат мерасонад. Аз тарафи дигар, мутобиқ сохтани нақшаҳои таълимӣ, барномаҳо, китобҳои дарсӣ, воситаҳои таълимию аёнӣ ба талаботи иқтисодию иҷтимоӣ, инкишофи илму техника ва хусусиятҳои донишҷӯён пешбинӣ карда мешавад.

Аз ин нуқтаи назар, масъалаҳои таълимӣ ин масъалаҳои ғайристандартӣ дар **муассисаҳои таҳсилоти олии омӯзгорӣ** вазифаи мубрами замони муосир ба ҳисоб меравад, ки салоҳиятнокиро дар таълим баланд мебардорад.

Робитаи таҳқиқот бо барнома (лоиҳаҳо) ва мавзӯи илмӣ. Мавзӯи таҳқиқоти мазкур бо барномаи илмӣ-таҳқиқотии шӯъбаи табию риёзии

Пажухишгоҳи рушди маориф ба номи Абдурахмони Ҷомии Академияи таҳсилоти Тоҷикистон, кафедраҳои методикаи таълими математикаи Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, Донишгоҳи омӯзгорӣ Тоҷикистон, Донишгоҳи давлатии Хуҷанд, Донишгоҳи давлатии Кулоб, Донишгоҳи давлатии Бохтар ва Донишгоҳи давлатии Данғара алоқамандии мустақим дошта, қисми таркибии барномаҳои зикрфто маҳсуб меёбад.

ТАВСИФИ УМУМИИ ТАҲҚИҚОТ

Мақсади таҳқиқот. Бо далелҳои илмӣ асоснок намудан ва санҷиши таҷрибавӣ имконияти инкишофёбии дониши математикии донишҷӯён тавассути ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ дар курси математика.

Вазифаҳои таҳқиқот:

– гузаронидани масъалаҳои ғайристандартӣ ба мундариҷаи таълимии фанни математика.

– таъйин ва таҳияи асосҳои методии таълим барои дарсҳои математика дар курсҳои якум ва дуюм.

– нишон додани сохтори модели методии стандартӣ ва аз рӯи он омода намудани барнома ва нақшаи таълимии тадриси масъалаҳои ғайристандартӣ дар асоси муносибати босалоҳият.

Объекти таҳқиқот. Раванди таълими математика дар муассисаҳои таҳсилоти олии касбии омӯзгорӣ.

Мавзӯи (предмет) таҳқиқот. Истифода намудани талаботҳои методии масъалаҳои ғайристандартӣ дар баланд бардоштани дониши математикии донишҷӯён.

Фарзияи таҳқиқот. Фарзияи таҳқиқот дар амалӣ намудани шартҳои зерин ифода меёбад:

– муоина ва таҳлили вазъияти мушкilotи ташаккули фаъолият ва қобилияти эҷодӣ дар педагогикаи назариявӣ ва амалӣ.

– ҷамъбасти маълумотҳои такмилёбии ақидаҳо оид ба нақши масъалаҳо дар таълими математика; муайян намудани дараҷаи инкишофи

дидактикӣ ва методикаи истифодаи масъалаҳои ғайристандартӣ дар ташаккули дониши математикии донишҷӯён.

– таҳлили вазъияти мушкилоти тадқиқотӣ дар адабиётҳои илмӣ, таълимию методӣ, психологию педагогӣ дар раванди таълими амалии математика ба донишҷӯён;

– коркард намудани усулҳои ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ дар баъзе аз мавзӯҳои математика;

– таҳия ва санҷиши усулҳои гуногуни методологӣ барои рушди дониши математикии донишҷӯён тавассути ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ.

Марҳилаҳои таҳқиқот. Чамбоварии маводҳо, омӯзиш ва таҳлили манбаи илмӣ вобаста ба мавзӯ ва объекти таҳқиқот, нашри мақолаҳои илмӣ се марҳиларо дар бар мегирад:

Марҳилаи якум (солҳои 2020-2021) – дараҷаи омӯзиши мавзӯи рисола таҳлил ва муайян карда шуд, дастгоҳи илмӣ таҳқиқот тадқиқ карда шуд, модели назариявӣ ва амалӣ сохторбандӣ шуд, меъёр ва нишондиҳандаҳои дараҷаи имконпазири сифати тадқиқот муҳокима шуданд;

Марҳилаи дуюм (солҳои 2021-2022) – муқаррароти асосии омода намудани донишҷӯёни ихтисосҳои математикаи донишгоҳҳои омӯзгорӣ барои таълими донишҷӯёни муассисаҳои таҳсилоти умумӣ усулҳои ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ дар курси математика таҳия гардида, нишондодҳои методии мувофиқ тартиб дода шуда, санҷиши ибтидоии он гузаронида шуд.

Марҳилаи сеюм (солҳои 2022-2025) – озмоиши педагогӣ гузаронида, дар асоси он додаҳои таҳқиқи назариявӣ ва эмпирикӣ ҷамъбаст карда шудаанд, натиҷаҳои ба даст омада низомбандӣ ва тавсиф карда шудаанд, хулосаҳо ироа ва матни диссертатсия таҳия гардид.

Асосҳои назариявии таҳқиқот дар омӯзиши назариявии сатҳи ташаккули салоҳиятнокии дониши математикии донишҷӯён ҳангоми

истифодаи масъалаҳои ғайристандартӣ самти навро мекушояд, яъне: таҳия, татбиқ ва истифодаи самараноки масъалаҳои ғайристандартӣ дар чараёни омодагии касбии омӯзгорони оянда мутобиқи талаботҳои муосири таълимӣ.

Сарчашмаи маълумот, корҳои илмӣ-методӣ ва диссертатсияҳои муҳаққиқони хориҷӣ ва ватанӣ оиди нақши масъалаҳои ғайристандартӣ дар таълими фанни математика, Стратегияи омӯзиш ва рушди фанҳои риёзӣ, дақиқ ва табиӣ дар соҳаи маориф ва илм дар солҳои 2020 то соли 2030 ва таҷрибаи шоистаи педагогии омӯзгорон ташкил медиҳанд, истифода шудаанд.

Заминаҳои эмпирикӣ. Таҳлили адабиётҳои илмӣ, таълимӣ-методӣ, психологию педагогӣ оид ба мушкилоти таҳқиқот; таҳлили китобҳои дарси аз математика, барои мактабҳои таҳсилоти миёна ва олӣ; кори ташхисӣ; таҳлил ва ҷамъбасти таҷрибаи педагогӣ, мушоҳида, суҳбат; таҷрибаи педагогӣ; коркарди статистика ва таҳлили натиҷаҳои таҷрибавӣ.

Пойгоҳи таҳқиқот. Пойгоҳи таҳқиқотии рисолаи илмиро Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Носири Хусрав ва Донишгоҳи давлатии Данғара ташкил карданд. Дар озмоиш 274 донишчӯ ва 5 омӯзгор ширкат варзиданд.

Навгониҳои илмӣ таҳқиқот:

– таъсири мазмуни маводи таълимии математика бо истифода аз масъалаҳои ғайристандартӣ мавриди санҷиш қарор гирифта, ҳадафи баланд бардоштани сифати таълим ва афзун намудани шавқи донишчӯён ба омӯзиши математика мебошад.

– таҷрибаҳои амалӣ оид ба истифодаи масъалаҳои ғайристандартӣ дар чараёни таълими фанни математика коркард ва бо натиҷаҳои мусбат тасдиқ шудаанд.

– натиҷаҳои фаъолияти донишчӯён дар раванди татбиқи масъалаҳои ғайристандартӣ аз математика ҳангоми омӯзиши ин фан таҳлил гардида, самаранокии он муайян шудааст.

– дастурамали умумии методикаи таълими ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ бо назардошти хусусиятҳои фаъолияти таълимии донишҷӯёни **муассисаҳои таҳсилоти олии омӯзгорӣ** пешниҳод карда шудаанд.

– аз он иборат аст, ки аз мавқеи системавӣ ва равиши фаъолиятӣ – шахсӣ мушкilotи рушдҳои қобилиятҳои эҷодии донишҷӯён дар раванди таълим дар замони муосир баррасӣ карда шуд.

Нуктаҳои асосие, ки ба ҳимоя пешниҳод мешавад:

– асосҳои назариявии масъалаҳои ғайристандартӣ ва мавқеи онҳо дар ташаккули донишандӯзии донишҷӯёни **муассисаҳои таҳсилоти олии омӯзгорӣ** муайян карда шудаанд;

– шароити педагогии татбиқи масъалаҳои ғайристандартӣ дар ҷараёни таълими фанни математика мавриди таҳлил қарор мегирад, ки ба баланд гардидани сифати таълим таъсири мусбат расонида, ба густариши ҷаҳонбинии илмии донишҷӯён мусоидат менамояд;

– арзиши илмии масъалаҳои ғайристандартӣ аз фанни математика ва нақши онҳо дар раванди таълим дар муассисаҳои таҳсилоти олии касбии омӯзгорӣ ҳамчун унсuri муҳими методологӣ ва дидактикӣ арзёбӣ мегардад, ки ба баланд бардоштани самаранокии таълим мусоидат мекунад;

– мазмун ва натиҷаҳои таҷрибаи амалии истифодаи масъалаҳои ғайристандартӣ дар таълими математика ҳамчун самти муҳими тадқиқот дар педагогика, инчунин аҳаммияти ин таҷриба дар татбиқи талаботи муосири таълимӣ омӯхта ва таҳлил карда шуданд.

Аҳаммияти назариявии таҳқиқот дар мавридҳои зерин инъикос меёбад:

– таҳлил ва синтези масъалаҳои ғайристандартӣ аз нуқтаи назари истифодаи далелнокии онҳо ва ташкили фанни математика дар муассисаҳои таҳсилоти олии касбии омӯзгорӣ;

– муайян кардани моҳияти методии истифодаи маводи масъалаҳои ғайристандартӣ ва ҷудо намудани муҳимияти онҳо аз нуқтаи назари методологияи омӯзиши математика;

– муайянсозии асосноккунии шартҳои педагогӣ ҷиҳати дар системаи методии таълими математика истифодаи маводҳои масъалаҳои ғайристандартӣ дошта.

Аҳаммияти амалии таҳқиқот аз он иборат аст:

– асосҳои назариявӣ, барномаи таълимӣ, коркардҳои методии онро ҳангоми таҳияи ҷанбаҳои методии тафтиши сифати дониши донишҷӯён истифода бурдан мумкин аст;

– маводи таҳқиқоти илмӣ-методии пешниҳод шударо барои тайёрии касбии методии омӯзгорони ояндаи математика дар муассисаҳои таҳсилоти олии омӯзгорӣ ва дар курсҳои тақмили ихтисоси омӯзгорон истифода бурдан мумкин аст;

– тавсияҳои методӣ ҷиҳати истифодаи маводи масъалаҳои ғайристандартӣ дошта, барои баланд бардоштани сифати таълими фанни математика пешниҳод карда шуданд;

– комплекси таълимӣ-методӣ таҳия ва ба истифода дода шуд, ки он ба ташаккули компоненти математикию методии омӯзгори ояндаи математика мусоидат мекунад.

Аз натиҷаҳои таҳқиқот ва тавсияҳои пешниҳодгардида, омӯзгорони муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ, методистон, роҳбарони таҷрибаҳои педагогӣ истифода карда метавонанд.

Дараҷаи эътимоднокии натиҷаҳои таҳқиқот. Дараҷаи эътимоднокии натиҷаҳои таҳқиқот дар масъалаҳои зерин таҷассуми худро ёфтаанд:

– истифодаи усулҳои методологӣ ва назариявӣ;

– истифодаи маҷмуи усулҳои ба ҳам алоқаманди таҳқиқоти илмӣ, ки ба мақсаду вазифаҳои гузошташуда ҷавобгӯянд;

– мувофиқати натиҷаҳои назариявӣ, басанда будани сарчашмаҳои истифодашуда;

– мустанадии усулҳои озмоиши истифода шуда ва маълумотҳои дар рафти таҳқиқоти озмоишӣ ҳосилшуда;

– таъя ба таҳқиқоти бунёди дар педагогика, психология, методикаи таълими математика;

– гузаронидани озмоиши педагогӣ бо ёрии усулҳои маълуми математикӣ-оморӣ ва коркарди натиҷаҳои он.

Мутобиқати диссертатсия бо шиносномаи ихтисоси илмӣ. Соҳаи таҳқиқоти диссертатсионӣ ба мазмуни бандҳои зерини шиносномаи 5.3.10. Назария ва технологияи таҳсилоти касбӣ (фанҳои табиӣ-риёзӣ) (5.3.10.1. Назария ва технологияи таълими математика) мувофиқ мебошад:

– банди 1. Масъалаҳои мониторинги баҳодиҳии сифати таълим ва тарбия аз математика дар зинаҳои гуногуни таълим;

– банди 3. Таҷрибаи пешқадами таълим ва тадриси математика;

– банди 4. Таҳқиқоти муқоисавии назария ва методикаи таълими математика дар системаҳои гуногуни педагогӣ;

– банди 8. Назария ва амалияи коркарди стандартҳои давлатии таълими зинаҳо ва соҳаҳои гуногуни таълими математика;

– банди 14. Коркарди барномаҳои таълимӣ аз математика барои таълимгоҳҳои гуногуни зинаҳои таълимӣ;

– банди 21. Назария ва методикаи истифодаи аёнияти техникий таълим дар соҳаҳои гуногуни дониш ва дар зинаҳои мухталифи таълим;

– банди 25. Назария ва методикаи коркарди захираҳои таълими электронӣ, системаи таълими математика ва экспертизаи сифати педагогии он.

Саҳми шахсии докталаби дараҷаи илмӣ дар таҳқиқот. Саҳми шахсии докталаб аз таҳлили амиқи адабиётҳои илмӣ-методи, таҳқиқ ва тавзеҳи маълумотҳои истифодашуда ва ба низомдарории онҳо, коркарди мушоҳида

ва таҷрибаву озмоиш бо баёни натиҷаҳои ноилшуда; коркарди методологии масъалаҳои ғайристандартӣ; равандҳои омӯзиши масъалаҳои ғайристандартӣ; таҳия ва нашри мақолаҳои илмӣ доир ба мавзӯи таҳқиқот; омӯзиш, таҳлил ва арзёбии роҳу усул ва шароити педагогии таълими фанни математика барои донишҷӯёни муассисаҳои таҳсилоти олии омӯзгорӣ ҳамчун масъалаи педагогӣ дар адабиёти илмӣ, педагогӣ ва равоншиносӣ; сохторбандии стандартҳои барномаҳои таълимӣ ва озмоиши педагогӣ, дар коркарди нишондодҳои методӣ оид ба масъалаҳои ғайристандартӣ иборат аст.

Тасвиб ва амалисозии натиҷаҳои диссертатсия. Натиҷаҳои таҳқиқоти диссертатсионӣ дар таҳияи дастурҳои таълимӣ, семинар-машваратҳо ва ҷамъишҳои илмӣ, нашри мақола ва баромад дар конференсияҳои илмӣ-амалии ҷумҳуриявӣ ва байналмилалӣ инъикос ёфтаанд. Аз ҷумла Конференсияи илмӣ-амалии байналмилалӣ дар мавзӯи «Таҳлили комплексӣ ва тадбиқҳои он» бахшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф», 75 – солагии корманди шоистаи Тоҷикистон, узви вобастаи АМИТ, доктори илмҳои физикаю математика, профессор И.Қ. Қурбонов ва 70 – солагии доктори илмҳои физикаю математика, профессор Ҷ.С. Сафаров (Бохтар – 2022. – С. 374-376), Конференсияи байналмилалии илмӣ – амалӣ «Рушди илмҳои риёзӣ, дақиқ ва табиӣ дар замони муосир: мушкилот ва дурнамо» (Данғара – 2023. – С. 339-344), Конференсияи ҷумҳуриявии илмию амалӣ дар мавзӯи «Модлсозии математикӣ ва компютери равандҳои физикӣ» бахшида ба 20 – солаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф (Душанбе – 2023. – С. 250-251) ва ғайра.

Интишорот аз рӯи мавзӯи диссертатсия. Натиҷаҳои таҳқиқот дар 21 интишороти муаллиф, аз ҷумла 5 мақолаи илмӣ дар маҷаллаҳои тақризшавандаи Комиссияи олии аттестатсионии назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон ва 15 мақола дар дигар нашриётҳо ва маҷмӯаҳои

маводи конференсияҳои илмӣ ва 1 дастури таълимию методӣ инъикос ёфтаанд.

Сохтор ва ҳаҷми диссертатсия. Таҳқиқоти диссертатсионӣ аз бахшҳои «Муқаддима», «Тавсифи умумии таҳқиқот», се боб, бахши «Хулосаҳо» бо зербахшҳои «Натиҷаҳои асосии илмии диссертатсия» ва «Тавсияҳо оид ба истифодаи амалии натиҷаҳо», бахши «Номгӯи адабиёт» бо зербахшҳои «Феҳристи сарчашмаҳои истифодашуда» ва «Феҳристи интишороти илмии доктараби дарёфти дараҷаи илмӣ» иборат аст. Ҳаҷми умумии диссертатсия аз 203 саҳифаи матни компютерӣ иборат буда, 5 расм ва 11 ҷадвалро дар бар гирифтааст. Рақамгузори расму ҷадвалҳо барио ҳарсе боби диссертатсия умумӣ аст. Рӯйхати адабиёт фарогири 251 номгӯй мебошад.

БОБИ 1. НАҚШИ МАСЪАЛАҲОИ ҒАЙРИСТАНДАРТӢ ДАР РУШДИ ДОНИШИ МАТЕМАТИКИИ ДОНИШЧӢӢНИ КУРСҲОИ ПОӢНИИ МУАССИСАҲОИ ТАҲСИЛОТИ ОЛИИ ОМУӢЗГОРӢ

1.1. Равишҳои мухталиф ба муайянкунии масъалаҳои ғайристандартӣ дар раванди таълим

Мафҳуми баррасишаванда яке аз мафҳуми асосии илмҳои равоншиносӣ, кибернетика ва илмҳои сикли табию рӯзӣ ба шумор меравад. Дар адабиётҳои ба ин шохаҳои дониш бахшидашуда, мафҳуми масъала тафсириҳои гуногун дорад. Умуман масъаларо ҳамчун ҳадафи гузошташуда, ки бояд ба даст оварда шавад ё ҳамчун саволе, ки бояд дар асоси донишҳои муайян ва хулосаҳои мантиқӣ ҳал карда шавад, шарҳ дода мешавад. Аз нуқтаи назари фалсафӣ масъала ин дониш оиди нодонише, ки дар зиддияти байни объекту субъект ва предмет ба миён меояд, «мушкилот метавонад, ҳангоми алоқаи характери пасивии объект ва субъект ба миён ояд. Масъала барои водор намудани ғайриҳақиқатии ин робита ташаккул ёфтааст дар дохил ба вучуд омадаст берун аз талаботи субъект, барои бартараф кардани зиддияти ошкоркардаи ӯ пешбинӣ мекунад» [92, с. 46]. Дар адабиёти равоншиносӣ бештар мавриди истифода аз ин истилоҳ нисбат ба категорияи ғайриҳақиқатии субъект ва шартҳои пайдоиши он мебошад. Чунон ки равоншиноси машҳури рус файласуф, омӯзгор, доктори фанҳои педагогӣ, Алексей Николаевич Леонтьев (1903-1979) дар китоби худ қайд кардааст, ки масъала ин «мақсадест, ки дар шароити муайян дода мешавад» [116, с. 300].

Вазъияти мушкилотӣ ҳамчун унсuri муҳими технологияи таълими мушкилотӣ арзёбӣ мегардад, ки тавассути он раванди бедорсозии андешаҳои таҳлилӣ, эҳтиёҷоти маърифатӣ ва ғайриҳақиқатии тафаккури мантиқии донишчӯён таъмин карда мешавад. Вазъияти мушкилотӣ дар раванди таълим ҳамчун субъекте (донишчӯе), ки меҳодад барои худ масъалаи душворро ҳал кунад, аммо вай барои ҳал намудани масъалаи гузошта шуда маълумоти кофӣ надорад ва бояд субъект маълумотҳои

лозимаро ҷустуҷӯ кунад, фаҳмида мешавад. Ин ҳолат вазъияти равонии субъектро, ки дар ҷараёни иҷрои масъалаи таълимӣ, ҳавасмандкунии ҷустуҷӯи дониш ва усулҳои нави фаъолият ба вуҷуд меояд, тавсиф мекунад.

Вазъияти мушкилотӣ дар адабиётҳои педагогии-равони таърифҳои гуногун дода шуааст.

Вазъияти мушкилотӣ-ин зиддияти маърифатӣ буда, воқеан дар илм вуҷуд дошта ва усулҳои ҳалли он дар айни замон маълум намебошад.

Вазъияти мушкилотӣ-ин вазъияти душвор мебошад, ки дар ҷараёни ҳалли он донишҳо ҳосил мешаванд ва малакаҳои нав ташаккул меёбанд.

Вазъияти мушкилотӣ-ин зиддияти объективии байни ҳадаф ва имкони татбиқи он бо захираҳои додашуда дар шартҳои додашуда мебошад.

Мафҳуми умумитарини вазъияти мушкилотӣ дар «Луғати равоншиносӣ» чунин оварда шудааст: «Вазъияти мушкилотӣ ин огоҳие, ки ҳангоми иҷрои масъалаи амалӣ ё назариявӣ ба вуҷуд омада, дониши қаблан гирифташуда кофӣ набуда ва сабаби ба вуҷуд омадани талаботи субъект ба донишҳои нав, ки дар фаъолияти мақсадноки маърифатӣ амалӣ мегардад фаҳмида мешавад».

Мафҳуми «масъала» ва «вазъияти мушкилотӣ» умумияти зиёд доранд. Аммо, дар аксари тадқиқотҳо онҳо муайян карда намешаванд. Масалан, равоншиноси машҳури рус, педагог, математик, мутахассиси асосии соҳаи психологияи таълимӣ ва математикӣ, доктори илмҳои равоншиносӣ, профессор Лев Моисеевич Фридман(1916-2005) «мафҳуми вазъияти мушкилотиро аввалин дараҷа ҳисоб мекунад» [227]. А.Н Леонтьев «вазъияти мушкилотиро ба таври возеҳ бо масъала алоқаманд намекунад, вале қайд мекунад, ки масъала дар натиҷаи дарки субъект аз хусусияти мушкилоти баъзе аз вазъияти муайян ва нишон додани ҳалли он ба вуҷуд омадааст». Ҳамин гуна нуқтаи назар дар тавсифи В.И. Пушкин қайд шудааст, ки «Масъала натиҷаи марҳилаи муайяни фаъолияти рӯҳии инсон аст. Тартиб

додан, мурааттабсозии масъала аз он вобаста аст, ки вазъияти мушкилотӣ чӣ тавр таҳлил карда шудааст»[188, с. 64].

Ба андешаи Л. Фридман, фарқиятҳои байни мафҳуми «масъала» ва «вазъияти мушкилотӣ» бо он шарҳ дода мешаванд, ки «вазъияти мушкилотӣ дар воқеият вучуд дорад ва масъала модели абстрактии вазъияти воқеист, ки бо баъзе забонҳо баён карда мешавад». Аз ин рӯ «вазъияти мушкилотӣ» нисбат ба масъала аз ҷиҳати мазмун ҳамеша бойтар мебошад, чунки масъала баъзе тарафҳои «вазъияти мушкилотӣ» -ро инъикос мекунад. Барои ҳар як вазъияти мушкилотӣ як ё якчанд масъала мавҷуданд, ки онҳо аз рӯи маҷмуи хосиятҳои вазъиятӣ дар пешниҳодшуда ва аз рӯи забони ифодаи онҳо аз ҳамдигар фарқ карда мешаванд. Л.М. Фридман масъаларо ҳамчун «ҳар як модели аломати вазъияти мушкилотӣ» муайян мекунад»[227, с54-55].

С. Рубинштейн [193-194] бар он назар аст, ки «шакли асосии зуҳури масъала дар ифодаи шифоҳии он таҷассум меёбад» [193]. Л.М. Матюшкин низ таъкид менамояд, ки дар вазъияти мушкилотӣ «зарурати дарёфти дониш ё усулҳои нав, ки қаблан барои субъект номаълум буданд, ба миён меояд»[137, с.193]. Ба андешаи ӯ, «масъала ҳамчун шакли рамзии зуҳури мушкилот аз ҷониби як шахс ба шахси дигар (ё ба ҳуди субъект) интиқол меёбад, ки дар бар мегирад нишондодҳои ҳадаф ва шароити расидан ба он»[137 с.189].

Ю.М. Колягин ишора мекунад, ки «вазъияти мушкилотӣ худ ба худ масъала тавлид намекунад, балки дар натиҷаи дарки ғаёлонаи субъект, ки хусусияти мушкилоти вазъиятро дарк менамояд, масъала ба таври воқеӣ ба миён меояд»[93, с 39]. Ҳар як масъала танҳо дар он ҳолат моҳияти масъала пайдо мекунад, ки субъект онро ҳамчун мушкилот қабул намуда, ба раванди ҳалли он ворид гардад. Аз ин рӯ, «дуруст мешуд, ки зери мафҳуми масъала на вазъияти беруна, балки вазъияти субъект фаҳмида шавад»[18, с.76].

К.А. Славская низ ҳамин андешаро дастгирӣ мекунад ва таъкид менамояд, ки «масъала на танҳо вазъияти объективии ибтидоӣ, балки пеш

аз ҳама, мушкилоте мебошад, ки дар шуури инсон ба таври фаъол ташаккул меёбад»[211 с.216].

Истилоҳи «масъала» дар таҳлили равандҳои тафаккур васеъ истифода мешавад. Дар ин замина, чи хеле, ки дар кори [63, с.77] қайд карда шудааст, ки «мафҳуми масъала ҳамчун вазъияте фаҳмида мешавад, ки дар он субъект барои расидан ба ҳадаф бояд унсури ношиносро дар асоси робитаҳои он бо маълумоти қаблан омӯхташуда муайян намояд»[63, с.77]. К.А. Славская масъалаҳоро «ҳамчун шакли махсуси шинохти воқеият арзёбӣ мекунад, ки онҳо ҳамчун объект амал намуда, раванди тафаккури инсонро муайян месозанд» [211, с.216].

Дар кибернетика мафҳуми «масъала» ба раванди ҷустуҷӯ ва зарурати интихоби яке аз алтернативҳо ё муайянсозии воқуниши мушаххас нисбат ба ҳадафи муайян алоқаманд доништа мешавад.

Л.М. Фридман дар мафҳуми «масъала» таркибҳои зеринро ҷудо мекунад «

- соҳаи предмет, ки аз як ё якчанд объект ё маҷмуи устувор иборат аст;
- предикатҳо, ки объектҳои ин соҳаро мепайванданд.

Аз рӯи сохтораш ҳар гуна масъала аз се қисм иборат аст:

- шартҳои масъала, ки дар шакли пешниҳодӣ оварда шудааст;
- объекти масъала, яъне ҳама гуна унсури соҳаи мавзӯ ё предикат;
- мақсади масъала, ки аз дарёфти қимати объекти масъала иборат буда, шартро ба баёни ҳақиқӣ табдил медиҳад»[227].

Ю.М. Колягин мафҳуми системаро истифода бурда, тавсифи масъаларо, «ҳамчун чизи том, абстрактӣ ва реалӣ, ки аз қисмҳои ба ҳам вобаста: элементҳои маҷмуи муайян, хосиятҳо ва муносибатҳои байни онҳо иборат бударо, мувофиқат менамояд»[92]. Мавҷудияти эҳтиёҷе, ки дар шакли масъалаи махсуси мақсаднок ифода ёфтааст ва имкони таъсиси ягон ҷузъҳои система, ки ба шахс номаълум буда, хусусияти мушкилоти он собит шудааст, аз он гувоҳи медиҳад, ки охирин масъалаи ин субъект мегардад. Ю.М. Колягин қайд мекунад, ки «масъала новобаста аз он ки

шахс дар самти ҳалли он амал мекунад ё не, вуҷуд дорад, танҳо барои субъект зарур аст, ки хусусияти масъалавии система ва мавҷудияти нишондоди мақсаднокро (ё ин ки талаботи субъективӣ) барои табдил додани он дарк намояд» [92, с.51].

Ю.М. Колягин дар масъалаи математикӣ ҷузъҳои зеринро ҷудо мекунад: «

- ҳолати ибтидоӣ (шарти масъала);
- ҳолати ниҳой (хулосаи масъала);
- ҳал (тағйир додани шарт барои дарёфти натиҷа);
- базисӣ ҳал (асосноккунии назариявии он)» [92].

Ҳамаи масъалаҳое, ки дар онҳо гузариш аз ҳолати ибтидоӣ ба ҳолати ниҳой бо воситаҳои математикӣ сурат мегирад масъалаҳои математикӣ ҳисобида мешаванд. Ю.М. Колягин ба ин гурӯҳ «ҳам масъалаҳои софӣ риёзиро, ки ҳамаи унсурҳои онҳо ҳамчун объектҳои математикӣ арзёбӣ мегарданд, ва ҳам масъалаҳои амалии математикӣ, ки ҳалли онҳо тавассути воситаҳои методологии риёзӣ амалӣ карда мешавад, шомил медонад» [92].

Маълумотҳои овардашударо ҷамъбаст карда, ба хулосае омадан мумкин аст, ки ақидаҳо, оид ба масъала хусусияти муаллифи дошта, аз соҳаи донише, ки онҳо намояндагӣ мекунанд ва аз ақидаҳои субъективии илмию фалсафии онҳо вобаста мебошад. Ин истилоҳро ба ин ё он маъно истифода бурда, нишон додан зарур аст, ки муаллиф мафҳуми «масъала»-ро ба кадом мазмун нисбат додааст, ба андешаҳои кадом муҳаққиқон пайравӣ намудааст, бо кадом муқаррарот муҳолиф аст.

Нишонаи асосии масъала ин муваққатан набудани воситаи ҳал, яъне амалӣ намудани ҳал бо истифода аз пайдарпайи муқарраршудаи амалиётҳои дақиқ муайяншуда, тавассути схемаҳои маълум бевосита татбиқ кардан ғайри имкон мебошад. Ин мафҳуми масъаларо нисбӣ мекунад: саволи математикӣ танҳо барои шахсе масъала мегардад, ки ҳанӯз ҳалли онро намедонад. Илова бар ин, масъала аз вазъияти мушкилотӣ фарқ

мекунад. Дар ҳолати аввал савол дақиқ таҳия шудааст ва дар дуҷум бошад ҳанӯз таҳия нашудааст. Вазъияти мушкилотӣ баззаи манбаи сохтани масъалаҳои математика мебошад.

Мушкилоти истифодаи масъалаҳо, ҳангоми таълими математика ҷанбаҳои зиёд дорад: ин дарки ҳадафҳо ва мақсади масъалаҳо дар таълим, саволҳои типологӣ ва таснифоти масъалаҳо, муайян кардани мазмун ва усулҳои ҳалли онҳо, такмили методикаи омӯзиши ҳалли масъала, саволи вобастагии байни масъала бо дониши назариявӣ. Ин ва бисёр ҷанбаҳои дигари «саволи масъалавӣ» дар адабиёти психологию педагогӣ, дидактикӣ ва методӣ инъикос ёфтаанд, вале бояд эътироф кард, ки на ҳамаи онҳо ҳулосаи қаноатбахш гирифтаанд.

Мушкилоти ба низом даровардани масъалаҳои математикӣ, ки дар таълими математика баррасӣ мешаванд, бисёр асарҳо бахшида шудаанд. Масъалаҳои математикӣ метавонанд бо така ба асосҳои гуногун гурӯҳбандӣ шаванд, аз ҷумла: тибқи фан, сатҳи талабот, усули ҳалли онҳо, дараҷаи мураккабӣ, хусусиятҳои фаъолияти зеҳнӣ дар раванди ҳал, тарзи пешниҳоди шарт ва вазифаҳои дидактикӣ, ки дар ҷараёни таълим амалӣ мегарданд ва ғайра.

Пас, Л.М. Фридман маъмултарин намудҳои зерини масъалаҳоро меорад: «масъалаҳое, ки бо роҳи тартиб додани муодила, системаи муодилаҳо (ё нобаробарӣ) ҳал мешаванд; масъалаҳо доир ба исбот; масъалаҳо доир ба табдилдиҳии айнияти»[227].

Дар доираи (дохилӣ) ҳар як аз ин гурӯҳҳо муаллиф масъалаҳои мушкилотҳо ва масъалаҳои машқҳо муайян мекунад. Вай дар баробари масъалаҳои амалӣ ва риёзӣ тақсим кардани масъалаҳои таълимии математика ба мавҷудияти масъалаҳои стандартӣ ва ғайристандартӣ дар асоси муносибати онҳо бо донишҳои назариявӣ нишон медиҳад. Дар зери мафҳуми масъалаҳои ғайристандартӣ фаҳмида мешавад «масъалаҳое, ки

барои онҳо дар курси математика ягон қоидаҳои умумӣ вуҷуд надоранд, ки усулҳои дақиқи ҳалли онҳоро муайян кунанд»[228].

А. Столяр доир ба типологияи масъалаҳои математикаи таълимӣ қайд намудааст, ки «масъалаҳои ғайритипӣ аз масъалаҳои типӣ дар он фарқ мекунанд, ки барои ҳал намудани онҳо алгоритми махсус мавҷуд ё маълум нест» [218, с.119].

А.Ф. Эсаулов масъалаҳоро ҷудо мекунад, ки «барои таҷдид кардан пешбинӣ шудаанд ва ҳангоми ҳалли онҳо ба диққат ва хотира таъия карда мешавад; ва масъалаҳое, ки ҳалли онҳо боиси ноил шудан ба андешаҳои нави то ҳол номаълум мегарданд – ба монанди масъалаҳои эҷодӣ»[250].

Р.С. Черкасов ба масъалаҳои таълимие ишора мекунад, ки «ҳадафи онҳо ташаккули низоми дониш, малака, маҳорат ва ғайриинсонӣ фаъолияти фикрӣ мебошад. Ў аз ҷумла масъалаҳои зеринро ҷудо менамояд:

– масъалаҳое, ки дорои унсурҳои тадқиқотӣ мебошанд. Масъалаҳо барои дарёфти ҳақиқат.

– масъалаҳои шавқовар - содда, доноӣ ва зиракӣ талаб мекунанд» [144, с.150-159].

Ю.М. Колягин чунин мешуморад, ки «навъи масъала аз рӯи кадом ҷузъҳои он (шарт, ҳуҷҷа, ҳал, асосноккунии ҳал), ки ба субъект номаълум аст, муайян карда мешавад ва масъалаҳоро ҷудо мекунад дар шакли стандартӣ, омӯзишӣ, ҷустуҷӯӣ, мушкилотӣ ва масъалаҳои эҷодӣ» [92, с 60-61; 143, с.149].

Муаллиф қайд мекунад, ки масъалаҳо бештар дар олимпиадаҳо вохӯранд. Одатан дар чунин масъалаҳо шарт ва мақсад ба таври равшан муайян мегарданд, аммо на танҳо усули ҳал, балки қисми назариявӣ ва асосие, ки масъала бар он таъия мекунад, маълум нест. Ю.М. Колягин масъалаҳои характери олимпиадавиро ғайристандартӣ номида, чунин мегӯяд: «Масъалаҳои ғайристандартӣ ин масъалаҳое, ки ҳалли он барои донишҷӯ ҳамаҷун занҷири маълум амалҳои маълум номуайян мебошад, дар баробари ин гуфтаҳо нисбияти мафҳуми ғайристандартиро таъкид

мекунад»[94]. Дар ин гуна масъалаҳо танҳо нишондиҳандаи мақсаднок ва тавсифи умумии ҳолати муайян нишон дода мешавад, ки ҳеҷ яке аз ҷузъҳои он маълум намебошад.

Б.А. Кордемский масъалаҳои берун аз синфиро чунин шарҳ медиҳад, ки «маҷмуи масъалаҳо ба худ хос буда, илова бар он масъалаҳое, ки донишҷӯён дар ҷараёни омӯзиши муназзами математика ҳал мекунанд»[97, с.87].

Ба ғайр аз гуфтаҳои боло дар адабиёти психологию методӣ чунин синфҳои масъалаҳо низ мавҷуданд:

- А.Я. Цукарь «алгоритмӣ, нималгоритмӣ ва эҷодӣ» [236];
- Т.Н. Миракова «сифр алгоритмӣ, эҳтимолан эҷодӣ ва эҷодӣ» [145];
- В.В. Крылов «бо сифат» [108, с. 26];
- Ю.Н. Кулюткин, Г.С. Сухобская «ғайристереотипӣ, ҷустуҷӯи роҳи ҳал, ки бо пешниҳоди фарзияҳо ба амал меояд» [111, с.14];
- В.А. Крутецкий «масъалаҳо барои баррасӣ, муҳокимаи мантиқӣ» [106, с. 168].

Ҳамин тариқ, бисёре аз олимони масъалаҳои математикиро тасниф карда, мавҷудияти жанри муайяни онҳоро эътироф намуданд, ки дар адабиётҳои махсус бо дараҷаҳои гуногуни истилоҳоти синонимӣ номбар шудаанд—мушкилотӣ, ҷустуҷӯӣ, эвристикӣ, инкишофёбанда, эҷодӣ, фароғатӣ, мантиқӣ ва ғайраҳо. Тадқиқоти мо имкон медиҳад, ки боварӣ ҳосил кунем, барои мувофиқатшаванда будани мазмуни ин мафҳумҳо.

Истилоҳи «масъалаи ғайристандартӣ»-ро, ки аксар вақт дар адабиётҳои методӣ вомехӯрад, барои ифодаи баъзе синфи масъалаҳое, ки усули ҳалли онҳо ба субъект номаълум мебошад истифода мебарем—масъалаи ғайристандартӣ объективӣ ё субъективӣ мебошанд.

Унсурҳое, ки мазмуни ин мафҳумро ташкил медиҳанд, мобилӣ мебошанд, зеро масъалае, ки барои як донишҷӯ ғайристандартӣ бошад, барои дигараш чунин шуда наметавонад. Аз ин рӯ, барои асоснок кардан ва тасдиқ намудани фарзияи ин тадқиқот зарур аст, ки ба категорияи

баррасишаванда кадом масъалаҳо тааллуқ доранд, аниқ муайян намуда ва бо назардошти тадқиқоти олимон оид ба ин масъала ба система даровардани онҳо.

Дар асарҳои илмӣ бисёр математикҳо ва методистҳо оид ба равишҳои таснифоти масъалаҳои зикршуда андешаҳои зиёде баён шудааст. Вариантҳои баррасишуда як нуқсон доранд: мундариҷаи сарлавҳаҳои гуногуни таснифӣ онҳо якдигарро фаро мегиранд ва якҷояшавии онҳо тамоми маҷмуи масъалаҳои ғайристандартиро ташкил намеkunанд.

Таърихан, ҳама амалҳои математикӣ, бозиҳо, масъалаҳои, ки дар онҳо унсури фароғати мавҷуд буда, ба гурӯҳи фароғатҳои математикӣ дохил мешуданд, ки моҳияти онҳоро бо ин ном ба таври кофӣ инъикос намеkunанд, зеро ба мазмуни калимаи «фароғат» ба ҳеҷ ваҷҳ вақтхушӣ фаҳмида намешуд.

Ин гурӯҳ маҷмуи ғании масъалаҳои гуногуни аз ҷиҳати мазмун бо ҳам монандро дар бар мегирад, ки дар тӯли садсолаҳо чамъ шудаанд, ба монанди:

- муаммоҳои ададӣ ва суфтакунии фикрӣ барои заковат, кунҷковии ададӣ ва пайдарпайии фароғатӣ;
- масъалаҳои, ки ҳалли онҳо ҳисобу китобро талаб намеkunад, балки ба сохтани занҷири тафаккури дақиқ ва нозук асос ёфтааст;
- масъалаҳои, ки ҳалли онҳо ба омезиши органикии инкишофи риёзӣ ва заковати амалӣ асос ёфтааст (ченакҳои гуногун дар шароити душвор);
- масъалаҳо ба монанди «гузаргоҳҳо», «ҷойгоҳҳо», «аз зарфе ба зарфи дигар кӯчонидан»;
- масъалаҳои, ки дорои ҳалҳои миқдори зиёд ва дар баъзан мавридҳо дорои ҳалҳои беохир мебошанд; моҳияти ин гуна масъалаҳо дар ҷустуҷӯи усули ҳалли аслий ва усули ҳалли зебо мебошад;

➤ масъалаҳое, ки ҳангоми ҳал намудан миқдори камтарини амалҳои заруриро талаб мекунад (тартиб додани паркетҳо, ҳаракати асп, чоркунҷаҳои сеҳрӣ);

➤ масъалаҳо оиди лабиринтҳо, оиди бо як кашиш тасвир намудани фигураҳои геометрӣ;

➤ масъалаҳои математикии дараҷаи мураккаби баландтар дошта (масалан, масъалаҳои характери олимпиадавӣ дошта).

Таҳлили сохтори дар сатҳи байналмилалӣ эътирофшудаи маҷмуаҳои К. Ваша, Э. Лук, В. Аренс, М. Крайчик ва китобҳои Я.И. Перельман дар математикаи шавқовар, Б. Кордемский ба назар гирифта системаноккунии масъалаҳоро ба ду принцип ҷудо мекунад:

«1. Фаннӣ - вобаста ба фанҳои курси математика (геометрия, арифметика, алгебра).

2. Оперативӣ - мавзӯй – аз рӯи сюжетҳо дар ҳамбастагӣ бо гурӯҳҳои амалҳои якҷинса – амалҳое, ки барои ҳалли масъалаҳо истифода мешаванд» [97].

Б. Кордемский дар байни масъалаҳои беруназсинфи ду гурӯҳи алоҳидаро ҷудо мекунад:»

➤ масъалаҳое, ки ба курси мактабӣ алоқаманданд, вале нисбатан мураккаб мебошанд (олимпиадаҳои математика).

➤ Масъалаҳое, чун «фароғати математикӣ», ки ба андешаи ӯ ин гуна масъалаҳо хеле сода ва ҳам хеле душвор шуда метавонанд» [97, с.7].

Масъалаҳои гурӯҳи якум, чун қоида, барои амиқ омӯختани маводи таълимӣ бо иловаҳои гуногун ва умумӣ кардани муқаррароти алоҳидаи курс истифода мешаванд. Масъалаҳои гурӯҳи дуюм бошад ин барои бедор намудани майлу хоҳиш ва шавқу ҳаваси он донишҷӯёне, ки ҳанӯз хоҳиши омӯзиши математикаро надоранд, пешбинӣ шудааст.

Г.Б. Поляк дар китоби «Масъалаҳои фароғатӣ» категорияи масъалаҳоеро, ки мо мавриди баррасӣ қарор дода истодаем, аз рӯи тарзи ҳаллу фасли онҳо гурӯҳбандӣ мекунад:»

- Онҳо бо роҳи бартараф кардани номаълум ҳал мешаванд;
- тақсимооти тафовут – нобаробарии қисмҳоро талаб менамояд;
- дар бораи ҳаракат;
- бо усули тақсимооти мутаносиб ҳал карда мешаванд;
- ёфтани ададро вобаста ба қисми додаи он талаб мекунад»[182].

Ва дар маҷмуаи «Математическая шкатулка» - и Ф.Ф. Нагибина ва Е.С. Канина чунин намуни масъалаҳои зерин мавҷуданд:»

- масъалаҳо «аз охир» ҳал карда мешавад;
- масъалаҳо оиди аз зарф ба зарф кӯчонидани моеъҳо;
- масъалаҳо оиди фоизҳо;
- масъалаҳо оиди барқарорсозӣ»[159].

Е.И. Игнатъева дар китоби худ - масъалаҳое, ки якҷинсаанд ба бахшҳои зерин тақсим кардааст: «

- Масъалаҳои - ҳазлӣ, муаммовӣ ва ҳикояҳои ҳаҷвӣ
- Машқҳо бо ёрии гугирд
- Гузаргоҳҳо ва сафарҳо
- Дележи (бахшҳо, шӯъбаҳо), дар ҳолатҳои душвор
- Софизмҳо ва парадоксҳои геометрӣ
- Тахмини рақамҳо
- Домино, шашкаҳо, масъалаҳои бо квадратҳо комбинатсия шуда, лабиринтҳо» [80].

Мазмуни маҷмуаи И.Ф. Шарыгин ва А.В. Шевкин чунин гурӯҳи масъалаҳо мебошанд: «масъалаҳо бо рақамҳо (муаммоҳо, ребусҳо, сохтани ифодаҳо); масъалаҳо оид ба трансфузия, вазнкашӣ, омехтаҳо; масъалаҳои марбут ба кашидани шаклҳо дар варақи клеткадор ва ба қисмҳои баробар буридани онҳо; бо усули «бадтарин ҳолат» ҳал карда мешавад; масъалаҳои мантиқӣ»[240].

Дар байни масъалаҳои «табиати эҷодӣ» дошта Ю.М. Колягин силсилаи масъалаҳои зеринро баррасӣ мекунад: «

➤ масъалаҳое, ки дар донишҷӯён маҳорати мустақилона ҷамъбаст кардан, пурмазмун истифода бурдани таҷриба (ҳамчун усулҳои шинохт), мушоҳида, муқоиса ва мушаххасгардониро ташаққул медиҳанд; қобилияти пешбурди мулоҳиза (ба ҳулосаҳо) дорои хусусияти индуктивӣ ва дедуктивӣ, инчунин бо истифодаи аналогияҳо; қобилияти васеъ истифода бурдани тахмин (ҳулосаҳо аз рӯи интуиция) бо тафтиши минбаъдаи он (рад кардан ё асоснок кардани ҳулосаи дар асоси тахмин);

➤ масъалаҳое, ки ба ташаққули хусусиятҳои тафаккури илмии донишҷӯён мусоидат менамоянд, аз қабилӣ дақиқият, ғаъолият, диққат, фарогирӣ, амиқандешӣ, интиқодпазирӣ, мухтасаргӯӣ, равшанӣ ва саҳеҳии ифода дар гуфтору навиштаҷот, инчунин аслияти андеша.

➤ масъалаҳое, ки тавассути омӯзиши натиҷаҳои ҳалли онҳо ба донишҷӯён имконият медиҳанд, ки раванди таҳқиқоти ҷустуҷӯиро ба таври мустақилона анҷом дода, шароити масъалагузориро тағйир диҳанд ва равишҳои навро пешниҳод намоянд.

➤ масъалаҳое, ки роҳҳои ҳалли гуногун доранд ва дорои хусусияти маърифатӣ буда, инчунин масъалаҳо бо сюжети асли, фарогатӣ ё ҳалли шевоӣ дошта»[93].

П.М. Эрдниева дар китобаш масъалаҳоро ҷудо мекунад ба: «

- ҳосияти амалҳо;
- ҷойгиркунии ададҳо;
- квадратҳои сеҳрон;
- баробарии ададии шавқовар;
- масъалаҳои парадокс бо ҷавобҳои ғайриҷашмдошт;
- тахмини ададҳо;
- супоришҳо оид ба тартиб додани ҷадвалҳо» [249].

В.А.Тестов дар китоби худ «Сборнике и развивающих задач по математика», масъалаҳои оиди сайқалдиҳии дониши мантиқии донишҷӯёнро ба гурӯҳҳои зерин ҷудо мекунад: «

- масъалаҳои мантиқӣ;

- супоришҳо барои ба нақша гирифтани амалҳо;
- масъалаҳои комбинаторӣ;
- масъалаҳои дорои мазмуни геометрӣ дошта;
- масъалаҳои арифметикии шавқовар»[204].

Доир ба мушкилоти мавриди таҳқиқ гирифта шуда, нуқтаи назари дигар низ мавҷуд аст. Бисёр муаллифон чунин мешуморанд, ки хусусиятҳои дохилии масъалаҳои ғайристандартӣ чунонанд, ки иҷрошавии тақсимооти қатъии аниқӣ маҷмуи ин масъалаҳо ба зергурӯҳҳо номумкин ва нолозим мебошад. Пас, Б.А. Кордемский ба асари академик Я.В. Успенский «Саргузашти математикии интихобшуда-Избранные математические развлечения» таъя намуда менависад: «Ҳамаи ин (аз ҷиҳати макон гуногун, замон ва пайдоиши) маводҳо дар байни мардум паҳн шуда, ба маънои ҳақиқии эҷодиёт ва моликияти он ба ҳисоб мераванд. Дар баробари ин ба даст овардани ин мавод ва ба низом даровардани он барои як фард хеле душвор мебошад» [97, с.46]. Воқеан, муаллиф қайд мекунад, ки барои таҳияи асосҳои илмӣ таснифоти масъалаҳои ғайристандартӣ мумкин, ки ба миён наояд. Дар воқеъ, мушкилоти гурӯҳбандии масъалаҳои ин навъ бештар барои муаллифони китобҳои дарсӣ, методистҳо ва то андозае барои омӯзгорон дорои аҳамияти назаррас мебошад, дар ҳоле, ки барои донишҷӯён ин масъала аҳамияти мустақим надорад. Бо вучуди ин, чунин мушкилот мавҷуд аст, зеро дар марҳилаи рушди муассисаҳои таълимӣ, аз ҷумла мактабҳо ва гимназияҳо, дар барномаҳои нави таълимӣ ва китобҳои дарсии фанни математика масъалаҳои ғайристандартӣ ба таври қисман ворид карда мешаванд, ки ҳалли онҳо то ҳол ниёз ба таҳқиқ ва коркарди иловагӣ дорад. Гуфтан мумкин нест, ки масъалаҳои ғайристандартӣ дар адабиёти илмӣ ҷои ҳолӣ мебошанд.

Муаллифони бисёре дар ин соҳа, пурмахсул кор кардаанд ва кор карда истодаанд, ки саволҳои сайқалдиҳанда буда, таърихи он ба қабри асрҳо рафта ва ба «маҷмуи мушкилотҳои» мисриҳо, румиҳо, ҳиндиҳо, чиниҳо ва арабҳо бармегардад. Махсусан номҳои Л. Пизанский (Фибоначчи), П.

Ферма, В. Лейбниц, Л. Эйлер, К. Гаусс, М. Крайчик, И. Краснополяский, В.И. Обреимова, Е. Игнатъев, Я.И. Перелман, Б. Кордемский ва дигаронро қайд кардан мумкин аст. Тадқиқоти ҳозиразамон оид ба масъалаи муайяншуда ба қалами М. Гарднер, Г.В. Поляк, Ю.М. Колягин, Л. Фридман, Е.В. Галкин ва дигарон тааллуқ дорад, ки асосан, таснифи масъалаҳои жанри номбурда ва усулҳои ҳалли онҳоро дар бар мегирад.

Аввалин иқдомҳои ҷиддӣ дар бобати инкишоф додани корҳои беруназсинфӣ аз фанни математика ба Е.И. Игнатъев тааллуқ дорад. Ва асарҳои ӯ «Бозиҳои риёзӣ ва фароғатӣ» ва «Дар мулки заковат « 70 сол боз нашр мешаванд. Я.И. Перельман қариб 30 соли умрашро ба ин фаъолият бахшида, мустақилона асарҳои зиёде ба таъбъ расонид ва дар таҳрири як қатор асарҳои дигар иштирок кардааст [166-170]. Дар баробари инҳо корҳои С.Г. Губа [58], Н.Н. Аменицкий [9], И. Леман [115], Г.Б. Поляк [182], В.В. Афанасьев [14], В.А. Игнатъев [79-80], Н.Я. Виленкин [38], Л.С. Выгодский [40], И.П. Буслаев [29], А.В. Булаев [32]– ро низ қайд кардан мумкин аст.

Маҷмуаҳои ин намуд масъалаҳо дар [17, 20, 21, 23, 28, 32, 33, 31-33, 35-37, 41-43, 46-48, 53-55, 57, 61, 62, 64, 66, 69, 76-80, 85, 91-99, 101, 113, 120-122, 126-136, 139, 140, 142, 145, 149-152, 155-157, 160, 163, 166-170, 174-182, 185, 186, 189, 196-209, 214, 204, 205, 206, 207, 215, 217, 220, 223, 224, 228, 232, 233, 234, 237, 238, 240-243, 247, 251] нашр шудаанд, аммо истифодаи онҳо дар фаъолияти таълимии донишҷӯён як қатор душвориҳои характери объективӣ доранд. Ҳамин тариқ, маводи масъалаҳои дар дастурҳои зикршуда, аз ҷиҳати фановарӣ(технологӣ) пешрафта намебошад, чунки дар бисёр китобҳо пароканда шуда, гурӯҳбандӣ кардани онҳо душвор аст ва барои ҷустуҷӯи масъалаи мушаххас бо хосиятҳои пешакӣ муайяншуда мутобиқ карда нашудаанд. Ғайр аз ин, мувофиқи миқдори нуқтаҳои назар, маводҳои додашуда нисбат ба эҳтиёҷоти реалӣ зиёдатист. Дар баробари ин қайд мекунем, ки интихоби масъалаҳо дар асоси таҷрибаи шахсии омӯзгорон ба талаботи донишҷӯён мувофиқати оптималии онҳоро кафолат намедиҳад.

Корҳои методӣ доир ба мушкилоти омӯзиши ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ нисбат ба маҷмуаҳои онҳо камтар асарҳои методӣ мавҷуданд, ки дар онҳо муаллифон ва мураттибон бо тавсияҳои ниҳоят мухтасар барои ҳал ё нишон додани ҷавобҳо маҳдуд мешаванд [12, 179, 227, 229].

Ҳамин тавр, равишҳо ба таърифи мафҳуми дарҷшуда, таҳияи таснифоти масъалаҳои ғайристандартӣ дар адабиётҳои методӣ ва нашрияҳои даври махсус, шарҳи қатъӣ надоранд. Эҳтимол ин ба хусусияти ин навъ машқҳо вобаста мебошад: таърихан онҳо ба бахши донишҳои математикӣ, ки «фароғати математикӣ» ном дошт дохил карда шудаанд. Аксар вақт дар адабиётҳои муосир муносибат ба ин машқҳо ҳамчун «шавқовар» нигоҳ дошта мешавад. Дар баробари ин аз имкониятҳои бойтарини онҳо: таълим додан, инкишоф додан, тарбия кардан, истифода бурда намешавад.

Миқдори муайяни тавсифи пурраи мафҳуми «масъалаи ғайристандартӣ»-ро додан, амалан чандон муҳим нест ё номумкин аст. Аммо муҳимтар мебошад барқарор намудани масъалаҳое, ки ҳалли онҳо татбиқи фаъолиятҳоеро дар бар гиранд, ки кам ё бештар ҳамчун эҷодӣ тавсиф карда шаванд. Дар айни замон қайд кардан ба маврид аст, ки ба гурӯҳи масъалаҳои стандартӣ ё ғайристандартӣ мансуб намудани масъалаҳо, асосан вобаста аст ба ҳолати донишу таҷриба ва «моликияти интеллектуалии» донишҷӯён. Баъзе намудҳои зерини масъалаҳоро барои донишҷӯён аз ҷиҳати субъективӣ ва объективӣ ҳамчун ғайристандартӣ ҷудо кардан мумкин аст:

➤ масъалаҳои арифметикӣ (масалан, масъалаҳое, ки бо усули тасҳеҳи дода шудаҳо (маълумотҳо), иваз кардани маълумотҳо ҳал мешаванд; масъалаҳо «доир ба тахмин», барои кор ва ғ.);

➤ масъалаҳои комбинаторӣ (ба тартиб гузори объектҳо; ба интихоби зергурӯҳҳо ва ба тартиб гузори онҳо; барои муайян кардани шумораи

вариантҳои гуногун, барои интихоби беҳтарин натиҷа аз рӯи меъёрҳои муайян);

➤ масъалаҳои мантиқӣ (барои муқаррар намудани муносибатҳои вақтӣ, фазоӣ, функционалӣ; фаёлона номбар кардани вариантҳо; банақшагирии фаёлиятҳо; муқаррар кардани монандӣ ва муносибатҳои байни элементҳои маҷмӯӣ ва ғ.).

Мо низ ба монанди [30] пешниҳод менамоем, ки ба масъалаҳои ғайристандартӣ чунин масъалаҳое интихоб карда шаванд, ки барои донишҷӯён вазъияти пуршиддат ба вуҷуд оранд. Равиши интихоби масъалаҳои ғайристандартӣ, ки дар муқоиса бо равишҳои қаблан зикршуда хусусияти умумият дорад, ба омӯзгорон имконият фароҳам меорад, ки маводи таълимии марбут ба масъалаҳои ғайристандартиро таҳия намоянд. Ин раванд ба рушди фаёлияти эҷодии донишҷӯён дар раванди таълими фанни математика мусоидат менамояд.

1.2. Вазифаҳои дидактикии масъалаҳои ғайристандартӣ

Барои дуруст фаҳмидан ва сохтани протсесси ба донишҷӯён ҳал намудани масъалаҳои ғайристандартӣ вазифаҳои дидактикии ин гуна масъалаҳоро муайян кардан лозим аст. «Дар доираи методикаи таълими математика, мафҳуми «вазифаи масъалаҳо» ҳамчун тағйироти пешбинишудаи фаёлияти зеҳнӣ ва равонии донишҷӯён аз ҷониби омӯзгор фаҳмида мешавад, ки дар натиҷаи ҳалли масъалаҳо бояд амалӣ гардад»[65, с.57]. Мувофиқи принципҳои методологии таълим, масъалаҳо вобаста ба вазифаҳои асосии худ ба гурӯҳҳои зерин тақсим мешаванд:«

- вазифаҳои таълимӣ;
- вазифаҳои инкишофдиҳанда;
- вазифаҳои тарбиявӣ;
- вазифаҳои назоратӣ» [97, с.140].

Ҳар як масъалаҳои таълимӣ дар худ бояд вазифаҳои пешбаранда дошта бошанд, ки амалӣ гардонидани онҳо самаранокии истифодаи масъалаҳоро дар таълим ба низом медароранд.

Дар идома, моҳияти вазифаҳои асосии масъалаҳо дар раванди таълим муфассал шарҳ дода мешавад.

Вазифаҳои таълимӣ - ин навъи масъалаҳо дорои хусусияти махсуси дидактикӣ мебошанд, ки дар раванди таълими фанни математика ба рушди қобилиятҳои зеҳнӣ ва амалии донишҷӯён равона гардидаанд. Махсусан, онҳо барои бедорсозӣ ва таҳкими малакаҳои зерин мусоидат мекунанд: «

- системаи идеяҳои пешбаранда, қонунҳо, принципҳо, муқаррарот, алоқаҳои гуногуни байни онҳо;

- қобилият ва маҳорати моделсозии маводи таълимӣ (бо ёрии расмҳо ва ғ.);

- тасвирҳои фазоӣ;

- интуитсияи математикӣ;

- қобилияти истифодабарии символҳои математикӣ, истифодаи асбобҳои математикӣ(адабиёт)»[143].

С.Л. Рубинштейн оиди азхудкунии ҳақиқии дониш чунин изҳоротро баён кардааст, яъне «азхудкунии ҳақиқии дониш-маҳорат ва қобилияти истифодабарии маводи гирифташуда, мувофиқи вазифаҳои гуногун, ки ҳангоми истифодаи донишҳои гирифташуда ба мақсадҳои назариявӣ ва амалӣ ба миён меоянд. Барои ин донишҷӯён тамоми имкониятро дорад: агар инро донишҷӯён дарк наkunанд, он гоҳ камбудии ин танҳо ба души ташкили таълим аст» [193, с.92].

Диққати махсус асосан ба маҳорати фикрӣ, ё маҳорати меҳнати фикрӣ, ки дар раванди ҳалли масъалаҳои эҷодӣ ба даст оварда мешаванд, равона шудааст.

Методистони машҳури рус Л.С. Выготского, П.Я. Гальперина, Ч.А. Менчинская, П.А. Шеварев ва дигарон дар қорҳои тадқиқотии худ, падида будани ихтисоршави ҳангоми мулоҳиза намудан дар раванди ҳалли

масъаларо омӯхтаанд. Дар ҷараёни мулоҳиза алоқаҳои фосилавӣ тадричан аз байн мераванд, ки дар натиҷаи он тамоми равандҳо характери пошхурда ё ихтисоршударо пайдо мекунад. Дар баробари ин, асосноккунии унсурҳои мулоҳизаҳо (муқаррароти умумие, ки ба саволи он, ки ҷаро ин тавр рафтор кардан лозим аст, на ба тарзи дигар) аз байн меравад. Сабаби аз байнравии ин унсурҳои мулоҳизаҳо дар он нест, ки донишҷӯён онҳоро хуб дарк накардаанд, балки баръакс, аз сабаби он ки донишҷӯён ин мулоҳизаҳоро бо кулли дарк намудаанд, огоҳ шудаанд ва ин унсурҳои мулоҳиза нолозим мегардад. Аммо унсурҳои воқуниши тафаккур, ки ба саволи чӣ ва чӣ гуна бояд анҷом дода шаванд, кадом амалҳо ва бо кадом пайдарпайи иҷро карда шаванд, нигоҳ дошта мешаванд.

Масъалаҳои эҷодӣ аксар вақт истифодаи маълумотеро талаб мекунанд, ки дар шартҳои масъала мавҷуд нестанд. «омода шудан ба маълумоти минбаъда, ки дар шартҳои масъала пешниҳод карда нашудааст, бояд яке аз усулҳои пурарзиштарин ва ҳанӯз дар пешгӯӣ равонӣ ва дурандешӣ, ки дар раванди ҳалли масъалаҳои эҷодӣ ошкор набуда, дида шавад» [141, с.66].

Н.А.Менчинская оиди масъалаи динамизми фаъолияти зеҳнӣ чунин изҳоротро баён мекунад, яъне масъалаи динамизми фаъолияти зеҳнӣ «Ин на танҳо мушкилоти иттиҳодияҳои илму маърифат ва ҳам мушкилоти ҷудо шудани онҳо, яъне ба вучуд овардани диссотсиатсия мебошад» [141, с.35]. Ҳангоми таълимдиҳии ҳалли масъалаҳо дар назди омӯзгор масъалаи характери дутарафадор меистад. Аз як тараф, барқарор намудани қобилияти бозсозӣ ва нигоҳ доштани ҳамон қисми системаи донише, ки онро шартҳои масъала муқаррар кардааст. Аз тарафи дигар, ба донишҷӯён лозим аст, ки аз донишҳои пеш ба даст оварда даст кашида тавонанд, онро дигар карда тавонанд ва «вобаста ба талабот» системаи донишҳои принципан навро эҷод карда тавонанд. Ба мисоли ин гуфтаҳо масъалаҳои зеринро мисол меорем: «

1) Масъалаи 1. Барои кадом қимати a муодилаи $1 + \sin^2 ax = \cos x$ ҳалли ягона дорад.

Ҳал. Маълум аст, ки $\sin^2 ax$ – ро барои ҳамаи қиматҳои дилхоҳи a ҳамчун $\sin x$ ва $\cos x$ табдил додан мумкин нест. Барои ҳамин муодилаи додашуда бо усули оддӣ ҳал карда намешавад. Мо бояд ягон усули нави ҳалро ёбем. Аз нобаробарии $\cos x \leq 1 \leq 1 + \sin^2 ax$ бармеояд, ки муодилаи додашуда фақат ва фақат ҳамон вақт ҷой дорад, ки агар системаҳои муодилаҳои зерин иҷро гардад.

$$\begin{cases} 1 + \sin^2 ax = 1 \\ \cos x = 1 \end{cases} \text{ ё ин ки } \begin{cases} \sin ax = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases}$$

Ҳамин тавр, бояд системаҳоро пай дар пай ҳал карда истода, татқиқ мекунем, ки барои кадом қимати a он ҳалли ягона дорад. Чӣ хеле, ки муодилаи додашуда бо ин системаҳо баробарқувва аст, бинобар ин қимати ёфташудаи a ҳалли муодилаи додашуда мебошад.

Дар ин ҷо мушкилоти мантиқӣ сар мешавад ва дар ин лаҳза маълум мегардад, ки масъаларо кадом кас дуруст тасаввур карда метавонад ва кадом кас ба нозукии он аҳамият намедиҳад.

Мисоли ин гуфтаҳо яке аз ҳалҳои ин система, яъне ҳалли $ax = \pi k$, $x = 2\pi n$ $2a\pi n = \pi k$, $a = \frac{k}{2n}$ мебошад, ки ҳангоми $a = b/2n$ шуда метавонад. Аммо ин ҳалро фаҳмидан номумкин аст. Ҳозир ҳаллро пешниҳод мекунем, ки ба ҳалли пештара такя мекунату норасоии онро нишон медиҳад.

Ҳалли муодилаи якуми системаи охирон чунин аст:

$$ax = k\pi, k = 0, \pm 1, \pm 2,$$

Ҳалли муодилаи дуюмаш низ маълум аст

$$x = \pi n, n = 0, \pm 1, \pm 2$$

Мо бояд чунин x – ҳоро ёбем, ки дар як вақт ҳар ду муодиларо қаноат кунад, яъне чунин ададҳои k ва n – ро ёбем, ки дар ҳар ду қимати якхелаи x ҳосил гардад. Бинобар ин, мо бояд як муодилаи ду номаълуми нисбат ба n ва k – ро, ки параметраш a аст, ҳал намоем:

$$2a\pi n = \pi k \quad (1)$$

Маълум аст, ки барои дилхоҳ қимати a , ададҳои $n = 0, k = 0$ ҳалли муодилаи додашуда мебошад ва мувофиқан $x = 0$ аст, барои ҳамаи қиматҳои a . Агар $n \neq 0$ бошад, он гоҳ муодилаи (1) чунин намуд мегирад.

$$a = \frac{k}{2n} \quad (2)$$

Акнун масъалаи асосиро ба хотир меорем. Мо бояд ҳалли муодиларо наёбем, фақат муайян намоем, ки $\bar{y}$ барои кадом қиматҳои a ҳалли ягона дорад. Бо вучуди ин, ҳар гуна ададҳои ҷуфти k ва n , ки шарт (2)-ро қонеъ месозанд, ба мо ҳалли муодилаи додашударо медиҳанд, яъне $x = 2\pi n = \frac{\pi k}{a}$. Тавре, ки қаблан муайян кардем, барои ҳар қимати a , ҳалли муодилаи мазкур $x = 0$ мебошад. Акнун зарур аст, ки он қиматҳои a -ро муайян намоем, ки дар онҳо ягон адади бутуни k ва n , мавҷуд набошад ва ҳамзамон муносибати (2) иҷро гардад. Маълум аст, ки агар a иррационалӣ бошад, он гоҳ k ва n – и ҳақиқӣ ёфт намешавад. Якум натиҷа ҳосил шуд: агар a – адади иррационалӣ бошад, он гоҳ муодилаи додашуда ҳалли ягона дорад. Масъалаи додашуда ҳал шуд ё не? Албатта не, чунки қимати рационалии a ҳоло татқиқ карда нашудааст. Ҳамин тариқ, агар a рационалӣ бошад., яъне $a = p/d$, он гоҳ онро ба намуди $a = (2p)/(2d)$ навиштан мумкин аст ва дар муодилаи (2) ҳалли $k = 2p, n = d$ – ро ҳосил мекунем. Маълум аст, ки дар ин ҳолат ба ғайр аз ҳалли $x = 0$ боз аққалан як ҳалли дигар мавҷуд аст. Аз ин бар меояд, ки ҳангоми рационалӣ будани a муодилаи додашуда якчанд ҳалҳо дорад. Масъала ҳал шуд.

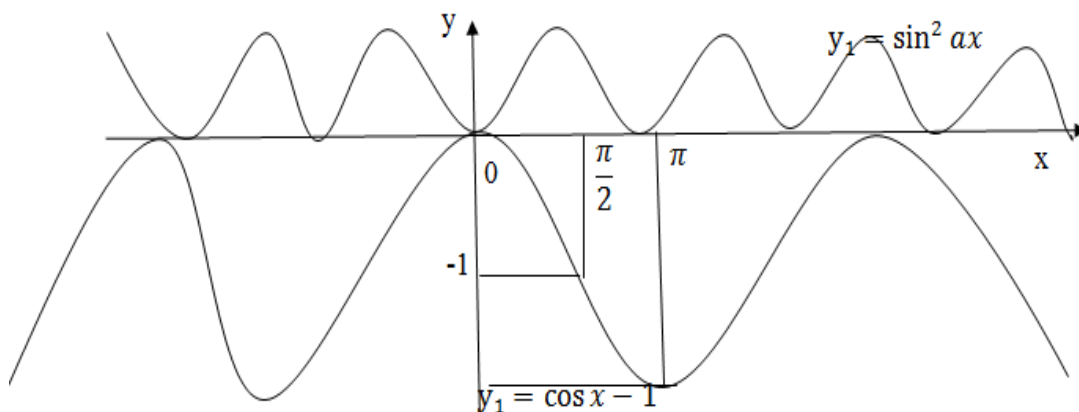
Ин масъаларо бо тарзи графикӣ низ ҳал кардан мумкин аст. Ҳисоб мекунем, ки $a \neq 0$ аст, чунки ҳангоми $a = 0$ будан муодилаи додашуда ҳалли беохир зиёд дорад. Муодилаамонро ба намуди зерин менависем:

$$\sin^2 ax = \cos x - 1$$

ва гузориш мекунем

$$y_1 = \cos x - 1, y_2 = \sin^2 ax = \frac{1 - \cos 2ax}{2}$$

Графики ҳар ду функцияро дар як системаи координата месозем:



Расми 1. – Графики функцияҳои $y_1 = \sin^2 ax$ ва $y_2 = \cos x - 1$

Аз график дида мешавад, ки барои дилхоҳ қимати a нуқтаи буриш баробари 0 аст. Аз нақша низ маълум аст, ки буриши ояндаи ин графикҳо дар нуқтаҳои вомехӯранд, ки ҳар дуи онҳо тири OX – ро расида гузаранд, яъне

$$\sin^2 ax = 0 \text{ ва } \cos x = 1 \text{ аст.}$$

Аммо $\sin^2 ax = 0$ аст барои $ax = n\pi$, дар ин ҷо $n = 0, \pm 1; \pm 2; \dots$, ва $\cos x = 1$ аст барои $x = 2k\pi$, дар ин ҷо $k = 0, \pm 1; \pm 2; \dots$

Аз ин рӯ, нуқтаи $x = 0$ метавонад ягона нуқтаи буриши графикҳо бошад, агар барои ҳамаи ададҳои бутуни n ва k , ки аз сифр фарқ доранд, баробарии $2k\pi \neq n\pi$ иҷро гардад. Яъне, мо исбот кардем, ки ҳалли ягона танҳо дар ҳолате вуҷуд дорад, ки $a \neq n/(2k)$, дар ин ҷо n ва k - ададҳои бутуни ғайрисифрӣ мебошанд. Пас ин онро нишон медиҳад, ки адади a адади иррационалӣ аст»[22].

2) Ҳамаи қиматҳои a ёфта шавад, ки системаи зерин фақат якто ҳал дошта бошад:

$$\begin{cases} 2^{|x|} + |x| = y + x^2 + a \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

(a, x, y – ададҳои ҳақиқӣ)

Ҳалро бо ҷуфти (x_0, y_0) ишорат мекунем. Бо осонӣ фаҳмидан мумкин аст, ки ҳар ду муодилаи системаи додашуда, бо иваз кардани x_0 бо $-x_0$ қимати худро тағйир намедиҳад. Бинобар ин ҷуфти $(-x_0, y_0)$ низ ҳалли

системаи додашуда шуда метавонад. Лекин мо қимати a – ро меёбем, ки системаи додашуда ҳалли ягона дорад. Пас, ҷуфтҳои (x_0, y_0) ва $(-x_0, y_0)$ якхелаанд, яъне $x_0 = -x_0$ аст. Аз ин ҷо бармеояд, ки $x_0 = 0$ мебошад. Ҳалли $(0; y_0)$ – ро ба системаи додашуда гузошта, муодилаҳои зеринро ҳосил мекунем:

$$1 = y_0 + a, y_0^2 = 1$$

Ҳал карда, маълум менамоем, ки y_0 ё ба 1 ё ба -1 баробар буда, қимати a вобаста ба ин ё ба 0 ё ба 2 баробар аст. Ҳамин тавр, мо исбот намудем, ки агар a адади даркорӣ бошад, он гоҳ $a = 0$ ё $a = 2$ аст. Инро дида мебароем. Аввал қимати $a = 0$ – ро гузошта, ҳосил мекунем:

$$\begin{cases} 2^{|x|} + |x| = y + x^2 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \quad (3)$$

Агар мо исбот намоем, ки системаи (3) ҳалли ягона дорад, он гоҳ ин онро нишон медиҳад, ки қимати $a = 0$ шартӣ масъалаи додашударо қаноат мекунад. Хотиррасон мекунем, ки қимати $a = 0$ дар боло ҳангоми ба системаи додашуда, гузоштан ҷуфти $(0; 1)$ пайдо шуда буд. Бо осонӣ тафтиш кардан мумкин аст, ки ҷуфти додашуда ҳақиқатан системаи (3) – ро қаноат мекунонад ва ҳамин хел ҳангоми $a = 0$ будан системаи додашуда як ҳал дорад. Муайян мекунем, ки оё системаи (3) ҳалли дигар низ дорад.

Ин система бо роҳи оддӣ ҳал намешавад. Бинобар ин мо роҳи махсусро интихоб мекунем. Аз муодилаи дуюми система бармеояд, ки $|x| \leq 1, |y| \leq 1$, аз куҷо $x^2 \leq x$ ва $y \leq 1$ аст. Ба ғайр аз ин $2^{|x|} \geq 1$ чунки $|x| \geq 0$ аст. Ҳамаи ин нобаробариҳоро истифода бурда, ҳосил мекунем.

$$2^{|x|} + |x| \geq 1 + x^2 \geq y + x^2$$

Ва аз ин ҷо бармеояд, ки муодилаи якум ҳамон вақт қаноатманд мешавад, ки агар баробариҳои зерин иҷро гарданд:

$$2^{|x|} = 1, |x| = x^2, y = 1$$

Ин баробариҳо ҷой доранд фақат барои қиматҳои $x = 0$ ва $y = 1$. Ҳамин тариқ, ҳангоми $a = 0$ будан системаи додашуда ҳалли ягонаи $(0; 1)$ – ро дорад.

Акнун қимати $a = 2$ – ро дида мебароем. Дар ин ҳолат системаи зеринро ҳосил мекунем:

$$\begin{cases} 2^{|x|} + |x| = y + x^2 + 2 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

Ҳамчун пештара қайд мекунем, ки ҷуфти $(0; -1)$ ҳалли система аст ва боз маънидод менамоем, ки ҳалҳои дигар низ вуҷуд дорад ё надорад. Лекин ба ҷойи $x = 1$ ва ба ҷойи $y = 0$ гузорем, мебинем, ки ҷуфти $(1; 0)$ низ ҳалли система шуда метавонад. Аз ин бармеояд, ки ҳангоми $a = 2$ будан системаи додашуда, зиёда аз як ҳал дорад. Ҳамин тавр, системаи додашуда барои $a = 0$ будан ҳалли ягона дорад.

Вазифаҳои инкишофдиҳанда - яке аз ҷузъҳои муҳими масъалаҳои ғайристандартӣ ба ҳисоб мераванд, ки ҳадафи онҳо рушди тафаккури донишҷӯён, ташаккули хусусиятҳои тафаккури илмӣ ва назариявии онҳо, инчунин аз худ кардани усулҳои самараноки фаъолияти зеҳнӣ мебошад. Вазифаҳои инкишофдиҳанда, яке аз вазифаҳои пешбари масъалаҳои ғайристандартӣ мебошанд. Вазифаҳои инкишофдиҳандаро ба ду зергурӯҳ ҷудо намудан мумкин аст.

- Вазифаҳои инкишофдиҳандаи дорои хусусияти умумӣ;
- вазифаҳои махсуси инкишофдиҳанда.

Ба гурӯҳи вазифаҳои инкишофдиҳанда, ки хусусияти умумӣ доранд, он масъалаҳое шомил мешаванд, ки ба рушди малакаҳои зерин дар донишҷӯён раवона шудаанд:

- тавоноии истифодаи усулҳои маъмули донишҳои илмӣ ҳамчун воситаи омӯзиш, аз қабili муқоиса, таҳлил, синтез, абстраксия, конкретсозӣ, умумисозӣ ва махсусгардонӣ;
- маҳорати баровардани ҳулосаи характери индуктивӣ ва дедуктивӣ;
- маҳорати ташкили таҷрибаи фикрӣ ҳамчун заминаи моделсозии равандҳои зеҳнӣ;
- маҳорати ҷудо намудани унсури калидӣ дар раванди таҳлили масъала;

– маҳорати интихоби самараноки воситаҳо ва усулҳои мувофиқ барои расидан ба ҳадафи муайяншуда;

– маҳорати ифодаи саводнокии мантиқӣ дар шарҳи раванд ва натиҷаҳои фикрӣ.

Ба гурӯҳи вазифаҳои инкишофдиҳанда он масъалаҳое дохил мешаванд, ки ба рушди малакаҳои равонии донишҷӯён мусоидат менамоянд, аз ҷумла:

– қобилияти таҳлили вазъияти пешниҳодшуда, яъне муқоисаи масъалаи мавриди баррасӣ бо масъалаҳои қаблан ҳалшуда ва муайянсозии хусусиятҳои пинҳонии вазъияти додашуда.

– маҳорати тахмин намудан бо дараҷаи кофӣ асоснок будани мавҷудияти ин ё он факт, хосият ва муносибатҳои математикӣ;

– маҳорати тартиб додани нақшаи ҳалли масъала;

– маҳорати маълумотро таҳлил намудан, маълумоти нолозимро истисно намудан ва ворид намудани маълумоти зарурӣ;

– маҳорати тағйир додани усул ва воситаҳои зарурии ҳалли масъала;

– маҳорати дурустии ҳалро тафтиш намудан;

– маҳорати таҳлили қарори ба дастмада, агар зарур бошад, ҷустуҷӯи ҳалли оптималӣ (оқилонотар) (сар мекунем).

Дар асоси таърифи дар боло зикргардидаи вазифаҳои масъала, ки ҳамчун тағйироти пешбинишавандаи фаъолият ва психикаи донишҷӯён нақш мебозад, низ оиди хислатҳои шахсият, ки дар ҷараёни ҳалли масъалаҳо ташаккул меёбад, гуфтан мумкин аст. Чунин муносибат нисбат ба вазифаҳои масъала, дар асари В.А. Гусеев ва дигарон қайд шудааст [59, 60].

Н.А. Менчинская дар байни меъёрҳои, ки чандирии тафаккурро тавсиф мекунанд, «ҳамчун майли тафовути амал ё баръакс майли такрори стереотипиро, яъне хусусиятеро, ки шартан ҳамчун муносибати маҳсулноки ё тазаққурӣ барои ҳалли масъалаҳо муайян карда мешавад дида мебарояд» [141, с 130].

Меъёри якуми Н.А. Менчинская оиди чандирии тафаккур бо таҳлили ҳамаҷонибаи мушкилот хос буда, ҷустуҷӯи фаъолонаи роҳҳои ҳалли онро дар бар мегирад,

Дар меъёри дуюми Н.А. Менчинская бошад масъаларо ҳамчун мушкилот фаҳмида намешавад ва тамоми ҳалли он ба роҳҳои шиноси амалҳои муқаррарӣ анҷом меёбад(ба поён мерасад), ки бо масъалаҳои маълумбуда вобастааст ва дар умум онҳо ба шартҳои талабшуда алоқаманд нестанд.

Дар ин ҷода аксарияти муҳаққиқон дар қорҳои татқиқотии худ қайд мекунанд, ки ҳангоми ҳалли масъалаҳои стандартӣ (муқаррари) дар бисёр ҳолатҳо боиси ташаккули тафаккури репродуктивӣ (тазаққури), паст шудани фаъолияти донишҷӯён ва кам шудани ҳиссаи қори мустақилонаи онҳо мегардад. Дар ҳоле, ки истифодаи масъалаҳои ғайристандартӣ дар таълим ба ташаккули муносибати самаранок ба ҳалли масъалаҳо мусоидат мекунад.

Вазъияти пуршидат, ки дар рафти ҳалли масъалаи ғайристандартӣ ба миён меояд, сари вақт пешгӯӣ кардани тағйироти муҳити фаъолият, татбиқи динамикии усули амалҳои маълум ё тағйир додани онҳоро талаб мекунад. Аз ин рӯ, тавассути ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ ба ташаккули самараноки малакаҳои зерин ноил шудан мумкин аст:

- қобилияти истифода бурдани донишҳои гирифташуда дар ҳолатҳои, ки аз ҳолатҳои қаблан баррасӣ шуда фарқ мекунанд;
- қобилияти ташаккули саволгузори ва пешниҳоди ҷавобҳо ба саволҳои, ки дар матни масъала ба таври мустақим зикр нашудаанд, вале барои фаҳмиши амиқи он муҳим мебошанд;
- қобилияти қоркарди мустақилона бо манбаҳои таълимӣ ва адабиёти илмӣ, бо мақсади таҳкими дониш ва рушди малакаҳои таҳқиқотӣ;
- қобилияти ташкили қори худ;
- қобилияти интиқол додани усулҳои умумии ташаккулёфтаи ҳалли масъала аз як соҳа ба дигараш;

- тавоноии худдорӣ аз иҷрои амалҳои шитобкорона;
- тавоноии ҷустуҷӯ ва дарёфти роҳҳои ҳалли масъала аз самтҳои гуногун;
- тавоноии пешгӯии ҷараёни минбаъдаи ҳалли масъала дар раванди интихоби усули мувофиқ.
- қобилияти гузаронидани таҳлили ретроспективии қисман анҷомдодашуда;
- қобилияти пайваста ва мунтазам амалӣ намудани назорат аз болои рафти амалҳои худ, дар асоси огоҳии худ.

Қайд кардан ба маврид аст, ки донишҷӯён ҳангоми ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ ба маҳорати огоҳӣ намудани худ барои зарурати баргаштан ба масъала баъди ҳал шудани он ноил мешаванд. А.Н. Леонтьев нишон дод, ки «дараҷаи баланди инкишофи равонии донишҷӯён дар бозгашт ба масъалаи аллакай ҳалшуда барои дарки роҳи ҳалли он зоҳир мегардад»[117].

Қайд мекунем, ки «фаъолияти воқеии маҳсулноки (ва дараҷаи олии эҷодкорӣ он), раванди мустақилона шинохти воқеияти атроф, яъне натиҷаи ба ҳам пайвастунии мураккаб, таъсири мутақобилаи намудҳои маҳсулноки ва тазаккурии фаъолияти фикрӣ(тафаккурӣ) мебошад» [86, с 21]. Бо вучуди ин маҳз «тафаккури маҳсулноки бо навигарии баланди самарайи он, ҳамчун асолати раванди ба даст овардан ва таъсири назаррас ба фаъолияти фикрӣро тавсиф карда мешавад. Ин як ҳамбасти(звенои) ҳалкунандаи фаъолияти фикрӣ мебошад, яъне ҳаракати воқеиро ба сӯи донишҳои нав таъмин менамояд» [86]. Н.А. Менчинская қайд мекунад, ки ҳамеша чунин шароитро пайдо кардан мумкин аст, ки дар он донишҷӯёне, ки қаблан чандирии сусти тафаккурро нишон медоданд ва қисман, муносибати репродуктивиро (тазаккуриро) ба масъала ё мушкилот амалӣ мекарданд, онро метавонад тағйир дода, хусусиятҳои характернокии муносибати самаронокиро нишон медиҳад.

Ба сифати чунин шароит пешниҳод карда мешавад, ки мушкилии (мураккабии) вазифаи ҳалшаванда кам карда шавад ё ба бозӣ ё фаъолияти амалӣ дохил карда шавад.

Яке аз роҳҳои инкишофи тафаккури мушаххаси математикӣ ин ҳал намудани масъалаҳои ғайристандартӣ мебошад. А.Я. Хинчин хусусиятҳои хоси чунин тафаккурро муайян мекунад: «

➤ ба математика бартарияти схемаи мантиқии тафаккури ба ҳадди ниҳой овардашуда хос аст;

➤ мӯҷазбаёнӣ(кӯтоҳбаёнӣ), бошуурона ёфтани кӯтоҳтарин роҳи мантиқие, ки ба мақсади додашуда мебарад, бидуни тараҳҳум(бераҳмона) рад намудани ҳамаи он шартҳо ё ифодаҳое, ки барои далелҳои бенуқсон комилан зарур намебошад;

➤ ҷо ба ҷо гузори дақиқӣ далелҳои истифодашаванда;

➤ дақиқона рамзгузори ботартибона»[230, с. 38].

Илова ба ин ба тафаккури математикӣ низ хислатҳои зерин хос аст: чандирӣ, фаъолиятнокӣ, мақсаднокӣ, васеӣ, амиқӣ, танқидӣ ва худтанқидкунӣ, возеҳӣ, асилӣ, далелӣ.

Қайд кардан зарур аст, ки саволҳо оиди ташаккули ҷаҳонбинии илмӣ донишҷӯён дар таълимӣ математика дар асарҳои бисёр муаллифони аз ҷумла Б.В. Гнеденко, Н.Л. Терешин ва ғайра баррасӣ шудаанд. Зикр кардан ҷоиз аст, ки дар раванди ҳалли масъалаҳои математикӣ, барои донишҷӯён нишон додани таъсири доимии ҳамбастагии ҷанбаҳои амалӣ ва назариявӣ, самти амалӣ - абстраксии математика ва хусусияти политехникии он равшан ва муфид мебошад. Акнун ба мисоли ин гуфтаҳо масъалаи зеринро меорем.

Дар шохаҳои гуногуни математика баъзе масъалаҳое ёфт мешаванд, ки барои муайян намудани роҳҳои ҳалли онҳо солҳо лозим буд. Яке аз чунин масъалаҳо ин масъалаи омӯзиши ададҳои сода ба шумор меравад.

Доир ба ададҳои сода масъалаҳои дар адабиётҳои таълимӣ мавҷуд буда, ҳамааш масъалаҳои ғайристандартӣ(ғайри муқаррарӣ) ба ҳисоб меравад. Акнун якчанд намуди ин гуна масъалаҳоро дида мебароем.

1) Бигзор p – адади сода бошад, исбот кунед $p^2 - 1$ ба 12 тақсим мешавад.

2) Ҳамаи чунин ададҳои содаи p ва q –ро ёбед, ки барояшон шарт $p^2 - q^2 = 1$ иҷро мешавад.

3) Ададҳои p ва $8p^2 + 1$ ададҳои сода мебошанд, нишон диҳед, ки ифодаи $8p^2 + 2p + 1$ низ адади сода мебошад.

Бо мақсади ташаккули ҷаҳонбинии илмӣ донишҷӯён, омӯзиши самараноки таҳлили математикӣ дорои аҳамияти хос мебошад, зеро он заминаи зарурӣ барои рушди илмҳои табиатшиносӣ, техника ва иқтисодро фароҳам меорад. Аз ин рӯ, «таҳияи роҳҳои инноватсионӣ ҷиҳати ҳалли масъалаҳои мураккаби соҳаҳои физика, механика, техника ва ҳуди математика дорои аҳамияти назаррас мебошад»[50, с.51]. Масалан яке аз элементҳои асосии таҳлили математикӣ, ки ин ҳосила ба шумор меравад дар аксарияти масъалаҳои мураккаби назарияи элементҳои ададҳои сода истифода шуда аст. Яке аз чунин масъалаҳо ин исботи аналитикии бешумор будани ададҳои сода мебошад. Ва аз тарафи олими олмони Леонид Эйлер нишон дода шудааст.

Масъалаҳои баррасишаванда, яъне масъалаҳои ғайристандартӣ имкон медиҳад, ки ба донишҷӯён зарурати истифодаи усулҳои таҳлили математикиро барои тавсифи ҳаракат, тағйирот ба таври боварибахш нишон дода шавад.

Ҳамин тариқ, масъалаҳои ғайристандартӣ фаъолияти маърифатии донишҷӯёнро ҳавасманд мекунад, ба онҳо маҳорати муқоиса намуданро меомӯзонанд. Ин масъалаҳо барои инкишофи тафаккури маҳсулноӣ, ташаккули ҷаҳонбинии илмӣ ва тафаккури мушаххаси математикӣ самаранок мебошанд.

Вазифаҳои тарбиявӣ – ин вазифаи масъалаҳои ғайристандартӣ ба ташаккули шавқу завқи маърифатӣ ва майли эҷодии донишҷӯён, тарбияи сифатҳои муҳими ахлоқии онҳо нигаронида шудааст. Дар қорҳои татқиқотии педагогҳо ва психологҳо аз ҷумла дар қорҳои В. Гусев

«Таълимӣ математика ва ташаккули яктарафаи шахсияти донишҷӯ» гурӯҳҳои зерини хислатҳои шахсиятро муайян кардаанд, ки дар раванди таълими математика ташаккул меёбанд: тарбияи ахлоқӣ; тарбияи эстетикӣ; тарбияи меҳнатии хислатҳои шахсият мебошад.

Дар асоси асари маъруфи А.Я. Хинчин як қатор хислатҳоеро, ки ба гурӯҳҳои номбар шуда дохил мешаванд, дар шакли ҷадвали 1 меорем.

Ҷадвали 1. – Хислатҳо ва сифатҳои шахсият аз рӯи асари А.Я. Хинчин

Сифатҳои шахсият, ки дар раванди омӯзиши математика ташаккул ёфтааст (меёбад)		
Алоқаманд аст бо тарбияи ахлоқӣ	Алоқаманд аст бо тарбияи эстетикӣ	Алоқаманд аст бо тарбияи меҳнатӣ
- бошарафӣ ва ростқавлӣ - қатъият - истодагарӣ ва ҷасорат - масъулият - ташаббускорӣ	- эҳсоси зебӣ - таҳайюли инкишофёфта	- одат ба системанокии меҳнати - дарки аҳамияти меҳнатии гурӯҳӣ - одат ба ташкили оқилонаи фаъолиятҳои худ

Яке аз воситаҳои афзалтарини ташаккули хислатҳои волои донишҷӯён ин ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ ба шумор меравад. Бешак, раванди ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ вақти бештарро тақозо менамояд, аммо маҳз ҳамин раванд ба донишҷӯён имконият медиҳад, ки малакаҳои ташкили оқилона ва идоракунии фаъолиятӣ шахсиро инкишоф диҳанд, душвориҳои эҳтимолии марбут ба татбиқи идеяҳо пешакӣ арзёбӣ намоянд ва монеаҳое, ки дар ҷараёни ҷустуҷӯи роҳҳои ҳалли масъала ба вучуд меоянд, бо сабру таҳаммул бартараф созанд. Аз ин рӯ, масъалаҳои ғайристандартӣ

ба ташаккули мақсаднокӣ, муносибати масъулиятшиносӣ ба тахминҳои қабулшуда мусоидат мекунанд.

На ҳама вақт истифода бурдани усулҳои гуногун дар рафти ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ ба муваффақият оварда мерасонад, яъне масъала ҳалношуда мемонад. Дар ин маврид аз ҳама бештар ҷолиби диққат дар он аст, ки «ин хислати фаҳмиши (дурандешии прозрения) ногаҳонӣ, бешубҳа, аз кори дуру дарози пешакии бешууруна шаҳодат медиҳад. Ин амали дурандешӣ танҳо дар сурате имконпазир аст ё ақаллан, самарабахш аст, агар пеш аз он ва баъд аз он давраи кори бошууруна бошад» [216 с.38]. Омӯзгор нақши «давраи кори бошууруна»-ро дар иҷрои масъала таъкид намуда, донишҷӯёнро ба кори мураккаб одат мекунонад, қобилияти оқилона ташкил намудани фаъолияти онҳоро инкишоф медиҳад. Ва мувофиқи мақсад мебошад, агар омӯзгор ҳалли масъалаҳои душворро дар синф бо ҳама донишҷӯён омӯзад. Ташаккули идеяи ҳалли ин ё он масъала дар натиҷаи муҳокимаи коллективонаи масъала боиси фаҳмидани аҳамияти меҳнати коллектив, ташаккули чунин хислати шахсӣ, монанди ташаббус мегардад.

Б.Ф. Гнеденко қайд мекунад, ки «эҷодиёти математикӣ аз сохтани комбинатсияҳои нав бо ёрии объектҳои математики аллакай маълум иборат нест. Эҷодкорӣ маҳз аз он иборат аст, ки комбинатсияҳои бефоида наофаранд, балки аз сохтани комбинатсияҳои иборат аст, ки фойданок бошанд ва ин гуна комбинатсияҳо хело кам мебошанд. Эҷод кардан- ин фарқ кардан, интиҳоб кардан аст» [50 с.55], [51]. Дар натиҷаи ҳалли масъалаҳои математики аз ҷумла масъалаҳои математикии ғайристандартӣ муносибати эҷодии донишҷӯёнро нисбат ба омӯзиши математика ташаккул меёбад. Ҳалли мустақилонаи масъала аз ҷониби донишҷӯён боиси пайдоиши қаноатмандии эмотсионалӣ мегардад. Ва ин қаноатмандӣ дар донишҷӯён ҳар қадар пурзуртар бошад, донишҷӯён ҳамон қадар бештар қувва барои ҷустуҷӯи роҳи ҳалли он сарф мекунанд. «Донишҷӯёне, ки шодии наҷибӣ

комёбиҳои эҷодиро аз сар гузаронидаанд, барои бори дигар эҳсос кардани он кушишу ғайрати худро дарег намедоранд. Майли дубора эҳсос кардани «шодии комёбиҳои эҷодӣ» боиси ташаккули муносибати хеле махсус ба нокоми эҷодӣ мегардад дар ин маврид хатогихое, ки дар рафти ҳалли масъалаҳо иҷро шудааст, ҳамчун шикаст қабул карда намешаванд, балки як навъи манбаи шиддати фикр ва ирода мебошад» [230 с153].

Б.Ф. Гнеденко қайд кардааст, ки «ҳамаи математикҳои ҳақиқӣ аз эҳсоси воқеии эстетикӣ огоҳ ҳастанд» [50, с.62]. Ҳангоми таълим, истифода бурдани масъалаҳо, махсусан, масъалаҳои ғайристандартӣ, ба омӯзгор имкон медиҳад, ки ба донишҷӯён ҳамоҳангии рақамҳо ва шаклҳо, ҳамоҳангии муодилаҳо бо шаклҳои геометрӣ, зебогиҳои табдилдиҳии ифодаҳо, ва зебогии геометрии объектҳои математикиро нишон диҳад. Акнун машқҳое, ки дурустии муқарраротро, зикршударо нишон медиҳад, дида мебароем.

Масъалаи 3. Дурустии нобаробариро тафтиш кунед:

$$\sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \dots + \sqrt{20}}}} + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \dots + \sqrt{12}}}} + \sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{30 + \dots + \sqrt{30}}}} < 15$$

Ҳал. Барои дурустии нобаробариро нишон додан аз усули баҳодиҳӣ истифода мебарем. Биёед акнун ҳар як ҷамъшавандаи ифодаи тарафи чапро дар алоҳидагӣ баҳо медиҳем.

$$\sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \dots + \sqrt{20}}}}$$

Чи хеле, ки дида истодаем ҳамаи ададҳои таҳти реша адади 20 мебошад ва агар мо ба адади 20 адади 5-ро ҷамъ кунем, ададе ҳосил мешавад, ки квадрати адади 5 мебошад, пас

$$\begin{aligned}
& \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \dots + \sqrt{20 + 5}}}} < \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \dots + \sqrt{20 + \sqrt{20 + 5}}}}} = \\
& = \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \dots \sqrt{20 + \sqrt{20 + 5}}}}} = \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \dots \sqrt{20 + \sqrt{20 + 5}}}}} = \dots \\
& = \sqrt{20 + \sqrt{20 + 5}} = \sqrt{20 + 5} = \sqrt{25} = 5,
\end{aligned}$$

яъне

$$\sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \dots + \sqrt{20}}}} < 5$$

Акнун ҷамъшавандаи дуҷумро баҳо медиҳем,

$$\sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \dots + \sqrt{12}}}}$$

Ин ифода ро низ ба монанди ифодаи якум табдил медиҳем, барои ин ҷамъшавандаи адади 4-ро дохил намуда пай дар пай ҳосил мекунем.

$$\begin{aligned}
& \sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \dots + \sqrt{12 + 4}}}} < \sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \dots + \sqrt{12 + \sqrt{12 + 4}}}}} = \\
& = \sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \dots \sqrt{12 + \sqrt{12 + 4}}}}} = \sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \dots \sqrt{12 + \sqrt{12 + 4}}}}} = \dots = \\
& \sqrt{12 + \sqrt{12 + 4}} = \sqrt{12 + 4} = \sqrt{16} = 4,
\end{aligned}$$

яъне

$$\sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \dots + \sqrt{12}}}} < 4$$

Акнун ҷамъшавандаи сеҷумро баҳо медиҳем,

$$\sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \dots + \sqrt{12}}}}$$

Ин ифодаро низ ба монанди ифодаи якум табдил медиҳем, барои ин ҷамъшавандаи адади 6-ро ба решаи охири он илова намуда пай дар пай ҳосил мекунем.

$$\begin{aligned} & \sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{30 + \dots + \sqrt{30 + 4}}}} < \sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{30 + \dots + \sqrt{30 + \sqrt{30 + 4}}}}} = \\ & = \sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{30 + \dots + \sqrt{30 + \sqrt{30 + 6}}}}} = \sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{30 + \dots + \sqrt{30 + \sqrt{30 + 6}}}}} = \dots = \\ & \sqrt{30 + \sqrt{30 + 6}} = \sqrt{30 + 6} = \sqrt{36} = 6, \end{aligned}$$

яъне

$$\sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{30 + \dots + \sqrt{30}}}} < 6,$$

Он гоҳ

$$\begin{aligned} & \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \dots + \sqrt{20}}}} + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \dots + \sqrt{12}}}} \\ & + \sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{30 + \dots + \sqrt{30}}}} < 5 + 4 + 6 = 15 \end{aligned}$$

Аз ин натиҷаи ҳосил шуда, дурустии нобаробарии аввала бар меояд. Чунки баъд аз илова намудани ададҳои 5, 4 ва 6 қимати ҳосил шуда ба тарафи рости нобаробарӣ баробар шуд.

Вазифаҳои назоратӣ аз ин вазифаҳои иборат мебошад, ки барои муқаррар намудани сатҳи омӯзиши рушди математикӣ ва ташаккули шавқи маърифатии донишҷӯён равона карда шудааст.

Масъалаҳои математикӣ аз ҷумла масъалаҳои математикии ғайристандартӣ ба ташаккули қобилияти донишҷӯён оид ба қобилияти идоракунии амали худ ва пешгӯии рафти ҳалли масъала ва таҳлили мусбати натиҷаи кори худ мусоидат мекунанд.

Қайд кардан ба маврид аст, ки дар рафти таҳлили раванди ҳалли масъалаҳо аз ҷониби донишҷӯён, омӯзгор метавонад ба «доираи наздики рушд»-и донишҷӯ баҳо диҳад. «Маълум аст, ки дараҷаи инкишофи воқеӣ муваффақиятҳои инкишофиро ва натиҷаҳои инкишофиро то дирӯз тавсиф мекунанд ва давраи инкишофи наздик бошад, инкишофи ақлиро дар фардо тавсиф мекунанд» [40, с20].

Арзёбии мафҳуми «доираи наздики инкишоф» аз ҷиҳати педагогӣ дорои аҳамияти калидӣ мебошад, зеро он ба фаҳмиши равандҳои динамикии рушди зеҳнӣ ва муваффақиятҳои таълимӣ мусоидат мекунад. Дар ин замина, вазифаҳое, ки аллакай ба сатҳи камол расидаанд, на ҳамчун ҳадафи асосӣ, балки ҳамчун шартӣ зарурии пешрафт арзёбӣ мешаванд. Баръакс, масъалаҳое, ки дар марҳилаи камолот қарор доранд, ҳамчун омили муҳими таҳкими инкишофи шахсият ва нерӯи фикрии толибилмон ба ҳисоб мераванд. Дар натиҷа омӯзгор «давраи инкишофи наздик»-и донишҷӯро баҳо дода, метавонад, на танҳо динамикаи инкишофи рӯҳии донишҷӯёнро пешгӯӣ намояд, балки тавсияҳо диҳад, ки барои бо муваффақияти омӯзиш мусоидат мекунанд. Ғайр аз ин, барои муайян кардани қобилияти амалкардаи донишҷӯён дар вазъиятҳои гуногун аз масъалаҳои ғайристандартӣ истифода бурдан мумкин аст. Ҳамин тавр, ҳангоми таълимӣ математика масъалаҳои ғайристандартӣ ҳамаи вазифаҳои асосии дидактикиро иҷро мекунанд. Ғайр аз ин, истифодаи масъалаҳои навъҳои гуногун, аз ҷумла, ғайристандартӣ, муносибати пурмахсулро ба ҳалли масъалаҳо ташаккул медиҳад, ба инкишофи динамизми фаъолияти равонӣ ва қавигии тафаккур мусоидат мекунад.

Дар рафти ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ дар самтҳои гуногун роҳҳои ҳал аз ҷумла ҷустуҷӯи идеяҳо, пешгӯии амалҳои минбаъда, худдорӣ аз муҳокимаҳои саросемавор ва таваҷҷуҳ ба имкони истифодаи маълумоте, ки дар шарт зикр нашудаанд, зарур аст. Ҳамаи ин роҳҳои таҳлил ба рушди қобилиятҳои эҷодӣ мусоидат мекунад, қобилияти амал карданро дар ҳолатҳои ношинос, стресс (на танҳо бо ҳалли мушкилот алоқаманд) ташаккул медиҳад.

1.3. Хусусиятҳои истифодаи масъалаҳои ғайристандартӣ дар таълими математика

Барои аниқ кардани имкониятҳои истифодаи масъалаҳои ғайристандартӣ дар раванди таълими математика дар мактаби миёна ва дар (донишгоҳҳои сикли педагогӣ) ба система даровардани нуқтаҳои психологию педагогӣ ва методие, ки ба таълими самараноки донишҷӯён дар ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ мусоидат мекунанд, зарур аст. Дар ин параграф мо ба пунктҳои зерин таваҷҷуҳ менамоем:

- талаботи равшанӣ оид ба ташкили фаъолияти самараноки ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ;
- муқаррароти марбут ба масъалаҳои ғайристандартӣ, ки дар методикаи таълими математика баррасӣ мешаванд;
- хусусиятҳои таълимӣ ба ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ, ки ба донишҷӯён барои таълими амалияи математикаи муосир хосанд.

Дар илми равшанӣ доираи васеи саволҳое, ки бо ҳалли баъзе масъалаҳо алоқаманданд, баррасӣ карда мешаванд. Дар ин байн муқаррароте ҷудо мекунем, ки бевосита ба ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ дахл доранд. З.И. Слепкан қайд мекунад, ки «дар илми равшанӣ шӯравӣ ҷараёни ҳалли масъалаҳо ҳамчун раванди мураккаби аналитикию синтетикии таъсири мутақобилаи равшанӣ субъекти фикркунада бо мазмун объективии масъалаи ҳалшаванда фаҳмида

мешавад»[213, с.38]. Моҳияти асосии омӯзиши раванди ҳалли масъалаҳо дар он ифода меёбад, ки донишҷӯён усулҳои мустақилонаи кор бо масъалаҳои нисбатан навро аз худ намоянд - масъалаҳое, ки ҳалли онҳо талабгори ҷустуҷӯи эҷодии роҳҳои амалишаванда, таҳлили амиқ ва тавлиди андешаҳои аслий ва инноватсионӣ мебошанд. З.И. Слепкан ба ин нуқта махсусан таваҷҷуҳ зоҳир мекунад, ки «идоракунии педагогии фаъолияти зеҳнии донишҷӯён дар раванди ҳалли масъалаҳо бояд ба қонуниятҳои тафаккур асос ёфта, бо ташаккули усулҳои фаъолияти зеҳнӣ алоқаманд бошад» [213,с. 131].

Усули фаъолият дар ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ умумӣ ҳисобида мешавад, агар он «дар асоси таҳлили усулҳои алоҳида, тавассути нишон додани мазмуни умумии тағйирнаёфтаи фаъолият барои ҳалли масъалаҳои мушаххаси хусусӣ ба даст оварда шавад» [71, с. 7]. Дар чунин шароит, нақши омӯзгор дар ташаккули усули умумии ҳалли масъалаҳо тавассути истифодаи роҳҳои гуногуни педагогӣ аҳамияти калидӣ дорад. Маҳз омӯзгор заминаи индикативиро барои ташкили фаъолияти мақсадноки донишҷӯён дар раванди ҳалли масъалаҳои таълимӣ фароҳам оварда, имкони интиқоли усули таҳияшуда ба доираи васеи масъалаҳои нави мушаххасро таъмин менамояд. Мустақилона аз худ кардани дониш ва усулҳои фаъолият дар шароити нав аллакай нишонаи фаъолияти эҷодӣ ба ҳисоб меравад. Ташкили раванди таълимии донишҷӯён дар самти татбиқи усули омӯхташуда яке аз роҳҳои муҳими аз худ кардани таҷрибаи фаъолияти эҷодӣ мебошад. Дар раванди ҳалли масъалаҳо ду усули асосии фаъолият вучуд доранд: алгоритмӣ ва ғайриалгоритмӣ (эвристикӣ). Усули алгоритмӣ бо он фарқ мекунад, ки шахси ҳалкунанда фаъолияти худро тибқи алгоритми маълум анҷом медиҳад. Усули ғайриалгоритмӣ бошад, дар ҳолате истифода мешавад, ки чунин алгоритм вучуд надорад ё маълум нест, бинобар ин фаъолияти шахс асосан ба дарёфти нақша, роҳ ва усули ҳалли масъала равона мегардад. «Яъне усули эҷод кардаи ӯ, усули ҳалли

объективона буда як навъ алгоритмро ифода карда метавонад, ки моҳияти зеҳнии фаъолияти ўро тағйир намедиҳад»[227, с. 45].

Зикр кардан ҷоиз аст, ки муайян кардани навъи масъала, интихоби формулаи мувофиқтарини ҳалли он, тартиб додани алгоритм ва барномаи татбиқи он - ҳамаи ин ҷузъҳои фаъолияти ҳалли масъалаҳое мебошанд, ки алгоритми онҳо маълум аст, вале табиати алгоритмӣ надоранд, зеро дар онҳо унсурҳои зиёди эвристикӣ ҷой доранд. Ҳамзамон, тавре ки З.И. Калмыков ишора мекунад «фаъолияти инсон дар ҳалли масъалаҳое, ки алгоритми онҳо номаълум аст, одатан дорои унсурҳои алгоритмӣ дар шакли қисмҳои таркибӣ мебошад»[86, с.72].

Бо назардошти усулҳои гуногуни асосии фаъолият дар раванди ҳалли масъалаҳо, ду гурӯҳи усулҳои умумии фаъолияти зеҳнӣ ҷудо карда мешаванд:

1. усулҳои навъи алгоритмӣ;
2. усулҳои навъи эвристикӣ.

Тавре ки дар манбаъҳои [86, 90] зикр шудааст, ташаккули усулҳои фаъолияти зеҳнии навъи алгоритмӣ, ки ба таҳлили мантиқӣ ва формалии масъала равона шудаанд, бо риояи қонуниятҳо ба интихоби усули мушаххаси ҳал мусоидат мекунанд. Ин шарт зарурӣ аст, вале барои рушди тафаккур кофӣ нест. Усулҳои алгоритмӣ ба тақмили тафаккури репродуктивӣ (ё тафаккури такрорӣ) мусоидат намуда, фонди донишро ташаккул медиҳанд. Ин навъи фаъолият шахсро ба барқарор кардани робитаҳо ва муносибатҳои муайян миёни объектҳо равона месозад, ки тавассути онҳо ба ҳалли масъала мерасад.

Агар мо қаблан донем, ки дар раванди ҳалли масъалаи пешниҳод шуда кадом робитаҳоро бояд ба назар гирем, ин моро аз такрори кашфиёт эмин медорад. «Дар ҳолатҳои маъмулӣ ҷустуҷӯ бояд ҳатман хусусияти стандартӣ дошта бошад» [112, с. 8]. Бо вучуди ин, чунин усулҳо ба хусусиятҳои тафаккури пурмаҳсул мувофиқат намекунанд ва аз ин рӯ, ба рушди ин

чиҳати фаъолияти зеҳнӣ низ мусоидат намеkunанд. Илова бар ин, машққое, ки дарозмуддат бо усулҳои алгоритмӣ ҳал мешаванд, маҷмуи амалҳоро дар асоси модели тайёр ташкил медиҳанд ва ҷустуҷӯи роҳи ҳалли худро танҳо дар доираи усулҳои аллакай маълум маҳдуд месозанд.

И. Калмыков дар кори худ фарқи байни фаъолияти алгоритмӣ ва эвристикиро чунин шарҳ медиҳад: «Дар муқоиса бо усулҳои алгоритмӣ, усулҳои эвристикӣ на ба расман-мантиқӣ, балки ба таҳлили пурмазмун диққат медиҳанд» [86, с. 182]. Яъне, маҳз фаъолияти зеҳнии навъи эвристикӣ ба табиати тафаккури эҷодӣ мувофиқ аст, зеро он ба ҷустуҷӯи роҳҳои ҳалли мушкилоти нав ва кашфи донишҳои тоза барои субъект мусоидат мекунад. Илова бар ин, бисёре аз усулҳои эвристикӣ ба ҷалби тафаккури визуалӣ ва тасвирӣ дар раvанди ҳалли масъалаҳо ҳавасманд меkunанд. Бартарии ин навъи тафаккур дар он аст, ки шахс имкони «дидани» вазъиятеро, ки дар шартҳои масъала тасвир шудааст, пайдо мекунад ва ин боиси дарки куллии масъала мегардад.

Усулҳои эвристикӣ донишҷӯёро ба истифодаи таҷрибаи зеҳнӣ равона меkunанд, ки таҳия ва санҷиши гипотезаҳоро осон намуда, дар ниҳоят ба ҳалли масъала меоранд. Истифодаи ин усулҳо боиси пайдо шудани хусусиятҳои нав ва хосиятҳои тоза дар объектҳо мегардад, унсурҳои масъала ба робитаҳои нав дохил мешаванд, яъне дар раvанди эҷодӣ «таҳлил тавассути синтез» амалӣ мегардад. Омӯзиши усулҳои эвристикӣ ба сатҳи омодагии донишҷӯён дар ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ таъсири мусбат мерасонад, зеро ин усулҳо дар шароити номуайян ва вазъиятҳои нав ба амал намудани субъект кӯмак мерасонанд.

Азбаски ташаккули усулҳои эвристикӣ танҳо дар қисми ками донишҷӯён мушоҳида мешавад, онҳо бояд махсус омӯзонида шаванд. Аз ин рӯ, раvанди азхудкунии ин усулҳоро метавон ҳамчун гузариш аз шиносоии оддӣ бо тавсифи онҳо ба «таҳияи сохторҳои устувори амалие донист, ки дар асоси он ҷустуҷӯи мураккаби эвристикӣ амалӣ мешавад» [112, с. 173].

Масъалае, ки дар поён баррасӣ мешавад, метавонад ҳамчун намунаи тасвири вазифаҳои эвристикӣ, ки дар боло зикр гардиданд, хизмат кунад.

Масъалаи 4. Муодиларо ҳал кунед

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}}}} = x$$

дар ифодаи тарафи чап, аломати каср n маротиба такрор мешавад. Ҳал: Ифодаи тарафи чапи муодиларо пай дар пай сода намуда бо усули баҳодиҳии дедуктивӣ баҳо медиҳем :

$$\begin{aligned} 1 + \frac{1}{x} &= \frac{1+x}{x} \\ 1 + \frac{1}{\frac{1+x}{x}} &= 1 + \frac{x}{1+x} = \frac{1+2x}{1+x} \\ 1 + \frac{1}{\frac{1+2x}{1+x}} &= 1 + \frac{1+x}{1+2x} = \frac{2+3x}{1+2x} \\ 1 + \frac{1}{\frac{2+3x}{1+2x}} &= 1 + \frac{1+2x}{2+3x} = \frac{3+5x}{2+3x} \end{aligned}$$

Аз ин баробариҳо хулоса баровардан мумкин аст, ки агар мо махраҷ диҳиро то қадами охир давом диҳем, он гоҳ касри зеринро ҳосил мекунем $\frac{ax+b}{cx+d} = x$, ки дар он a, b, c, d баъзе ададҳо мебошанд. Акнун мекӯшем, ки баъзе роҳҳои умумии ҳалли масъалаҳои баррасӣ намоем ва натиҷа ё усули ҳалли онҳоро мавриди истифода қарор диҳем. Муодилаи пешниҳодшуда бо муодилаи квадратии шакли $x \cdot (cx + d) = ax + b$ баробарқувва мебошад, аз ин рӯ, он наметавонад зиёда аз ду решаи гуногун дошта бошад. Аз ин бармеояд, ки муодилаи аслий низ на бештар аз ду решаи гуногун дорад (мо дар назар дорем, ки муодилаи пешниҳод шуда айният нест, вагарна ҳар гуна қимати x , онро қонеъ месозад ва $x=0$ албатта, муодиларо қонеъ намекунад).

Бо вучуди ин, ёфтани ду решаи муодилаи додашуда кори осон аст. Дар ҳақиқат, фарз мекунем, ки x чунин аст $1 + \frac{1}{x} = x$, пас тарафи чапи муодиларо пайдарпай сода намуда, ба натиҷа мерасем: $1 + \frac{1}{x} = x$; $1 + \frac{1}{x} = x$; $1 + \frac{1}{x} = x$; ва ниҳоятан мо ба айнияти $x = x$ меоем, ҳамин тариқ решаҳои $1 + \frac{1}{x} = x$ ё $x^2 - x - 1 = 0$ меёбем, яъне

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} ; x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

муодилаи додашударо қонеъ мегардонад ва ин муодила решаҳои дигар дошта наметавонад.

Дар тадқиқотҳои махсус аз ҷумла дар корҳои [19, 82, 112, 188] оиди масъалаҳои эвристикӣ, намудҳо ва таснифоти усулҳои эвристикиро пешниҳод кардаанд. Акнун аз байни усулҳои маълуми эвристикӣ, ки дар корҳои [19, 82, 112, 188] қайд карда шудааст, якчанд усулҳои эвристикиро номбар мекунем, ки онҳо барои ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ нақши муҳим мебозанд.

1. Конкретизатсия: донишҷӯ маълумоти абстрактиро мушаххастар мекунад.

2. Умумикунонӣ: масъалаи ғайристандартӣ мавриди баррасӣ бо масъалаи нисбатан умумитар иваз карда мешавад, ки ҳалли он ба таври мустақим ба ҳалли масъалаи асли мусоидат мекунад.

3. Соддасозӣ: тағйир додани шароити масъала бо дар назар доштани нигоҳдории хусусиятҳои сифатии он.

4. Таҳлили графикӣ: истифодаи ин усул дар раванди ҳалли масъала ба субъект имконият медиҳад, ки воситаҳои визуалиро бо дараҷаҳои гуногуни рамзгузорӣ татбиқ намояд.

5. Абстраксия (таҷрид): хориҷ кардани баъзе ҷузъҳои мушаххас ва ҷудо намудани маълумотҳо бо робитаҳо ва алоқаҳои байни онҳо.

6. Тағйирдиҳӣ: донишҷӯ яке аз унсурҳои намоёнро (ва баъзан якчандтои онҳоро) иваз менамояд, худсарона мепартояд ва ё тағйир медиҳад

ва дар асоси муҳокимаи мантиқӣ мефаҳмад, ки аз чунин табдилдиҳи чӣ натиҷаҳо ба вуҷуд меояд.

7. Аналогия.

8. Парадигма: ба таври дигар тартиб додани тасвияти(формулировка) масъала ва дар таҳрири он идеяи ҳалли масъалаи авваларо дарк кардан.

9. Индуксияи нопурра: бевосита тафтиши дурустии тасдиқотҳо ва далелҳои хусусӣ, барои муқаррар кардани ҳулосаи умумӣ оиди дурустии тасдиқот кӯмак мекунамд.

10. Моделсозӣ.

11. Ҳаракат аз интиҳо ба аввал.

12. Дохил намудани номаълумҳои ёрирасон бо ёрии баъзе аз муносибатҳо.

13. Аз фарзияҳои муносибӣ дилхоҳ истифода бурдан.

Ҳангоми ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ ба усулҳои эвристикӣ таъя намудан зарур буда, гуногунии онҳо аз хусусиятҳои масъала вобаста аст. Муносибатҳо ҳар қадар амиқтару мураккабтар бошанд ва ҳар қадар онҳо ниҳонӣ карда шаванд, дигаргуниҳо бояд ҳамон қадар гуногун бошанд, чунки барои ҷудо намудани муносибатҳои пинҳоншуда табдилдиҳиҳои мураккаб лозим аст.

Дар таҳқиқоти раваншиносон ва мутахассисони соҳаи педагогика бо эътимод исбот шудааст, ки қобилияти донишҷӯён дар ҳалли масъалаҳо ба шумораи масъалаҳои ҳалшуда мутаносиб нест. Дар раванди муайянсозӣ ва азхудкунии усули умумии ҳалли масъалаҳои алоҳида, донишҷӯён роҳҳои ҳалли як қатор масъалаҳои мушаххасро таҳлил ва муқоиса менамоянд, ки дар натиҷа усули умумиро ҷудо карда, онро барои ҳалли масъалаҳои шабеҳ ба таври самаранок истифода мебаранд. Ҳамин тавр, дар асоси таҳлили тадқиқотии раваншиносии қайд кардан ба маврид аст, ки идоракунии педагогии фаъолияти донишҷӯён дар раванди ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ бояд бо ташаккули усулҳои эвристикии фаъолияти зеҳнӣ алоқаманд бошад. Ба мустақилона тартиб додани масъалаҳои

ғайристандартти донишчӯён ва бо якчанд роҳҳо ҳал намудани онро диққати махсус додан лозим аст.

Дар методикаи таълими математика, ҳангоми омӯзиши донишчӯён дар самти гузориш ва ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ, як нуқтаи назари ягона вуҷуд надорад. Зикр кардан зарур аст, ки принципҳои асосии методикаи ҳалли чунин масъалаҳо дар адабиёти махсуси марбут ба ин соҳа тавсиф ёфтаанд.

Дар миёни таҳқиқоте, ки ба мушкилоти омӯзиши донишчӯён дар ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ бахшида шудаанд, пеш аз ҳама асарҳои Ю.М. Колягин сазовори таваҷҷуҳи махсус мебошанд. Дар рисолаи доктории ӯ «нақш ва аҳамияти масъалаҳо дар ташаккули фарҳанги математикӣ баррасӣ гардида, вазифаҳои асосии масъалаҳо таҳлил шуда, марҳилаҳои калидии раванди ҳалли онҳо тавсиф ёфтаанд»[96]. Ҳамчунин, «системаи талабот барои истифодаи масъалаҳо ва маҷмуи талабот ба системаи масъалаҳои курси математика таҳия гардида, нуқтаҳои муҳим тартиб дода шудаанд»[96]. Дар ин кор низ «усулҳои таълими ҳалли масъалаҳо, тавсияҳо ба омӯзгорон дар мавриди интихоби масъалаҳои таълимӣ, таҷрибаи татбиқи дониш ва маҷмуи хосиятҳои ташаккулёфтаи тафаккур»[96] инъикос ёфтаанд. Ю.М. Колягин дар мавриди қобилияти ҳалли масъалаҳо чунин андешаро баён мекунад «ин маҳоратест, ки «маҷмуаи мураккабро ташкил дода донишҳои фаъоли математикӣ (ва қобилият ва малақаҳои махсуси дахлдор), таҷрибаи татбиқи дониш ва маҷмуи муайяни хосиятҳои таълимии ташаккул- ёфтара дар бар мегирад» [143, с. 152].

Ю.М. Колягин барои ҳар як марҳилаи раванди ҳалли масъалаҳо системаи эвристикиро таҳия намудааст, ки ба ташкили самараноки фаъолияти донишчӯён дар ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ мусоидат мекунад. Дар асарҳои маъруфи олими амрикоӣ Д. Пойа [179, 180, 181] усулҳои асосии ҳалли масъалаҳо пешниҳод ва ба таври мураббаъ тасниф шудаанд. Муаллиф принципҳои асосиро дар шакли чадвали саволҳо ва тавсияҳо пешниҳод намудааст. Баъзе аз онҳо чунинанд: «

- Таҳлили унсури номаълум;
- муайян кардани масъалаи шабеҳ;
- диққат додан ба унсури номаълум;
- баррасии имкони тағйири тартиби масъала;
- бозгашт ба таърифҳо;
- нигоҳ доштани қисми муайяни шарт;
- фикр кардани маълумоти иловагӣ, ки метавонад дар муайянсозии номаълум кӯмак кунад.» [179, 180, 181]

В.И. Крупич дар рисолаи доктории худ равандҳои ҷустуҷӯи ҳалли масъалаҳоро ба намудҳои зерин ҷудо намудааст:»

- рӯйхати пурраи вариантҳои ҳал - ҷустуҷӯи тавассути санҷиши пайдарпайи ҳамаи имконоти имконпазир дар ҳар марҳилаи ҳал;

- ҷустуҷӯи тасодуфӣ - муайян кардани самти ҳал бо таъия ба меъёри тасодуф;

- ҷустуҷӯи интиҳобӣ - интиҳобӣ амали навбатӣ дар асоси амали қаблӣ;

- ҷустуҷӯи эвристикӣ (фармоишӣ)-истифодаи мақсадноки маълумоти эвристикӣ, ки дар масъала мавҷуд аст. Дар ин раванд, самтҳои ғайриперспективӣ хориҷ карда шуда, ҳаҷми ҷустуҷӯ кам мешавад»[104, с. 99–100].

Дар таҳқиқоти Л.М. Фридман ва Е.И. Туретский қайд шудааст, ки хусусиятҳои масъалаҳои ғайристандартӣ то андозае аз усулҳои гуногуни ҳалли онҳо вобастаанд. Аз ҷумла, усулҳои зеринро метавон ҷудо кард:

- табиал додани масъала ба масъалаи стандартӣ ё соддатар ба назар гирифтани шартҳо ва талаботи он;

- иваз кардани масъала бо масъалаи баробарқувва тавассути табиали тағйирёбандаҳо ё объектҳо;

- ворид кардани унсурҳои ёрирасон барои наздик шудан ба маълумот ва бузургии додашуда, масалан, тақсим кардани масъала ба қисмҳо.

А.А. Столяр дар кори худ намудҳои ҳолатҳои таълимиро, ки бо ҳалли масъалаҳо алоқаманданд, ҷудо мекунад:»

➤ ҳалли масъалаи стандартӣ, ки усули умумии он ҳанӯз ба донишҷӯён маълум нест;

➤ ҳалли масъалаи стандартӣ, ки усули умумии он аллакай ба донишҷӯён маълум аст;

➤ ҳалли масъалаи ғайристандартӣ» [219, с. 31] .

Аз ин рӯ, таъкид мешавад, ки ҳар як вазъият стратегияи омӯзишии хоси худро талаб мекунад.

– дар ҳолати аввал, стратегия бояд ба кашфи усули умумии ҳалли масъалаҳои синфи муайян тавассути роҳнамоии омӯзгор равона гардад;

– дар ҳолати дуюм, омӯзиш бояд ба шинохти мансубияти масъалаҳои алоҳида ба синфи масъалаҳое, ки усули ҳалли онҳо маълум аст, нигаронида шавад;

– дар ҳолати сеюм, омӯзиш бояд ба аз худкунии усулҳои ҷустуҷӯи роҳҳои ҳалли масъала равона гардад.

Саволи муҳим ин аст, ки масъалаҳои ғайристандартиро дар кучо истифода бурдан мувофиқ аст? Методикаи таълими математика дар ин самт андешаҳои гуногунро пешниҳод мекунад. Масалан, Б.М. Ивлев ва ҳамкоронаш пешниҳод мекунанд, ки «чунин масъалаҳо дар фаъолияти беруназсинфӣ ҳал карда шаванд, зеро дар дарс вақт кофӣ нест» [78]. Бо вучуди ин, донишҷӯёни камтаълим ба дарсҳои факултативӣ ва кружокҳо камтар мераванд, ки боиси маҳрум мондан аз имкони ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ мегардад ва фанни математика барои онҳо якраңг ва дилгиркунанда менамояд. Ба андешаи В.А. Тестов «маводи машқҳо дар китобҳои дарсӣ хеле якраңганд ва бо масъалаҳои шабеҳ пур шудаанд. Аз ин рӯ, бо кам кардани шумораи чунин масъалаҳо метавон вақти дарсро барои масъалаҳои ғайристандартӣ ҷудо кард»[222].

Психологҳо қайд мекунанд, ки донишҷӯёни калонсол дар давоми 20–25 дақиқаи аввали дарс хаста мешаванд, аммо дучор шудан бо масъалаи

ғайриоддӣ метавонад ин ҳолатро тағйир диҳад. Бисёре аз омӯзгорон масъалаҳои ғайристандартиро ҳамчун вазифаи хонагӣ пешниҳод мекунанд. Албатта, фикр кардан дар бораи ҳалли онҳо дар хона муҳим аст, вале танҳо мулоҳизаронии муштарак бо омӯзгор ва ҳамсабақон дар дарс имкон медиҳад, ки руҳияи мусобиқа, рақобат, шиносӣ бо усулҳои гуногуни ҳалли масъала ва таҳлили чораҳои зарурӣ ба таври умумӣ амалӣ гардад.

Ю.М. Колягин ва В.А. Оганесян дар таҳқиқоти худ, махсусан дар кори [96, с. 28], қайд мекунанд, ки «донишҷӯёнро бо баъзе усулҳои ҳалли чунин масъалаҳо(масъалаҳои ғайристандартӣ) дар синф шинос кардан мумкин аст» [96, с. 28]. А.А. Столяр, А.А. Окунев, Н.П. Кострикина, Каплан ва дигарон зарурат ва имкони ҳал намудани масъалаҳои ғайристандартиро дар дарс бо тамоми донишҷӯён ба таври мунтазам таъкид мекунанд.

Мо низ ба ин нуқтаи назар ҳамфикр ҳастем, зеро масъалаҳои ғайристандартӣ ба рушди қобилиятҳои эҷодии донишҷӯён, инкишофи тафаккури математикӣ, ташаккули шавқу ҳаваси маърифатӣ ва худшиносии онҳо мусоидат мекунанд.

Муайян кардани марҳилаҳои асосии раванди ҳалли масъалаҳо яке аз хусусиятҳои муҳими он ба шумор меравад. Илова бар ин, роҳнамоии фаъолияти донишҷӯён, одатан, дар ҳамин самт амалӣ мегардад. «Самаранокии таълимӣ донишҷӯён дар ҳалли масъалаҳо асосан ба он вобаста аст, ки пайванди оқилонаи тақвияти методӣ, омӯзиши усулҳои муайяни фаъолияти равонӣ дар ҳар марҳила раванди ҳалли масъалаҳо таъмин гардад» [95, с. 152].

Дар методикаи таълими математика, раванди ҳалли масъалаҳо одатан ба чор марҳилаи асосӣ тақсим мешавад:

1. Дарки шартҳои масъала;
2. Тартиб додани нақшаи ҳалли он;
3. Иҷрои нақшаи таҳияшуда;
4. Таҳлили натиҷаи ҳосилшуда.

«Аксаран ҷустуҷӯи роҳи ҳалли масъалаҳо тамоми раванди ҳалли масъаларо фаро мегирад ва дорои якчанд давраҳои шакл аст: таҳлили вазъият, пайдоиши нақшаи ҳаллӣ, кӯшиши иҷрои нақша, изҳороти нокомӣ» [104, с. 85]. Дар таҳқиқоти В.И. Крупич чунин хулоса бо далел асос ёфтааст, ки «ҷустуҷӯи роҳҳои ҳал ҳамчун база ва пояи индикативии раванди ҳалли масъала хизмат мекунад. Ҳамзамон, аз мазмуни марҳилаи дуюм метавон чунин натиҷагирӣ кард, ки раванди ҳалли масъаларо метавон ба ҷустуҷӯи ҳалли он адекватӣ (ба ҳам мувофиқ) донист» [104, с. 85].

Раванди ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ ҳамаи марҳилаҳои дар боло зикршударо дар бар мегирад, вале дорои хусусиятҳои хоси худ мебошад. Масалан, дар корҳои Л.М. Фридман ва Е.Н. Туретский схемаи дарёфти роҳи ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ пешниҳод шудааст, ки дар он марҳилаҳои асосии зерин ҷудо карда шудаанд: «

- таҳлили масъала ва тарҳрезии модели ёрирасон;
- ҷудо кардани масъалаҳои соддатар аз шарт ё тақсим кардани он ба масъалаҳои хурд;
- ворид намудани унсурҳои ёрирасон;
- ворид кардани тағйирот дар масъала» [228].

Масъалаҳо ҳамчун шакли фаёли фаёлияти таълимӣ дар раванди омӯзиши математика хизмат мекунанд ва воситаи муассири ташаккули донишҷӯён ба шумор мераванд. Онҳо ба рушди системаи дониш, малака ва маҳорати асосии математикӣ мусоидат менамоянд. Аз ин рӯ, дар амалияи таълими математикаи муосир қисми зиёди вақти дарс - ҳам дар синф ва ҳам ҳангоми иҷрои вазифаҳои ҳонагӣ - ба ҳалли масъалаҳо бахшида мешавад.

Бо вуҷуди ин, дар як қатор тадқиқотҳо, аз ҷумла дар корҳои [92, 101, 171, 195], зикр шудааст, ки «таълими амалии математика дар мактабҳои таҳсилоти умумӣ бо стандартикунонии мазмун ва усулҳои ҳалли масъалаҳо хос аст. Ин раванд аксаран ба он оварда мерасонад, ки омӯзгорон ба хотири

зиёд кардани шумораи масъалаҳои ҳалшуда, ба сифати дониш камтар таваҷҷуҳ зоҳир мекунанд» [92, 101, 171, 195].

Миқдори машқҳои, ки ба ташаккули малакаҳои рағона шудаанд, вале дар фаъолияти минбаъда кам истифода мегарданд, ҳеле зиёд аст. «Бисёре аз омӯзгорон вақти асосии худро ба таҳияи ҳалли масъалаҳои сарф мекунанд, на ба рағанди дарёфти роҳи ҳалли онҳо» [143, с. 134]. «Истифодаи масъалаҳои асосан барои мустаҳкам кардани донишҳои қаблан омӯхташуда, такрори онҳо ва назорати сатҳи дониш дар корҳои мустақилона ва санҷишӣ рағона шудааст» [95].

«Аксарияти донишҷӯён ё наметонанд ва ё наметавонанд, ки чӣ гуна рағанди ҳалли масъала ва натиҷаи он аз нуқтаи назари интиқодӣ арзёбӣ карда шавад» [228, с. 3]. Ба онҳо одатан масъалаҳои тайёр ва тартибдодашуда пешниҳод мегарданд, ки бояд ҳал шаванд ва натиҷаҳои ҷавобҳои дуруст муқоиса карда шаванд. «Агар донишҷӯ ба ҷавоби дуруст расад, бисёре аз онҳо аз кӯшиши ҳалли масъалаҳои боқимонда худдорӣ мекунанд» [221, с. 141].

Истифодаи нодурусти вақти таълим барои ҳалли масъалаҳои стандартӣ метавонад ба сифати таълими математика таъсири манфӣ расонад. Воқеан, В.В. Давыдов дар кори худ таъкид кардааст, ки «мазмун ва усулҳои таълим шакли мувофиқи тафаккурро тарҳрезӣ менамоянд» [63, с. 137]. Бо тақия ба ин муқаррарот, метавон бо эътимод изҳор дошт, ки «системаи методии масъалаҳои таълимии математики шакли мувофиқи тафаккури математикӣ ба вуҷуд меорад» [63, с. 137].

Аз ин рӯ, ҳалли масъалаҳои пеш аз ҳама ба мустаҳкам кардани донишҳои қаблан омӯхташуда, такрор ва назорати азхудкунии маводи барномавӣ, ташаккули малакаҳои фикрӣ, тавсифи фаъолияти репродуктивӣ, хотиррасонӣ ва таҷдиди иттилоот рағона шудааст. «Аксари масъалаҳои математика-масъалаҳои мебошанд, ки тарзи ҳалашон маълум аст, ё масъалаҳои мебошанд, ки ҳалли онҳо қариб бо маводи назариявии дар ин вақт омӯхташуда монанд мебошад ва ё масъалаҳои омӯзишии мебошанд,

ки ба ташаккули малакаҳои муайяни математикӣ аллакай ташаккул ёфта нигаронида шудаанд « [95, с. 161 – 162].

Агар мо ба таҷрибаи муаллимони математикаи мактабиро оиди масъалаҳои дар китоби дарсӣ ҷой шуда нигарем, он гоҳ метавон гуфт, ки масъалаҳои мактаби миёнаи таҳсилоти ҳамагонӣ ва масъалаҳои математикаи донишгоҳӣ бо миқдори нокифояи масъалаҳо тавсиф мешаванд, яъне дар байни ин масъалаҳо хеле кам вохӯрад: масъалаҳои ба монанди масъалаҳо бо сюжети шавқовар; масъалаҳо бо камбудӣ ё маълумоти нолозим; «занҷири»: масъалаҳое, ки масъалаи навбатӣ сабаби инкишофи масъалаи пештара мешавад. Дар ҷараёни ҳалли онҳо малакаҳои асосии тафаккур ташаккул меёбанд (умумкунӣ, таҳлилкунӣ, моделсозӣ ва ғ.). Ба сифати мисол масъалаҳои зеринро меорем:

Масъалаҳои навъи эвристикӣ, одатан, дар гурӯҳи масъалаҳои душвор ҷой дода мешаванд. Ин тарзи ҷойгиркунӣ аксар вақт боиси он мегардад, ки баъзе аз донишҷӯён бинобар тарс ё ноухдабароӣ ба ҳалли чунин масъалаҳо кӯшиш намеkunанд. В.А. Тестов бар он назар аст, ки «масъалаҳои ғайристандартӣ математикӣ кам бо маводи мушаххаси фан алоқаманданд ва бештар на дониши баъзе далелҳои алоҳидаи математикӣ, балки усулҳои умумии тафаккури математикӣ талаб меkunанд»[221].

Л.М. Фридман ва Е.Н. Туретский дар таҳқиқоти худ «кӯшиш намудаанд, ки ба донишҷӯён моҳияти масъалаҳо ва равандҳои ҳалли онҳоро фаҳмонанд ва он маҳорату малакаҳоро ҷудо kunанд, ки ҷузъи фаъолияти умумии ҳалли масъала мебошанд. Онҳо ба зарурати ҳавасманд кардани донишҷӯён ба таҳлили пайвастаи равандҳои таълимӣ ва нишон додани равишҳо ва усулҳои умумии ҳалли масъалаҳо таваҷҷуҳи махсус зоҳир кардаанд»[228].

Ю.М. Колягин ва В.А. Оганесян дар китобашон «масъалаҳоро ба таври сода ва фаҳмо пешниҳод намудаанд, то донишҷӯён тавонанд онро мустақилона омӯзанд. Дар ин дастур тавсияҳо оид ба ҳалли масъалаҳои

ғайристандартӣ, худи масъалаҳо ва супоришҳои кори мустақилона ҷой дода шудаанд. Донишҷӯён бо хусусиятҳои фаъолияти ҷустуҷӯӣ, ки ба ҳалли масъалаҳои нав алоқаманданд, шинос мешаванд»[96].

Китоби дарсии Б.М. Ивлев ва дигарон [78] бо номи «Масъалаҳои душворфаҳм дар алгебра ва ибтидои анализ» барои донишҷӯёне, ки ба математика шавқдоранд, таҳия шудааст. Дар ин китоб масъалаҳои душворҷамъоварӣ шудаанд, вале масъалаҳое, ки муносибати эҷодиро талаб мекунанд, дар бар гирифта нашудаанд. Душвории асосии масъалаҳои ин китоб дар иҷрои ҳисобҳои техникӣ ва табдилдиҳии мураккаб буда, на дар ҷустуҷӯи роҳи ҳалли онҳо.

Китоби М. Балк ва Г. Балк [19], ки барои синфҳои болоӣ пешбинӣ шудааст, ба истифодаи усулҳои эвристикӣ дар математика бахшида шудааст. Муаллифон саволҳои умумиро тартиб додаанд, ки ҷустуҷӯи роҳи ҳалро осон мегардонад ва самаранокии усулҳои эвристикиро нишон медиҳад. Китоб дар шакли тавсифи дарсҳои кружоки математика навишта шуда, асосан барои донишҷӯёни болаёқат пешбинӣ шудааст.

Аз гуфтаҳои боло метавон ба хулоса омад, ки системаи методии масъалаҳои ғайристандартӣ барои синфҳои болоӣ қомилан мукамал нест. Қобилияти эҷодии ҳалли масъала маънои таҳлили ҳамачонибаи шароит, худдорӣ аз амалҳои шитобкорона, ҷустуҷӯи роҳҳои гуногуни ҳал, чандирии усулҳо, пешбини раванди минбаъдаи ҳал ва бознигари мафҳумҳои дар шарт мавҷудбударо дар бар мегирад. Ташаккули чунин малакаҳо тавассути таълими усулҳои эвристикӣ фаъолияти зеҳнӣ имконпазир аст.

Масъалаҳои ғайристандартӣ усулҳои умумии ҳалли муайян надошта бошанд ҳам, дар раванди ҳалли онҳо ду амалро ҷудо кардан мумкин аст:

1. Табдили масъалаи ғайристандартӣ ба масъалаи дигаре, ки ба он баробарқувва аст ва аллакай ба масъалаи стандартӣ табдил ёфтааст.

2. Тақсим кардани масъалаи ғайристандартӣ ба якчанд масъалаи стандартӣ.

Яке аз мушкилоти асосии омӯзгорон дар таълим - омӯзонидани масъалаҳои ғайристандартӣ ба донишҷӯёнест, ки дониши математикӣ ва қобилияти фикрронии мантиқии паст доранд. Яке аз роҳҳои ҳалли ин мушкилот - ба ҳамаи донишҷӯён дар дарси математика масъалаҳои ғайристандартиро пешниҳод кардан аст. Таълими самараноки ҳалли чунин масъалаҳо дар натиҷаи ташаккули усулҳои умумии эвристикии фаъолияти равонӣ, баррасии роҳҳои гуногуни ҳал ва ҷалби донишҷӯён ба тартибдиҳии мустақилонаи масъалаҳо ба даст меояд.

1.4. Марҳилаҳои асосии методҳои ҳалли масъалаҳои ғайристандартии математикӣ

Дар шароити муносири таълим, дар муқоиса бо давраҳои қаблӣ, ба омӯзиши фанни математика як қатор талаботи нав ба миён меояд. Тибқи стандартҳои таълимӣ, донишҷӯён дониши фаннӣ (дар давоми солҳои хониш), шахсӣ ва метафаннӣ (байнифаннӣ)-ро аз худ карда бошанд. Сатҳи баланди ин натиҷаҳо имконият фароҳам меорад, ки дастовардҳои фарҳангии муайян ба қайд гирифта шаванд, ки худ ҳамчун воситаи муассири баланд бардоштани самаранокии татбиқи масъалаҳои ғайристандартӣ дар раванди таълим арзёбӣ мегардад.

Ҷалби донишҷӯён ба ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ аз ҷумла масъалаҳои ғайристандартии математики дар дарс ва берун аз дарс ба иҷрошавии як қатор талаботи зерин мусоидат менамояд:

- бедор кардани шавқ ба фанни математика;
- рушди тафаккури математикӣ;
- азхудкунии амалҳои таълимии универсалӣ ва ба даст овардани донишҳои амиқтар аз фан;
- ташаккули ибтидои ҷаҳонбинии илмӣ;
- таъмини фаҳми амиқтари мафҳумҳои математикӣ;

➤ ташаккули муносибати арзишманд ба донишҳои математикӣ тавассути мисолҳои ғайристандартӣ.

Таҳқиқоти назариявӣ ва таҷрибавӣ нишон медиҳанд, ки душвориҳои асосии ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ дар байни донишҷӯён асосан дар марҳилаҳои аввали ҳалли онҳо ба миён меоянд. Зеро кӯшиши интиҳоби асоси назариявӣ ва муайян кардани тарзи амал, ки аксаран ба таҷрибаи шахсии мавҷуда такя мекунад, на ҳамеша дар шароити мавриди баррасӣ самаранок мебошад.

Андешаҳои донишмандони қаблан зикршударо ҷамъбаст намуда, мо метавонем марҳилаҳои асосии дарк кардани шартӣ масъаларо тавсия диҳем:

➤ шарҳдиҳии шартӣ масъала, яъне. барои ба даст овардани тасаввуроти равшан оид ба масъала аз амалҳои расмкашӣ, нақшакашӣ, ҷадвал, ва диаграмма истифода намудан ба маврид аст;

➤ мурочиат ба таҷрибаи қаблӣ, яъне ба ёд овардани масъалаҳои шабеҳе, ки қаблан ҳалли худро ёфтаанд ва бо масъалаи пешниҳодшуда умумият доранд;

➤ табдил додани унсурҳои масъала ба забони яке аз усулҳои математикӣ, ки барои ҳалли он пешбинӣ шудааст (масалан, истифодаи усули муодилаҳо).

Дар вақти тартиб додани нақшаи ҳалли масъала аз тавсияҳои зерин истифода бурдан ба мақсад мувофиқ аст:

➤ навъи масъаларо муайян намуда, онро ба масъалаҳои пештар ҳалшуда муқоиса намудан;

➤ дигаргунсозии масъала, шартӣ масъаларо ба тарзи дигар навишта ва сода кардани он, даст кашидан аз маълумоти нодаркор ва зиёдати масъаларо тағйир медиҳем; иваз кардани тавсифи баъзе мафҳумҳо бо истилоҳоти мувофиқ; аз нав ба тартиб даровардани матни масъала ба шакле, ки барои ёфтани роҳи ҳал мувофиқ аст;

➤ ба қисмҳо ҷудо намудани масъалаи додашударо ба як қатор масъалаҳои ёрирасон, ки ҳалли пайгиронаи онҳо ҳалли ин масъала шавад.

Дар мавриди татбиқи амалии нақшаи дар боло зикр шуда, тавсияҳои зеринро риоя кардан муфид аст:

➤ интихоби усули ба танзим даровардани ҳалли масъала, ки дар шакли мухтасар ва возеҳ тасдиқи далелҳоро кафолат медиҳад, лекин барои таҷдиди ҳалли пурраи масъала кофист;

➤ ислоҳи дурустии ҳал бо роҳи муқоиса бо шарт.

Баъди ба итмон расонидани ҳалли масъала онро тафтиш намудан лозим аст:

➤ дурустии натиҷаи ба даст омадари муқоиса бо шарт ва ақли солим тахмин кардан;

➤ роҳи сарфакоронаи ҳалро ҷустуҷӯ намудан;

➤ ҳолатҳои махсуси ҳалро тадқиқ намудан.

Тавсияҳои пешниҳод шуда бешак ғоидаовар мебошад. Гарчанде, ки онҳо танҳо дар таҳияи нақшаи ҳалли масъала ва татбиқи он, дуруст равона кардани ҳалкунанда ба ҷустуҷӯи роҳи ҳалли масъала, кам намудани вақти ҷустуҷӯи ҳал ва зиёд намудани эҳтимолияти ёфтани роҳи дуруст ва оқилонаи ҳал мусоидат мекунанд, ки аҳамияти роҳнамоӣ доранд. Дар баробари ин, малакаҳои лозиманд, ки соҳиби онҳо будан имкон медиҳад, ки нақшаи ҳалро пайдо кунем, ба ивази он, ки худро ба самти ҷустуҷӯи ҳал равона кунем. Яъне суҳан дар бораи қобилияти мулоҳизакунии ин ё он тарз меравад.

Дар ҷустуҷӯи мақсадноки ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ, умуман масъалаҳои математикӣ, усулҳои мулоҳизакунӣ аз «ибтидо» ва «интиҳои» масъала васеъ истифода мешаванд, яъне усули таҳлил ва синтез.

Ҳангоми ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ моҳияти усули муҳокима синтетикӣ дар ҳал намудани масъалаҳои муқаррарии ҳалшаванда, ки аз таркиби масъалаи пешниҳодшуда ҷудо карда шудааст иборат мебошад. Барои аз худ кардани ин усули мулоҳиза ба донишҷӯён тавассути тақсим кардани масъалаи мушаххас ба қисмҳои масъалаҳои ҳаммаъно ва пас аз муқоисаи натиҷаҳои амалиёти иҷрошуда кӯмак кардан мумкин аст (масалан

дар ҳолати аввал, супоришҳои оддӣ худсарона ҷудо карда мешаванд, дар дуҷум бо ориентасия ба масъалаи вазифаи аслий).

Моҳияти усули аналитикии таҳлил аз он иборат аст, ки мулоҳиза аз саволҳои нисбат ба масъала гузошта шуда оғоз меёбад. Хусусияти маълумоти пешакӣ, ки барои ҷавоб додан ба саволи дар шарт гузошташуда заруранд, равшан карда мешавад. Дар ин ҷо ба монанди усули синтетикӣ масъалаҳои муқаррариро алоҳида ҷудо мекунанд, вале ба муқобили нақшаи ҳалли онҳо мулоҳиза карда мешавад. Бинобар ин, характери машқҳои, ки қобилияти таҳлили масъаларо бо усули аналитикӣ меомӯзонанд, то андозае дигаранд: онҳо ба интихоби шартҳои, ки ба саволи додашуда мувофиқанд, нигаронида шудаанд. Дар методикаи таълими математика, бо ҳадафи омӯзонидани таҳлили масъалаҳо ба донишҷӯён тавассути усулҳои аналитикӣ ва синтетикӣ, усули методии маъруф бо номи «даракти мулоҳизаҳо» ба таври васеъ истифода мегардад.: дар рафти мулоҳизаҳо «диаграммаи ҷараёни фикр» кашида мешавад, ба донишҷӯён дар дидан ва ислоҳ кардани масъалаҳои оддӣ интихобшуда ва тартиб додани нақшаи ҳалли масъала, ки ба ҷустуҷӯи роҳи ҳал мусоидат мекунад, кӯмак мекунад.

Бояд қайд намуд, ки дар таълими амалии математика ҳангоми тартиб додани нақшаи ҳалли масъала бештар аз тафаккури аналитикӣ истифода мебаранд. Чунин тамоюл пурра асоснок нашудааст, зеро бо масъалаҳои вохурдан мумкин аст, ки ба шартҳои онҳо татбиқ намудани усули таҳлил мусоидат намекунад, балки баръакс, протсессҳои ёфтани роҳи ҳалли онро душвор мегардонад.

Агар донишҷӯён усулҳои зикршудаи мулоҳизаро аз худ кунанд, он гоҳ нақшаи ҳалли масъалаҳоро бо осонӣ тартиб дода метавонанд. Аз таҳлилқуниҳои таҷрибавӣ бармеояд, ки на ҳамаи толибилмон қобилияти ба вучудории мустақилонаи пайдарпайии амалҳои лозимӣ барои ҳалли масъалаҳоро доро мебошанд, хусусан барои масъалаҳои, ки дорои хусусияти ғайристандартӣ ва талабгори равиши эҷодӣ мебошанд.

Машқҳои ғайристандартӣ - ин масъалаҳое мебошанд, ки аз қолабҳои маъмулӣ берунанд ва барои ҳалли онҳо тафаккури эҷодӣ, таҳлили ва қобилияти истифодаи донишҳои гуногун зарур аст. Омӯзиши чунин машқҳо дар раванди таълим на танҳо дониш, балки малакаи фикрронӣ ва ҳалли масъалаҳоро рушд медиҳад.

Марҳилаҳои асосии ҳалли машқҳои ғайристандартӣ:

1. Фаҳмиши масъала ва таҳлили шартҳо

➤ Омӯзгорон ба толибилмон ёд медиҳанд, ки аввал шартҳои масъаларо дуруст фаҳманд ва маълумотро ҷудо кунанд.

➤ Олимон, аз ҷумла *Раҷабова Саодат Ҷамоловна* ва *Очилов Алимқул Усмонқулович* таъкид мекунанд, ки ин марҳила барои ташаккули тафаккури математикӣ ва эҷодӣ муҳим аст[189].

Ташаккули фаъолнокии эҷодии толибилмон дар раванди ҳалли масъалаҳо. Барои ташаккули фаъолнокии эҷодии толибилмон, ҳалли масъалаҳо, муҳокимаи онҳо ва баровардани хулосаҳо аз раванди ҳал аҳамияти калидӣ доранд. Муҳокимаи усулҳои ҳалли масъала, таҳлили хатогиҳо, ҷустуҷӯи роҳҳои алтернативии ҳал, нигоҳдории усулҳои истифодашуда ва дарки шартҳои татбиқшавии онҳо - ҳамаи ин амалҳо ба таври мусбат ба афзуншавии сатҳи дониш аз ҷумла дониши математикӣ ва инкишофи тафаккури эҷодии мантиқии толибилмон мусоидат менамоянд. Асосан принсипи методологии ташаккули фарҳанги касбии омӯзгорон вобаста ба қобилиятҳо, яке аз мафҳумҳои муҳим барои дигаргунсозии(навсозии) мундариҷаи таълим ва афзуншавии сифати донишҳои толибилмон арзёбӣ мегардад. Консепсияи ин равиш бар асоси ғояи ташаккули мундариҷаи таълим аз рӯи натиҷаҳо таҳия шудааст. «Усули қобилияти меҳвар маҷмуи унсурҳои сохтории методологӣ ва парадигмавино дар бар мегирад, ки ҳадафи он рушди қобилият, малака ва тарбияи толибилмон дар раванди ҳалли масъалаҳои мураккаб мебошад. Ин раванд дар асоси тавозуни оптималии дониш, малака, қобилият, фаъолнокӣ

ва аҳамияти шахсии толибилмон барои таълими босалоҳият таҳия гардидааст» [103, с. 13–14].

Татбиқи фарҳанги таълими босалоҳият дар ҳалли масъалаҳои математики аз иҷрошавии принципҳои таълими босалоҳият дар фанни математика оғоз меёбад. Бо вуҷуди ин, аксарияти муассисаҳои таълимӣ онро ҳамчун вазифаи объективӣ қабул намеkunанд. Таҳлилҳои таҷрибавӣ нишон медиҳанд, ки ин раванд самаранок буда, дар ташаккули фаъолнокии эҷодии толибилмон нақши муассир бозида метавонад.

Барои татбиқи бо суръати ин раванд, зарур шуморида мешавад, ки ба принципи усули қобилияти меҳвар диқати махсус дода шавад. Чи хеле, ки таҷрибаҳо нишон медиҳад, усули зикр шуда дар таълим барои ташаккули мақсаднокии ҳалли масъалаҳо аз ҷумла масъалаҳои математикӣ ва тарбияи фаъолнокии эҷодии мантиқии толибилмон мусоидат мекунад. Муайянсозии амалҳои, ки барои баланд бардоштани сатҳи дониш ва рушди тафаккури толибилмон заруранд, бояд ҳамчун яке аз вазифаҳои асосии омӯзгорон баррасӣ гардад.

«Принципҳои низоми таълими босалоҳият дар ташаккули аҳамияти ҳалли масъалаҳо дар фанҳои табиӣ риёзӣ дар заминаи рушди арзишҳо, сохторҳои ҳавасмандии шахсӣ, манфиатҳо, муносибатҳо, мавқеъҳо, азхудкунии дониш, малака ва усулҳои фаъолияти педагогии шахс таҳлил мегарданд» [3, с. 87–89].

Ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ аз толибилмон фаъолнокии эҷодиро талаб мекунад. Аз ин рӯ, таҳлили чунин масъалаҳо ва машқҳо ба рушди дониши математикии онҳо мусоидат менамояд. Аз ин рӯ ин раванд имкони фаъолсозии зафқи толибилмон ва ташаккули малакаҳои эҷодии онҳоро дар таълим фароҳам меорад, ки асоси татбиқи технологияҳои нави педагогиро ташкил медиҳад. Яъне

- «Ташаккули малакаҳои исботи математикӣ дар толибилмон, бо муваффақият амалӣ мегардад. Дар ин раванд, аввалан, сатҳи фикрронӣ рушд меёбад; дуюм, толибилмон метавонанд аз маводи омӯхташуда

аломатҳои муҳимро ҷудо намоянд; сеюм, ҳаҷм ва сифати донишҳои гирифташуда афзоиш меёбад ва ниҳоят, бо усулҳои гуногуни исбот шинос шуда метавонанд онҳоро ба таври хаттӣ ва даҳонӣ ифода намоянд «[4, с. 3–6].

- Омӯзиши исботи тасдиқотҳо барои толибилмон аз он ҷиҳат муҳим аст, ки тафаккури математикӣ дар асоси зарурати исботи хулосаҳо ва қобилияти анҷом додани мулоҳизаҳои дурусти мантиқӣ ташаккул меёбад, ки ин худ ҷузъи асосии қобилияти математикӣ ба ҳисоб меравад»[6, с. 87–89].

- Модели математикӣ, ки дар боло зикр гардид, салоҳияти рушди қобилияти математикӣ толибилмонро дар асоси дарки нав аз моҳияти салоҳияти математикӣ - ҳамчун як хислати шахсият - муайян менамояд. Ин дарк дар заминаи дониши амиқ ташаккул ёфта, ба рушди малакаҳои татбиқи донишҳои математикӣ мусоидат мекунад.

- Меъёрҳои ташаккули салоҳияти рушди қобилияти математикӣ толибилмонро метавон дар асоси робитаи байни ҷузъҳои фанни математика ва салоҳият, арзиши ҳавасмандгардонӣ, мундариҷаи равандӣ ва инъикоскунанда муайян кард. А.А. Виландеберк ва Н.Л. Шубина «се сатҳи салоҳияти математикӣ муайян шудааст: ибтидоӣ, стандартӣ ва эталонӣ» [34, с. 201]. Меъёрҳо ва нишондиҳандаҳои марбут ба ин салоҳиятро метавон дар шакли ҷадвал тибқи сатҳҳо пешниҳод намуд.

Бо дарназардошти ин моҳият, метавон гуфт, ки ташаккули салоҳияти рушди қобилияти математикӣ толибилмон тавассути омӯзиши ҳалли масъалаҳои душвор амалӣ мегардад. Омӯзгор бояд сохтори салоҳияти математикӣ, меъёрҳо, нишондиҳандаҳо ва сатҳҳоро равшан нишон дода, ба донишҷӯён пешниҳод намояд.

«Як ҷиҳати дигари зарурии ташаккули малакаҳои исботкунӣ дар толибилмон он аст, ки бисёре аз хатмкунандагони имрӯза дар исботи теоремаҳо ва тартиб додани мулоҳизаҳои баръакс ба душворӣ рӯ ба рӯ мешаванд»[7, с. 72]. Илова бар ин, аксари толибилмон дар ифодаи

мустақили хулосаҳое, ки аз мулоҳизаҳои умумии математикӣ бармеоянд, махсусан дар масъалаҳое, ки дорои самти назариявӣ мебошанд ва исботи мантиқиро талаб мекунанд, дучори мушкилӣ мегарданд.

➤ Бо назардошти ин омилҳо, ба раванди ҳалли масъалаҳо ва исботи теоремаҳо - ки ҷузъи муҳими ташаккули тафаккури мантиқӣ ва эҷодии толибилмон маҳсуб меёбанд - бояд таваҷҷуҳи хос зоҳир гардад. Барои амалӣ намудани ин раванд, омӯзгор бояд дорои маҳорати методии кофӣ бошад ва сатҳи дониши ӯ ба талаботи муҳити таълимии муосир мутобиқ бошад.

➤ Барои ин, омӯзгор бояд маҳорати методии кофӣ дошта бошад ва сатҳи дониши ӯ ба талаботи замони муосир ҷавобгӯ бошад.

2. Ҷустуҷӯи роҳҳои гуногуни ҳалли масъала

➤ Дар ин марҳила толибилмон ташаббус нишон медиҳанд ва усулҳои гуногунро месанҷанд.

➤ Тибқи ақидаи Г.В. Селевко, истифодаи методҳои инноватсионӣ, аз қабili кейс-метод, методи бозӣ ва таълими байнифарҳангӣ, метавонад самаранокии ин марҳиларо афзоиш диҳад.

Интиҳоби усули мувофиқ ва татбиқи он

➤ Пас аз муқоисаи роҳҳо, усули беҳтарин интиҳоб ва татбиқ мешавад.

➤ Ин марҳила ба рушди малакаи таҳлилӣ ва қобилияти қабули қарор мусоидат мекунад.

Интиҳоби усули мувофиқ ва татбиқи он дар ҳалли машқҳои ғайристандартӣ.

Ин марҳила яке аз муҳимтарин қисматҳои раванди таълим мебошад, ки дар он хонанда пас аз таҳлили роҳҳои гуногуни ҳалли масъала, усули самараноктарро интиҳоб мекунад ва онро дар амал татбиқ менамояд. Ин раванд на танҳо дониш, балки малакаи таҳлилӣ, қобилияти муқоиса ва қабули қарорро тақвият мебахшад.

➤ **А.М. Матюшкин** (олими соҳаи психологияи таълим): Ӯ таъкид мекунад, ки интиҳоби усули дуруст дар ҳалли масъалаҳо ба рушди

тафаккури эҷодӣ ва мустақил мусоидат мекунад. Ба андешаи $\bar{y}$, хонанда бояд имкони озмоиши роҳҳои гуногунро дошта бошад, то ки дар асоси таҷриба усули мувофиқро интихоб кунад.

➤ **Ю.К. Бабанский** (олими соҳаи методикаи таълим): Бабанский бар он аст, ки татбиқи усули интихобшуда бояд бо назардошти хусусиятҳои фардии толибилмон ва сатҳи тайёрии онҳо сурат гирад. $\bar{y}$ пешниҳод мекунад, ки омӯзгорон бояд шароити озод барои интихоби усул фароҳам оваранд[16].

➤ **С.Ч. Раҷабова** (олими тоҷик): Дар таҳқиқоти худ оид ба методикаи таълими математика, Раҷабова нишон медиҳад, ки интихоби усули дуруст дар ҳалли масъалаҳо ба хонанда имкон медиҳад, ки на танҳо масъалаи мушаххасро ҳал кунад, балки принсипи умумии ҳалли масъалаҳоро дарк намояд[189].

1. Масъалаи геометрии ғайристандартӣ: Масалан, хонанда бояд масоҳати як фигураи мураккабро ҳисоб кунад, ки аз якчанд шаклҳои оддӣ иборат аст.

➤ Роҳҳои имконпазир: тақсим ба шаклҳои оддӣ, истифодаи формулаҳои интегралӣ, моделсозии графикӣ.

➤ Интихоб: хонанда усули тақсимро интихоб мекунад, зеро он ба сатҳи фаҳмиши $\bar{y}$ мувофиқ аст.

➤ Татбиқ: ҳисоб бо истифодаи формулаҳои оддӣ ва ҷамъ кардани масоҳатҳои ҷузъҳо.

2. Масъалаи физикаи ғайристандартӣ: Масалан, муайян кардани вақти ҳаракати ҷисм дар шароити тағйирёбии суръат.

➤ Роҳҳо: истифодаи график, моделсозии математикӣ, симулятсияи компютерӣ.

➤ Интихоб: моделсозии математикӣ бо истифодаи муодилаҳои дифференциалӣ.

➤ Татбиқ: таҳлили муодила ва ҳалли он бо усули аналитикӣ.

Интихоби усули мувофиқ ва татбиқи он дар ҳалли машқҳои ғайристандартӣ як марҳилаи калидӣ барои ташаккули салоҳиятҳои зеҳнӣ ва таҳлилӣ мебошад. Омӯзгорон бояд муҳити таълимиро ба тавре созмон диҳанд, ки толибилмон имкони озмоиш, муқоиса ва интихоби усули беҳтаринро дошта бошанд. Ин раванд, ба гуфтаи олимон, ба рушди шахсияти таҳқиқгар ва мустақил мусоидат мекунад.

3. Таҳлили натиҷа ва санҷиши дурустии ҳалли масъала

➤ Толибилмон натиҷаро месанҷанд, хатоҳоро меҷӯянд ва дар сурати зарурат роҳи дигарро интихоб мекунанд.

➤ Ин раванд, ба гуфтаи олимон, дар ташаккули салоҳиятнокии таълим ва худсанҷӣ нақши муҳим дорад.

Ин марҳила охирин ва муҳимтарин қисмати раванди ҳалли машқҳои ғайристандартӣ мебошад. Дар он толибилмон натиҷаи бадастомадаро таҳлил мекунанд, хатоҳоро меҷӯянд ва дар сурати зарурат роҳи дигарро интихоб менамоянд. Ин раванд на танҳо ба дурустии ҷавоб, балки ба рушди малакаҳои худсанҷӣ, масъулиятшиносӣ ва салоҳиятнокии таълим мусоидат мекунад.

➤ **Л.С. Выготский** - равоншиноси маъруфи рус: Ӯ бар он аст, ки фаҳмиши амиқи равандҳои фикрӣ ва таҳлили хатогиҳо дар муҳити таълимӣ ба рушди «зонаи наздики инкишоф» мусоидат мекунад. Яъне, хонанда дар асоси таҷриба ва таҳлил метавонад сатҳи дониш ва малакаи худро боло барад [40].

➤ **Б.Ф. Скиннер** - намояндаи равоншиносии рафторӣ: Скиннер таъкид мекунад, ки таҳлили натиҷа ва баргашт ба хатогӣ як механизми муҳими омӯзиш аст. Ба гуфтаи ӯ, «таҳкими рафтори дуруст» танҳо дар шароити санҷиш ва ислоҳи хатогиҳо имконпазир аст[215].

➤ **С.Ҷ. Раҷабова** - олими тоҷик дар соҳаи методикаи таълими математика: Ӯ дар таҳқиқоти худ нишон медиҳад, ки таҳлили натиҷа ва

худсанҷӣ дар машқҳои ғайристандартӣ ба хонанда имкони дарки амиқи раванд ва таҳкими тафаккури интиқодӣ медиҳад[189].

1. Мисоли математика: Хонанда масъалаи муодилаи квадратино ҳал мекунад ва ҷавобро $x=3$ ва $x=-2$ мегирад.

➤ Дар марҳилаи таҳлил, ӯ ҷавобҳоро ба муодила ҷойгузин мекунад ва мебинанд, ки $x=-2$ ба шартҳои масъала мувофиқ нест.

➤ Дар натиҷа, ӯ ҷавоби дурустро интихоб мекунад ва мефаҳманд, ки на ҳама решаҳо дар контексти масъала қобили қабуланд.

2. Мисоли физика: Дар масъалаи ҳаракат, хонанда вақти расидан ба нуқтаи муайянро ҳисоб мекунад.

➤ Дар таҳлил, ӯ мефаҳманд, ки натиҷа манфӣ аст, ки дар физикаи классикӣ маъно надорад.

➤ Пас, ӯ хатои худро меёбад - масалан, иштибоҳ дар аломати суръат - ва роҳи дурустро интихоб мекунад.

3. Мисоли таълимии синфӣ: Омӯзгор ба толибилмон вазифа медиҳад, ки як масъалаи ғайристандартиро ҳал кунанд ва сипас ҷавобҳоро бо гурӯҳ муҳокима намоянд.

➤ Дар муҳокима, толибилмон хатоҳоро мебинанд, сабабҳоро мефаҳманд ва усулҳои алтернативиро пешниҳод меkunанд.

➤ Ин раванд ба рушди малакаи ҳамкорӣ, худсанҷӣ ва таҳлили интиқодӣ мусоидат мекунад.

Марҳилаи таҳлили натиҷа ва санҷиши дурустии ҳалли масъала на танҳо як амали техникӣ, балки як равандест, ки шахсияти таҳлилгар, мустақил ва масъули хонандаро ташаккул медиҳад. Ба гуфтаи олимон, ин марҳила дар ташаккули салоҳиятнокии таълим, худсанҷӣ ва тафаккури интиқодӣ нақши калидӣ дорад. Омӯзгорон бояд муҳити мусоид барои таҳлил, муҳокима ва ислоҳи хатогиҳоро фароҳам оваранд, то ки толибилмон аз хатоҳояшон омӯзанд ва дар роҳи дуруст қарор гиранд.

5. Муҳокима ва хулосабарорӣ дар раванди ҳалли машқҳои ғайристандартӣ

➤ Дар охир, натиҷаҳо муҳокима мешаванд ва хулосаҳои умумӣ гирифта мешаванд.

➤ Омӯзгорон метавонанд ин марҳиларо барои таҳкими тафаккури интиқодӣ ва мубодилаи таҷриба истифода баранд.

Марҳилаи муҳокима ва хулосабарорӣ охирин ва яке аз муҳимтарин қисматҳои раванди таълимӣ мебошад. Дар ин марҳила, толибилмон натиҷаҳои бадастомадаро баррасӣ мекунанд, роҳҳои ҳалли гуногунро муқоиса менамоянд ва хулосаҳои умумӣ мегиранд. Ин раванд на танҳо ба таҳкими дониш, балки ба рушди тафаккури интиқодӣ, малакаи муошират ва мубодилаи таҷриба мусоидат мекунад.

➤ **Джон Дьюи** - файласуф ва педагог: Ё бар он аст, ки омӯзиш бояд таҷрибавӣ ва рефлексивӣ бошад. Ба гуфтаи Дьюи, муҳокимаи натиҷаҳо ва хулосабарорӣ ба хонанда имкон медиҳад, ки аз таҷриба омӯзад ва донишро дар сатҳи амиқтар дарк кунад[64].

➤ **В.А. Крутецкий** - равоншиноси таълим: Крутецкий таъкид мекунад, ки муҳокимаи гурӯҳӣ ва хулосабарорӣ дар машқҳои ғайристандартӣ ба ташаккули тафаккури мантиқӣ ва қобилияти таҳлили равандҳо мусоидат мекунад. Ё ин марҳиларо ҳамчун воситаи рушди салоҳиятҳои зеҳнӣ мешуморад[106].

➤ **С.Ҷ. Раҷабова** - олими тоҷик: Дар таҳқиқоти худ оид ба методикаи таълими математика, Раҷабова нишон медиҳад, ки муҳокимаи муштарак ва хулосабарорӣ дар охири машқ ба толибилмон имкон медиҳад, ки на танҳо ҷавоб, балки равиши фикрро дарк кунанд ва онро дар масъалаҳои нав татбиқ намоянд[189].

Нақши муҳокима дар таҳкими тафаккури интиқодӣ

Муҳокимаи натиҷаҳо ба толибилмон имконият медиҳад, ки:

➤ Саволҳои «Чаро?», «Чӣ тавр?» ва «Оё роҳи дигар вуҷуд дошт?»-ро матраҳ кунанд.

➤ Хатогиҳоро муайян ва сабабҳои онҳоро таҳлил намоянд.

➤ Равишҳои гуногуни фикрро муқоиса кунанд ва аз таҷрибаи ҳамдигар омӯзанд.

➤ Малакаи баҳс, далеловарӣ ва ҳимояи нуқтаи назарро рушд диҳанд.

Мубодилаи таҷриба ва хулосабарорӣ

➤ Омӯзгорон метавонанд муҳокимаро ба шакли **гурӯҳӣ, муҳокимаи синфӣ ё муаррифии инфиродӣ** ташкил кунанд.

➤ Толибилмон метавонанд равиши худро шарҳ диҳанд, роҳҳои дигарро бишнаванд ва хулосаҳои умумӣ бароранд.

➤ Ин раванд ба ташаккули муҳити ҳамкорӣ, эҳтиром ба андешаҳои дигарон ва таҳкими салоҳиятҳои иҷтимоӣ мусоидат мекунад.

Ба таври дигар ҳамаи ин марҳилаҳо дар ҷадвали 2 оварда шудааст.

Ҷадвали2. - Марҳилаҳои ҳалли машқҳои ғайристандартӣ

№	Марҳила	Тавсифи мухтасар	Мақсад ва вазифа	Нақши таълимӣ
1	Фаҳмиши масъала	Шиносоӣ бо шартҳо, ҷудо кардани маълумоти муҳим	Фаҳмиши дурусти масъала ва таҳлили аввалия	Таҳкими тафаккури таҳлиلى ва қобилияти хондану фаҳмидани шартҳо
2	Чустуҷӯи роҳҳои ҳалли имконпазир	Пешниҳоди усулҳои гуногуни ҳалли масъала	Таҳқиқи алтернативҳо ва озмоиши равишҳои гуногун	Рушди эҷодкорӣ ва озодии фикр
3	Интиҳоби усули мувофиқ	Муқоисаи роҳҳо ва интиҳоби самараноктарин	Дарёфти роҳи беҳтарин бо назардошти шароит ва сатҳи фаҳмиш	Таҳкими малакаи қабули қарор ва таҳлили мантиқӣ
4	Татбиқи усули интиҳобшуда	Иҷрои амалии роҳи интиҳобшуда	Ҳалли масъала бо истифодаи усули интиҳобшуда	Рушди малакаи амалии татбиқи донишҳо
5	Таҳлили натиҷа ва санҷиш	Санҷиши дурустии ҷавоб, муайян кардани хатогиҳо	Ислоҳи хатогиҳо ва дарки равандҳои фикрӣ	Ташаккули худсанҷӣ ва масъулиятшиносӣ

№	Марҳила	Тавсифи мухтасар	Мақсад ва вазифа	Нақши таълимӣ
6	Муҳокима ва хулосабарорӣ	Баррасии натиҷаҳо, мубодилаи таҷриба ва хулосагирӣ	Дарки умумии раванд ва таҳкими дониш	Рушди тафаккури интиқодӣ ва малакаи муошират

Марҳилаи муҳокима ва хулосабарорӣ на танҳо як қадами ниҳии ҳалли масъала, балки як воситаи пурқуввати таълим аст. Омӯзгорон бояд ин марҳиларо фаъолона истифода баранд, то ки толибилмон на танҳо ҷавобро донанд, балки равиши фикрро дарк кунанд, аз хатогиҳо омӯзанд ва малакаи тафаккури интиқодӣ ва ҳамкориро рушд диҳанд.

Ҳалли машқҳои ғайристандартӣ дар таълим на танҳо як раванд, балки воситаи пурқуввати рушди шахсияти хонанда аст. Татбиқи марҳилаҳои зикршуда бо истифодаи методҳои инноватсионӣ ва назари олимон ба баланд бардоштани сифати таълим ва ташаккули малакаҳои салоҳиятнок мусоидат мекунад.

Хулосаи боби якум.

1. Мафҳуми «масъала» ва мувофиқан «масъалаи ғайристандартӣ» бо мураккабии объективӣ ва гуногунҷабҳа фарқ мекунад. Дар асоси таҳлили адабиёти равоншиносӣ, педагогӣ ва методӣ, самтҳои асосии масъалаҳо муайян шуд, ки инҳо мебошанд:

- таркиби масъала;
- вобастагӣ бо қобилияти фикрии толибилмон;
- вобастагӣ ба вазифаҳои дидактикӣ, ки тавассути масъалаҳо амалӣ мешаванд.

2. Дар натиҷаи таҳлили таҳқиқоти дахлдор се равиши асосии муайян намудани масъалаи ғайристандартӣ муайян карда шудааст. Масъалаи ғайристандартӣ чунин маънидод карда мешавад:

- масъалае, ки ҳангоми пешниҳодаш донишҷӯ на роҳи ҳалли онро медонад ва на медонад, ки он ба кадом маводи таълимӣ таъяс мекунад;
- масъалае, ки дар доираи курси математика ягон қоида ё алгоритми муайяни ҳалли он пешбинӣ нашудааст
- масъалае, ки ҳалли он аз рӯи ягон схемаи дорои дастурҳои алгоритмӣ ва эвристикӣ яқраи муайян карда мешавад.

3. Дар таҳқиқоти мо масъалаи ғайристандартӣ ҳамчун масъалае ҳисоб карда мешавад, ки вазъияти шиддатнокро ба вуҷуд меорад. Ба донишҷӯён омӯзонидани ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ маънои онро дорад, ки ба онҳо роҳҳои ҳалли ин гуна масъалаҳоро ва ба онҳо тарзи мулоҳиза карданро дар вазъиятҳои гуногун омӯзонидан мебошад.

4. Масъалаҳои ғайристандартӣ ҳамаи масъалаҳои асосии вазифаи дидактикии дар таълимро иҷро мекунад: таълим, тарбия, инкишоф, назорат. Истифодаи масъалаҳои ғайристандартӣ дар таълим ба ташаккули малакаҳои асосии фикрӣ, ки ба тафаккури эҷодӣ хос мебошанд, бештар мусоидат мекунад.

5. Меъёрҳо ва талаботи муҳими равонӣ-педагогӣ, ки ба таълими самараноки масъалаҳои ғайристандартӣ мусоидат мекунанд, ба таври зерин ҷудо карда мешаванд:

- зарурати ташкили раванди таълим бо мақсади рушди дониши математикии донишҷӯён, ҳангоми истифодаи усулҳои умумии фаъолияти зеҳнӣ, аз ҷумла татбиқи равиши эвристикӣ ҳамчун воситаи таҳлили эҷодӣ;

- таҳкими қобилияти донишҷӯён дар ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ дар муҳити синфӣ бо ҷалби фаъолонаи ҳамаи иштирокчиёни раванди таълим;

- ташвиқи донишҷӯён ба таҳлили роҳҳои алтернативии ҳалли масъалаҳо ва ташкили масъалаҳои нав ба таври мустақил, ки ба рушди тафаккури интиқодӣ ва эҷодӣ мусоидат менамояд.

БОБИ 2. ҶАНБАҲОИ НАЗАРИЯВИИ МЕТОДИИ ИНКИШОФИ ҚОБИЛИЯТИ ЭҶОДИИ ДОНИШЧЌЌН ДАР РАВАНДИ ТАЪЛИМИ МАТЕМАТИКА

2.1. Асосҳои назариявии мафҳумҳои эҷодкорӣ ва қобилияти эҷодӣ дар таҳқиқотҳои методии олимон

Дар шароити имрӯза, зарурати бознигарию андешаҳо дар бораи низоми маориф сабаб мегардад, ки таваҷҷуҳи муҳаққиқон ба масъалаҳои марбут ба эҷодкорӣ ва қобилияти эҷодӣ бештар равона шавад.

Яке аз таърифҳои аввалини эҷодкорӣ дар адабиёт таърифест, ки дар луғати энциклопедии Ф.А.Брокгауз ва И.А. Ефрон, навиштаи Ф. Батюшков ба ҳисоб меравад: «Эҷодкорӣ айнан эҷоди чизи нав аст. Ба ин маъно, ин вожаро метавон дар робита ба тамоми равандҳои ҳаёти органикӣ ва ғайриорганикӣ истифода бурд, зеро ҳаёт як занҷири пайвастаи тағйирот аст ва ҳар он чизе, ки дар табиат нав мешавад ва ё нав ба вуҷуд меояд, маҳсули қувваҳои эҷодист. Аммо мафҳуми эҷодкорӣ як вожаи инфиродӣ, ки ба фаъолияти асосии инсон мувофиқат мекунад, пешбинӣ шудааст. Эҷодкорӣ истилоҳи шартии фаъолияти рӯҳӣ буда, дар амалӣ, таҷдид ё ҳамгирии иттилооте, ки аз шуури мо дар шакли нав ва аслии гирифта мешавад, дар соҳаи тафаккури абстрактӣ, фаъолияти бадеӣ ва амалӣ ифода меёбад» [248, с. 729].

Ҳоло дар адабиёти истинодӣ, «маҳсули эҷодкорӣ ҳамчун фаъолияти муайян карда мешавад, ки мафҳуми иҷтимоӣ ё вижагиҳои иҷтимоию таърихӣ доранд»[27, с. 138-138]. Як қатор олимон, ки ин нуқтаи назарро тарафдорӣ мекунанд, масалан инҳо мебошанд И.Я. Лернер, Ю. А Самарин, Я.А. Пономарев ва дигарон, ки ҷиҳатҳои объективи ва субъективи эҷодкориро фарқ намуда, дар мавриди дуҷум маҳсули эҷодӣ на танҳо аҳамияти иҷтимоӣ, балки аҳамияти шахсӣ низ дорад. нишон медиҳанд.

«Эҷодкорӣ фаъолиятест, ки чизи навро ба вучуд меорад, чизе, ки қаблан вучуд надошта буд. Фаъолияти шахс метавонад дар ҳама соҳаҳо зоҳир шавад аз ҷумла: илмӣ, бадеӣ, истеҳсолӣ-техникӣ, иқтисодӣ, маишӣ, сиёсӣ ва ғ., яъне дар он ҷое, ки эҷодиёт ҳаст, падидаи нав ихтироъ карда мешавад» [226, с. 185].

«Эҷодкорӣ фаъолиятест, ки сарватҳои нави моддӣ ва маънавиро ба вучуд меорад. Эҷодкорӣ мавҷудияти қобилият, ангезаҳо, дониш ва маҳоратро дар шахс пешбинӣ мекунад, ки ба шарофати он маҳсулоте ба вучуд меояд, ки бо навоарӣ, асолатӣ ва нотақрорӣ фарқ мекунад» [187, с. 393].

Аксари муҳаққиқон эҷодкориро «шакли олии фаъолият ва мустақилияти инсон» таъриф мекунанд [165, с. 215],

- «фаъолияте, ки чизи сифатан нав ба вучуд меоварад ва бо асолат ва нотақрораш фарқ мекунад» [27, с. 13-14],

- «раванди фаъолияти инсон, ки арзишҳои сифатан нави моддию маънавиро ба вучуд меорад» [227, с. 405].

К.К. Платонов «эҷодкориро ҳамчун фикр дар шакли оӣ, берун рафтани аз ҷаҳорҷӯбаи зарурӣ барои ҳалли масъала бо истифода аз усулҳои муайян баён мекунад» [176].

В.И. Андреев вожаи эҷодкориро чунин таъриф медиҳад: «Эҷодкорӣ як навъи фаъолияти инсон аст, ки ба ҳалли ихтилофот (ҳалли масъалаи эҷодӣ) нигаронида шудааст. Барои эҷодкорӣ шароитҳои объективии (иҷтимоӣ, моддӣ) ва субъективии шахсӣ (дониш, маҳорат, қобилияти эҷодӣ) заруранд, натиҷаҳои эҷодкорӣ нав ва беназир буда, аҳамияти шахсию иҷтимоӣ дошта, хусусияти прогрессивӣ доранд» [11].

Я.Н. Кулюткин ва Г.С. Сухобская оиди эҷодкорӣ чунин назарияро баён мекунад. «Мафҳуми эҷодкорӣ аз ду ҷанбаи ба ҳам алоқаманд иборат мебошад:

➤ эҷодкорӣ ҳамчун шакли фаъолияти инсонӣ маънидод мешавад, ки дар раванди он арзишҳои моддӣ ва маънавӣ офарида мешаванд, ки дорои аҳамияти на танҳо шахсӣ, балки иҷтимоӣ низ мебошанд.

➤ эҷодкорӣ ҳамчун раванди ба даст овардани натиҷа ва чуни раванде фаҳмида мешавад, ки дар он шахс қудрат ва қобилиятҳои эҳтимолии худро дарк ва тасдиқ мекунад ва дар он ҳуди ӯ инкишоф меёбад.» собит мекунад» [158, С. 9]

А.З. Раҳимов «эҷодкориро ҳамчун фаъолияти инсон тавсиф мекунад, ки ба эҷодӣ арзишҳои нав, ғояҳои нав, дарёфти роҳи ҳалли принсипан нав ё такмил ёфтаи масъалаи муайян нигаронида шудааст» [190].

Меъёри «эҷодкорӣ» дар ҳама гуна соҳаи фаъолияти инсон эҷодӣ чизи нави мебошад, ки қаблан номаълум аст. Дар баробари ин, навоарӣ ҳатман бо кашфиёти илмӣ алоқаманд набуда балки:

- ҳам роҳи асли ба натиҷаи қаблан маълум,
 - таҳия ва ҳалли вазифа,
 - масъала ё тавзеҳот ва ғайраро
- метавон навоар ҳисобид.

В.С. Шубинский марҳилаҳои раванди эҷодиро муайян мекунад:«

- шиносӣ бо падидаи нав;
- номуайянии эҷодӣ, «азияти эҷодӣ»;
- кори пинҳонӣ;
- ба вучуд омадани вазъияти эҷодӣ;
- эврика;
- таҳияи қарор;
- танқид;
- марҳилаи ниҳой»[244].

В.А. Моляко чараёни фаъолияти эҷодиро ба таври зайл нишон медиҳад:«

- ба вучуд омадани мушкилот (вазифа гузоштан);
- тайёри ба ҳал;

- ташаккули андеша;
- амалӣ гардонидани ғоя;
- тафтиш ва аз нав дида баромадан»[153].

Дар педагогика ва психология сифатҳои зерин барои фарқ кардани шахси эҷодкор истифода мешаванд:

Муҳаққиқони зерин сифатҳои шахси эҷодкорро чунин баён мекунанд

Ба ақидаи В.С. Шубинский «ҳисси нав; интуиция; аҷиб; ибтидои фалсафӣ; худтанқидкунӣ; андешидани ақл»[244].

Ба ақидаи Раҳимов; «

- ҷидду ҷаҳд ва устувории зиёд;
- устувории диққат;- чандирии тафаккур;
- васеъшавии умумӣ»[190].

Ба ақидаи А.Н. Лук: «

- импульсивӣ;
- ҷолоқӣ;
- истиқлолияти фикрҳо;
- интеллекти баланд;
- тамоюли бозӣ;
- ҳисси ҷавонӣ;
- асли;
- ҷурталабӣ»[125].

Ба ақидаи В.А. Кан-калик ва Н.Д. Никандров: «

- қобилияти тағйир додан, муттаҳид кардан, табдил додани фаъолияти худ ба таври ғайристандартӣ;
- қобилияти муайян кардани идеяи асосӣ;
- дониш»[88].

Ба ақидаи В.А. Моляко [154] бошад:

- «кӯшиш ба аслият дар қарорҳо, ҷустуҷӯи навоарӣ;
- ноил шудан ба ғайристандартӣ, мустақил натиҷаҳо;
- суботкорӣ дар расидан ба мақсад;

- худтанқид ва танқид;-тасвирпазирии тафаккур;
- далерӣ ва часурӣ;
- чолокӣ»[88].

Тадқиққунандагони ҷараёни эҷодӣ А. Лук, Г. Праздников, Г. Ёрмаш ва дигарон тафаккури эҷодиро ҳамчун категорияи мустақил фарқ намеkunанд. Аммо як қатор тадқиқотчиён: Ю.Н. Кулюткин, Г.С. Сухобская, А.З. Раҳимов, В.И. Андреев ва дигарон тафаккури эҷодиро ҳамчун унсури муҳими сохтори эҷодӣ фарқ меkunанд.

А.З. Раҳимов дар кораш хусусиятҳои асосии зерини тафаккури эҷодиро баррасӣ меkunад:«

- қобилияти ба миён гузоштани мушкилоти нав;
- қобилияти таҳлил кардан. Масъала бо роҳи таҳлили ҳамаҷонибаи назариявӣ ва диалектикий ҳолатҳо ҳал карда шуда, баъд усулҳои пайдошуда барои ҳалли масъалаҳои гуногун умумӣ карда мешаванд;
- қобилияти бошууруна амал кардан. Миқдори фикру мулоҳизаҳое, ки дар вақти муайян ифода ёфтаанд, нишондиҳандаҳои инкишофи қобилияти эҷодӣ мебошанд. Шахси эҷодкор метавонад объектро дар бисёр робитаҳои ғайриҷашмдошт пайваст кунад;
- қобилияти моделсозӣ (гузаштан аз як усули ҳалл ба ҳалли дигар);
- қобилияти тафаккур, ки дар мустақилона, асолат ва заковати ҳал дар робита бо усулҳои анъанавӣ зоҳир мешавад»[190].

Дар тадқиқоти муосири истеъдоди эҷодӣ, истеъдоди эҷодиро ҳамчун падидаи гуногунҷанба, аз ҷумла омилҳои ақлонӣ ва ғайризехнӣ (шахси, иҷтимоӣ) эътироф шудааст. Ҳамин тавр, Дж. Рензулли истеъдодро натиҷаи таъсири мутақобила («буриш»)-и се омили зерин мешуморад: «

- қобилиятҳои аз миёнаи аз миёна боло зехнӣ, аз ҷумла қобилиятҳои умумӣ (даҳонӣ, фазоӣ, ададӣ, абстрактӣ-мантиқӣ ва ғ.) ва қобилияти махсус (қобилияти аз худ намудани донишу малака дар соҳаҳои гуногуни илм);

➤ эҷодкорӣ (тағйирпазирӣ ва асолати тафаккур, қабули ҳар як навоварӣ ва ғ.);

➤ ҷалби баланди ҳавасмандкунӣ ба масъала (дараҷаи шавқ, субот, сабр ва ғ.)» [195, 251 с.].

Д.Б. Богоявленская ба равиши синтетикӣ дар психологияи рус метавон нисбат дод, ки ба ақидаи ӯ «нишондиҳандаи асосии эҷодкорӣ ин фаъолияти зеҳнӣ мебошад ва ду ҷузъро муттаҳид мекунад: маърифатӣ (қобилияти умумии ақлӣ) ва ҳавасмандӣ»[24, 16]. Меъёри зуҳури эҷодкорӣ хусусияти иҷроии масалаҳои равонии дар назди ӯ гузошташуда мебошад. В.Н. Дружинин қайд мекунад, ки эҷодкорӣ бар хилофи шаклҳои гуногуни рафтори мутобиқшавӣ, аз рӯи принципҳои «зеро», «ба хоҳири» ё «сарфи назар аз ҳама чиз» пеш намеравад. Яъне раванди эҷодӣ воқеиятест, ки ба таври худ ба вучуд меояд ва ба охир мерасад.

«Унсурҳои бунёдии эҷодкорӣ на фаъолияти берунӣ, балки фаъолияти ботинӣ раванди эҷоди идеал, тасвири ҷаҳоние мебошад, ки дар он масъалаи бегонашавии инсон ва муҳити атроф ҳал карда мешавад» [68, с. 98].

Дар психологияи рус Ю.Л. Пономарев «мафҳуми мукаммалтарини эҷодкориро ҳамчун раванди равонӣ пешниҳод кардааст» [184, с.21-25].

Ю.Л. Пономарев «меъёри амали созандаро гузариш байни сатҳҳо мешуморад: зарурати донишҳои нав дар сатҳи баланди сохтории ташкили фаъолияти эҷодӣ ташаккул меёбад; воситаҳои қонеъ гардондани ин эҳтиёҷот дар зинаҳои поёнии структурӣ ташкил карда мешаванд. Ин қобилиятҳо ба раванди дар сатҳи олӣ ба вучуд омада, ба пайдоиши усули нави таъсири мутақобилаи субъект ва объект ва пайдоиши донишҳои нав оварда мерасонад. Ҳамин тариқ, маҳсули эҷодӣ фарогирии интуисияро пешбинӣ мекунад ва онро дар асоси дедуксияи мантиқӣ ба даст овардан мумкин нест» [184, с. 101].

Я.А. Пономарев чунин мешуморад, ки «асоси ҳалли бомуваффақияти эҷодии масъалаҳо қобилияти амал кардан дар ақл мебошад, ки бо сатҳи

баланди таҳияи нақшаи амалиёти дохилӣ муайян карда мешавад. Ин қобилият метавонад як эквиваленти бунёдии сохториро ба мафҳуми қобилиятҳои умумӣ ё «зеҳни умумӣ» муаррифӣ кунад» [183].

М.А. Холодная истеъдоди зеҳнро ҳамчун «дараҷа ва навъи ташкили таҷрибаи равонии инфиродӣ, ки имкон медиҳад, фаъолияти зеҳнии эҷодӣ, яъне фаъолияти, ки бо эҷоди ғояҳои субъективӣ ва объективии нав, истифодаи равишҳои ғайримуқаррарӣ дар ҳалли мушкилот, ошкорбаёнӣ ба навоарӣ ва ғ. баён намуда, қайд мекунад, ки эҷодкорӣ қобилияти тавлиди ғояҳои гуногуни аслий дар шароити номусоиди фаъолият мебошад»[231, с. 358]. Эҷодкориро сода карда гуем, ин тафаккури дивергентист, ки бо бисёрҷониба ва гуногунрангии худ дар ҷустуҷӯи роҳҳои ҳалли гуногун ва баробар дурусти як вазъият хос аст. Эҷодкорӣ ба маънои васеъ, мутафаккирон назари худро чунин баён кардаанд: «

- қобилиятҳои зеҳнии эҷодӣ, аз ҷумла қобилияти ба таҷриба овардани чизи нав (В. Барон),

- қобилияти тавлиди идеяҳои аслий дар ҷараёни ҳал ё ба миён гузоштани мушкилоти нав (М.Ю. Алла),

- қобилияти дарк кардани камбудиҳо ва зиддиятҳо, инчунин ташаккул додани фарзияҳо дар бораи унсурҳои гумшудаи вазъият (стереотипи тафаккур) мебошад(Г. Гилфорд) »[232, с. 226].

Д. Гилфорд чор меъёри асосии эҷодкориро муайян кардааст:

1) Асалият – қобилияти тавлиди ассотсиатсияҳои дурдаст ва ҷавобҳои ғайриоддӣ;

2) Чандирии маъноӣ – қобилияти нишон додани вазифаи предмет ва пешниҳоди истифодаи нави он;

3) Чандирии мутобиқшавии маҷозӣ – қобилияти тағйир додани шакли ангебанда, ки хусусият ва имкониятҳои нави истифодаро мебинанд;

4) Чандирии семантикии стихиявӣ - қобилияти тавлиди ақидаҳои гуногун дар ҳолати сохторнашуда.

Интеллекти умумӣ ба сохтори эҷодкорӣ дохил карда нашудааст. Баъдтар, чунон ки В.Н. Дружинин қайд кард, Д. Гилфорд шаш меъёри эҷодкориро номбар кардааст:

- 1) Қобилияти кашф ва гузоштани мушкилот;
- 2) Қобилияти тавлиди миқдори зиёди ғояҳо;
- 3) Қобилияти тавлиди ғояҳои гуногун (фасеҳ);
- 4) Қобилияти вокуниш ба ангезандаҳо ба таври ғайримуқаррарӣ (аслӣ);
- 5) Қобилияти такмил додани чизе бо илова кардани ҷузъиёт;
- 6) Қобилияти ҳалли мушкилот, яъне қобилияти таҳлил ва синтез кардан.

В.Н. Дружинин се равиши асосиро ба масъалаи қобилияти эҷодӣ нишон медиҳад:»

1) Ҳамин тариқ, қобилиятҳои эҷодӣ вучуд надоранд. Истеъдоди зеҳнӣ шартӣ зарурӣ, вале нокифояи фаъолияти эҷодии шахс ба ҳисоб меравад. Дар муайян кардани рафтори эҷодӣ ангеа, арзишҳо ва хислатҳои шахсият нақши асосиро мебозанд. Консепсияи Д.Б. Богоявленская дар ворид намудани мафҳуми фаъолияти эҷодии фард беҳамто буда, чунин мешуморад, ки онро сохтори махсуси равонии хоси типӣ шахсияти эҷодкор шарт кардааст.

Эҷодкорӣ, аз нуқтаи назари Д.Б. Богоявленская, «ин як фаъолияти беасос дар вазъиятҳост, ки дар хоҳиши берун рафтан аз ҳудуди як масъалаи додашуда зоҳир мешавад» [24].

2) Қобилияти эҷодӣ (эҷодкорӣ) омили мустақил буда, ба зеҳн алоқаманд нест. Дар вариантҳои мувофиқ (созвор) ин назария мегӯяд, ки байни сатҳи зеҳн ва сатҳи эҷодкорӣ робитаи кам вучуд дорад.

3) Дараҷаи баланди инкишофи зеҳнӣ аз сатҳи баланди қобилиятҳои эҷодӣ шаҳодат медиҳад ва баръакс. Раванди эҷодӣ ҳамчун шакли мушаххаси фаъолияти равонӣ вучуд надорад. Ин нуқтаи назарро қариб ҳамаи

мутахассисони соҳаи зеҳнӣ (Д. Векслер, Р. Уайсберг, Г. Айзенк, Л. Термен, Р. Штернберг ва дигарон) тарафдорӣ мекарданд ва мекунанд.

Г. Айзенк «эҷодкориро ҷузъи истеъдоди умумии равонӣ медонист. Р. Уайсберг таъкид мекунад, ки тафаккури эҷодӣ аз рӯи натиҷаи эҷодии он таҳхис мешавад, на аз рӯи усули ба даст овардани он. Аз нигоҳи ӯ ҳар як раванди маърифатӣ ба донишҳои пешакӣ асос ёфта, мутобиқи талаботи масъала табдил додани онро тақозо мекунад» [124].

Шарти асосии фаъолияти бомуваффақияти эҷодӣ мавҷудияти қобилиятҳои эҷодӣ мебошад, ки ба ҳар як шахс хос аст. Биед хусусиятҳои асосии қобилиятҳои эҷодиро баррасӣ кунем.

А.З. Рахимов сохтори зерини қобилиятҳои эҷодиро муайян кардааст:«

- қобилияти даст кашидан аз равишҳои анъанавӣ дар ҳалли мушкилот;
- баҳодиҳии падидаҳо дар як вақт бо нуқтаҳои назарияи гуногун;
- мавҷудияти тасаввуроти эҷодӣ;
- қобилияти зиёд дидан, нисбати он чизе, ки дигарон мебинанд;
- концентратсияи зуд ва иваз кардани диққат;
- хотираи хуб;
- тафаккури мустақил»[191].

В.И. Андреев ҷузъҳои зерини қобилиятҳои эҷодиро муайян мекунад:«

1. зеҳнӣ ва мантиқӣ:

- қобилияти таҳлил кардан;
- қобилияти муқоиса кардан;
- чизи асосиро дидан;
- қобилияти исбот кардан;
- қобилияти асосноккунӣ;
- қобилияти додани таъриф.

2. Қобилиятҳои зеҳнӣ ва иктишофӣ:

- тавоноии тавлиди идеяҳои нав;
- шаклгирии тасаввуроти зеҳнӣ;
- қобилияти тасвирсозӣ ва намоиши фикрҳо ба таври визуалӣ;

- малакаи истифодаи шабоҳатҳо ва муқоисаҳо дар раванди фикрронӣ;
- интиқол ва татбиқи донишҳою маҳорати андӯхташуда ба вазъиятҳои нав.

3. Маҳорати муошират ва эҷодкорӣ»[11].

Муаллифони гуногун ба эҷодкорӣ таърифҳои мухталиф додаанд. Сарфи назар аз тафовутҳояшон, ҳамаи онҳо як мафҳуми умумӣ доранд: эҷодкорӣ ҳамчун қобилияти эҷод кардани чизи нав ва асли муайян карда мешавад.

Мафҳуми «фаъолияти эҷодӣ» бо мафҳуми «эҷодкорӣ», ки ҳамчун як намуди махсуси фаъолият муайян карда мешавад, зич алоқаманд аст. Мушкилоти эҷодӣ ва фаъолияти эҷодӣ солҳо боз психологҳо, педагогҳо, методистҳоро ба худ банд кардааст.

Дар байни асарҳое, ки ба масъалаҳои фаъолияти эҷодӣ дар таълим бахшида шудаанд, метавон тадқиқоти файласуфон В.С. Библер [22], Б.М. Кедров [89], А.И. Лука [123], Л.Т. Шумилин [245], коршиносони соҳаи маориф(дидактики) В.В. Давыдова [63], Л.В. Зайкова [74], Б.И. Коротеева [100], М.И. Махмутова [138], Б.И. Пидкасистый [172], Е.В. Кузнецова[110], В.С. Шубинский [244] ва равоншиносон ба монанди В.П. Зинченко [75], В.А. Крутицкий [106, 107], Е.В. Коточигова [102], Н.С. Лейтес[114], Ю.Л. Пономарев [183] ва дигарон мисол биёрем.

Бархе муаллифон чунин мешуморанд, ки хусусияти асосии фаъолияти эҷодӣ навоварии дохилии иҷтимоии маҳсулоти инноватсионист, дар ҳоле ки дигарон худро бо навоварии субъективӣ маҳдуд мекунанд. Як гурӯҳи олимон ба натиҷаи ба даст овардашуда, гурӯҳи дигар ба ҷиҳати протсессуалии масъала диққат медиҳанд.

Ҳангоми ба миён гузоштани масъалаи фаъолияти эҷодии донишҷӯён муаллифон дар бораи шахсияти раванди эҷодии байни донишҷӯён ва олимон сухан мегӯянд. Хусусияти фарқкунандаи фаъолияти эҷодии донишҷӯён навоварии субъективии маҳсулоти инноватсионӣ мебошад. Ҳамин тавр, В. Гусев «ҳангоми пешниҳоди мушкилоти фаъолияти эҷодӣ

аҳамияти унсури умумии ин фаъолиятро барои табиатшинос, ихтироъкор ва донишҷӯён таъкид мекунад, ки ҳамаи онҳо «пайванди номаълуми байни ашёро» ҷустуҷӯ мекунанд» [59]. Муаллиф чунин мешуморад, ки таърифи эҷодкорӣ маънои ба донишҷӯ омӯзонидани ҷустуҷӯи робитаҳои номаълуми байни ашёи мавриди омӯзиш қарор ёфта мебошад.

И.П. Калошина фаъолияти эҷодиро тавассути системаи хусусиятҳои зерин муайян мекунад:»

1) Фаъолияти эҷодӣ ба ҳалли масъалаҳо нигаронида шудааст, ки бо набудани усули ҳалли дар соҳаи предметӣ ё танҳо дар предмет хос аст, вале муҳимтар аз он, донишҳои хоси фан ва барои таҳияи он заруранд: постулатҳо, аксиомаҳо, назарияҳо, леммаҳо, қонунҳо ва ғайра;

2) Фаъолияти эҷодӣ, ки бо тавлиди донишҳои нав аз ҷониби субъект дар сатҳи шуурнок ё ғайришуурӣ сурат мегирад, ҳамчун заминаи методологӣ барои таҳияи минбаъдаи стратегияҳои ҳалли масъалаҳо ба ҳисоб меравад.

3) Фаъолияти эҷодии субъект бо имконияти номуайянии коркарди дониши нав ва дар асоси он усули ҳалли масъала хос аст»[87].

Б.И. Коротяев дар кори худ меъёрҳои зерини эҷодкориро дар фаъолияти маърифатӣ муайян кардааст: «мустақилият (пурра ё қисман), ҷустуҷӯи вариантҳои имконпазир дар роҳи расидан ба мақсад (пурра ё қисман) ва эҷодкорӣ дар ҷараёни ҳаракат ба мақсади нави истеҳсоли (пурра ё қисман)» [100].

Тавсифи фаъолияти эҷодӣ бо шумораи бештари меъёрҳои арзёбӣ дар кори И.Ю. Лернер дида мешавад. Ба гуфтаи Лернер, фаъолияти эҷодӣ критерияҳои зеринро дар бар мегирад:«

- мустақилона гузарондани дониш ва малака ба вазъияти нав;
- дарк намудани мушкilotи нав дар шартҳои маълум ва стандартӣ;
- дарк намудани вазифаи нав дар объекти маълум;
- дарк намудани сохтори объекти омӯхташаванда;
- қобилияти дарк намудани роҳи ҳалли алтернативӣ;

➤ қобилияти таҳияи ҳалли асли ҳангоми маълум будани ҳалли дигар;
➤ мустақилона пайвастанӣ усулҳои маълуми фаъолият ба муносибати нав»[118].

А. Ньюэлл, Д.С. Шоу ва Г.А. Саймон фаъолияти эҷодиро ҳамчун як намуди фаъолият барои ҳалли масъалаҳои мушаххас муайян мекунад, ки бо навоарӣ, ғайримуқаррарӣ, устуворӣ ва душвории таҳияи масъалаҳо хос аст. Онҳо натавон будани худро дар дарёфти меёрҳои мушаххасе таъкид мекунад, ки аз равандиҳои тафаккури эҷодӣ фарқ мекунад. Дар баробари ин, онҳо боварӣ доранд, ки ҳалли мушкилот то андозае эҷодкорӣ тавсиф карда мешавад, ки он ба як ё якчанд шартҳои зерин ҷавобгӯ бошад:«

➤ маҳсули фаъолияти зеҳнӣ нав ва арзишманд аст (чи барои фард ё барои фарҳанги онҳо);

➤ раванди тафаккур низ аз он ҷиҳат навоарӣ хос аст, ки он дигаргунсозӣ ё рад кардани ақидаҳои қаблан қабулшударо талаб мекунад;

➤ раванди тафаккур бо ҳавасмандии қавӣ ва устуворӣ хос буда, он ё муддати тӯлонӣ ё бо шиддати зиёд идома меёбад;

➤ масъалаи гузошташуда дар аввал норавшан ва номуайян аст, бинобар ин яке аз вазифаҳои мо таҳияи ҳуди масъала буд»[161].

В.И. Загвязинский як қатор малакаҳои мураккабро, ки барои фаъолияти эҷодӣ заруранд, муайян кардааст. Вай «қобилияти таҳлили вазъияти ибтидоӣ, таҳияи фарзияҳо, моделсозии ҳолати дилхоҳи субъект, дарёфти альтернативаҳо бо роҳи ҳалли равшан, экстраполятсияи равишҳо ва усулҳо ва ғайра ворид месозад. Миёни ин маҷмуи малакаҳои мураккаб, маҳорати калидӣ онест, ки ба таҳлили мушкилоти мавриди омӯзиш, ҷудосозии онҳо ва инъикоси равшан дар шакли масъалаҳои маърифатӣ мусоидат мекунад»[73].

Ҳамин тариқ, шахсияти инсон танҳо тавассути фаъолият ва муносибат ба масъалаҳои маърифатӣ зоҳир мегардад ва дар раванди фаъолияти эҷодӣ хислатҳои шахсият зоҳир мешавад. Аз ин рӯ, вақтҳои охир дар назария ва амалия таълим равиши фаъолият ба вучуд омадааст, ки онро Н.Н. Ржецкий

чунин тавсиф кардааст: «Самти омӯзиши ҳар як фанни таълимӣ, ки дар он аз нуқтаи назари раванди фаъолияти таълимии донишҷӯ ва фаъолияти роҳбарии омӯзгор омӯхта мешавад»[192].

Таҳлили манбаъҳои илмӣ соҳаҳои психология ва педагогика имконият фароҳам овард, ки мафҳуми «эҷодкорӣ», ки дар доираи ин таҳқиқот дорои аҳамияти бунёдӣ мебошад, муайян ва дар шакли ҷадвали 3 систематикӣ пешниҳод гардад.

Ҷадвали 3. - Асосҳои назариявии мафҳумҳои эҷодкорӣ ва қобилияти эҷодӣ

№	Мутафаккир Олими таҳқиқотгар	Мафҳуми эҷодкорӣ ва қобилияти эҷодӣ дар таҳқиқот	Ҷанбаҳои назариявӣ ва методӣ
1	Л.С. Выготский	Эҷодкорӣ - раванди ташаккули чизи нав дар асоси таҷрибаи гузашта	Таълим бояд шароити инкишофи «зонаи наздики инкишоф»-ро фароҳам созад
2	А.М. Матюшкин	Эҷодкорӣ - қобилияти ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ	Ташкили «ситуацияи проблемавӣ» барои таҳрики фикрронӣ ва эҷодкорӣ
3	Дж. Гилфорд	Эҷодкорӣ - шакли тафаккури дивергентӣ (тафаккури чандсамта)	Рушди фикрронӣ бо истифодаи саволҳои кушода ва озоди андеша
4	Ю.К. Бабанский	Қобилияти эҷодӣ - ҷузъи салоҳиятнокии умумии шахсият	Омӯзиш бояд ба ташаккули қобилиятҳои эҷодӣ тавассути методҳои фаъол равона шавад
5	В.А. Крутецкий	Эҷодкорӣ дар математика - қобилияти дарки сохтор ва равандҳои мантиқӣ	Таълими математика бояд моделсозӣ ва таҳлили сохториро дар бар гирад
6	Джон Дюи	Эҷодкорӣ - натиҷаи омӯзиши таҷрибавӣ ва рефлексивӣ	Муҳити таълимӣ бояд озод, фаъол ва таҷрибавӣ бошад
7	С.Ҷ. Раҷабова	Эҷодкорӣ - қобилияти татбиқи дониш дар масъалаҳои нав	Машқҳои ғайристандартӣ воситаи асосии инкишофи қобилияти эҷодӣ мебошанд

Таҳқиқоти психологии-педагогии мутафаккирон нишон медиҳанд, ки мафҳумҳои эҷодкорӣ ва қобилияти эҷодӣ на танҳо хусусияти шахсӣ, балки ҷузъи муҳими равандҳои таълимӣ мебошанд. Эҷодкорӣ ҳамчун қобилияти

фикрронӣ, ҳалли масъалаҳои нав ва татбиқи дониш дар шароити ғайристандартӣ маънидод мешавад. Барои инкишофи он, омӯзгорон бояд:

- муҳити озод ва фаъл фароҳам оваранд;
- методҳои инноватсионӣ ва проблемавиро истифода баранд;
- имкони саволгузорӣ, муҳокима ва таҷрибаи мустақилро таъмин кунанд.

Ин раванд ба ташаккули шахсияти таҳқиқгар, мустақил ва эҷодкор мусоидат мекунад, ки дар таълими муосир аҳамияти калидӣ дорад.

Эҷодкории донишҷӯён гуфта, мо навъи фаъолияти донишҷӯёро дар назар дорем, ки ба эҷодӣ арзишҳои нав барои худ ва эҷодӣ маҳсули нав, ки қаблан ба онҳо номаълум буд, нигаронида шудааст. Дар баробари ин, навоарӣ субъективӣ буда, роҳи аслии ба натиҷаи қаблан маълумшуда, мураттаб ё ҳалли масъала ё мушкилот(мушкилот) ва ғайраро метавон навоарӣ донист.

2.2. Ҳолатҳои кунунии инкишофи фаъолият ва қобилиятҳои эҷодӣ дар таълими математика

Масъалаи инкишофи эҷодиёти донишҷӯён солҳои зиёд диққати намояндагони соҳаҳои гуногуни донишҳои илмӣ, аз қабилӣ фалсафа, педагогика, психология, забоншиносиро ба худ ҷалб кардааст. «Ин ба афзоиши талаботи ҷомеаи муосир ба истеъдодҳои фаъл, ки дар шароити номуайяни, вариантҳои гуногун ва ҷамъшавии доимии донишҳои иҷтимоӣ метавонанд мушкилоти нав ба миён гузоранд ва роҳҳои ҳалли босифатро пайдо кунанд, вобаста аст. Имрӯз истеъдод ва эҷодкорӣ ба нишони некуахлоқии иқтисодӣ ва нуфузи миллӣ табдил ёфтааст» [125, с. 4].

Тавассути таҳлили адабиёти дахлдори психология ва педагогика мо дар охир ба чунин таъриф расидем, ки моҳияти фаъолияти эҷодиро боз мекунад:

Дарккунӣ (познание) – «фаъолияти таълимии донишҷӯён, ки ҳамчун раванди эҷодии ташаккули дониши онҳо фаҳмида мешавад» [210, с. 55].

Табдилдихӣ-»фаъолияти эҷодии донишҷӯён, умумисозии донишҳои асосӣ мебошад, ки асоси ташаккули донишҳои нави таълимӣ ва касбиро ташкил медиҳад» [232].

Эҷодкорӣ - «фаъолияти эҷодии донишҷӯён дар эҷоди маҳсули таълимӣ дар соҳаи таълим мебошад» [232].

Бо эҷодонаи татбиқи дониш ин фаъолияти донишҷӯён барои татбиқи амалии дониш ва ҳамгироии ақидаҳои шахсӣ мебошад [118].

А.Э. Симановский дар таҳқиқоти худ қайд кардааст, ки «самаранокии инкишофи маҳорати эҷодӣ бисёртар аз маводе вобаста аст, ки чи гуна супоришҳо дар он навишта шудааст» [210, с. 157].

Мо бо андешаи муҳаққиқоне мувофиқем, ки рушди эҷодкории донишҷӯёнро аз дидгоҳи азхудкунии инфиродӣ арзёбӣ намуда, онро тавассути такмили маданияти методии донишҷӯён барои ҳалли масъалаҳои эҷодӣ амалӣ мешуморанд.

И.М. Смирнова чунин мешуморад: «Дар марҳилаи ҳозираи инкишофи ҷамъият эҷодиёти инсон қисми таркибии ташаккули шахсият мебошад. Ҳар як одам ба эҷодкорӣ ва усулҳои эҷодии меҳнат эҳтиёҷ дорад. Эҷодкорӣ маънои ихтирои чизи нав ва кашфи чизи номаълумро дорад. Ҳар як эҷодиёт мушоҳидаи фаровон, таҷрибаи бой, тасаввуроти васеъ ва дониши фаровони одамиро талаб мекунад. Доираи дониши одам ҳар қадар васеъ бошад, фаъолияти эҷодии ӯ ҳамон қадар пурмаҳсултар мешавад. Фаъолияти эҷодӣ шакли олии ташаббус ва мустақилият мебошад». [216, с. 82].

Дар доираи назария ва амалияи педагогӣ, донишмандон мулоҳизаҳои гуногунро мавриди таҳқиқи илмӣ қарор медиҳанд, ки ба омӯзиши методҳои рушди қобилияти эҷодӣ алоқаманданди зич дошта, бо фаъолияти эҷодии донишҷӯён робитаи мустақим доранд. Бо вучуди гуногунрангии роҳҳои ҳалли ин масъала, онҳоро метавон дар шакли зерин систематикӣ ҷамъбаст намуд:

1. «Тарбияи эҷодкорӣ тавассути фароҳам овардани шароити махсус дар намудҳои гуногуни фаъолият» [11, 45, 103].

2. «Истифодаи мақсадноки усулҳои фаъоли таълим барои рушди маҳорати эҷодӣ» [118, 138, 210, 232].

Самти аввал рушди самаранок дар доираи таҳсилоти иловагӣ ва корҳои беруназсинфӣ мебошад. Диққати махсус ба инкишофи мусикӣ, забон, мантик, математика ва дигар қобилиятҳои махсус дода мешавад.

Мутобиқи мавзӯи тадқиқотамон мо масъалаҳои истифодаи усули дуумро дар раванди таълим муфассалтар баррасӣ хоҳем кард. Мо чунин мешуморем, ки яке аз мушкилотҳои асосӣ набудани системаи усулҳои таълим ба дониши донишҷӯён мувофиқ аст, ки ба ташкили фаъолияти эҷодии онҳо ёрӣ расонад. Дар айни замон дар адабиёти педагогӣ зиёда аз 50 усул муайян карда шудааст, ки бевосита ё бавосита ба инкишофи эҷодии донишҷӯён дар фаъолияти эҷодии онҳо нигаронида шудаанд. Усулҳои эҷодие, ки дар раванди таълим татбиқ мегарданд, дар заминаи усулҳои илмӣ маърифат, аз қабili диалектика, таҳлили системавӣ, усули таърихӣ, мантиқ, моделсозӣ, таҷриба ва дигар равишҳои методологӣ асос ёфта, ба таҳкими раванди омӯзиш мусоидат менамоянд.

Муҳаққиқони соҳаи эҷодкорӣ, аз қабili Ҷ.С. Альтшуллер, В.М. Бехтерев, Г.Ю. Буш, Я.А. Пономарев ва дигарон қайд мекунанд, ки тадқиқоти Лукреция Кара, Леонардо да Винчи, Р. Декарт, Р. Лулия, Г.В. Лейбниц, А. Кант, Д. Пойа, И. Кант, А. Вальден, М.А. Блох, П.К. Энгельмейер, С.М. Вабилейский, В.Н. Пушкин, А.В. Брушлинский, В. В. Чавчанидзе ва дигарон дар рушди методологияи муосири эҷодкорӣ саҳми арзанда гузоштанд ва дар корҳои илмӣ онҳо усулҳои ҳалли масъалаҳои эҷодӣ таҳия карда шудаанд.

«Аз лиҳози усулҳои педагогӣ ва фаъолияти педагогӣ омӯзгорон усулҳои ҳалли эҷодии масъалаҳоро бо ҷорӣ намудани усулҳои тадқиқотӣ дар раванди таълим, ки баъдан дар доираи таълими мушкилотӣ васеъ истифода мешуданд, зич алоқаманд аст» [109, 118, 137, 138].

Умуман, усулҳои ташкили фаъолияти мустақилонаи эҷодии донишҷӯён ба ду гурӯҳ ҷудо мешаванд: усулҳои алгоритмӣ (дар асоси бартарияти расмиёти мантикӣ) ва усулҳои эвристикӣ (дар асоси бартарияти расмиёти интуитивӣ). Қобилияти истифодаи усулҳои эҷодӣ ҷузъи асосии эҷодиёти донишҷӯён ба ҳисоб меравад.

Оид ба татбиқи навъҳои гуногуни усулҳои эҷодкорӣ дар фаъолияти эҷодии донишҷӯён ва таъсири онҳо ба инкишофи эҷодкорӣ нуқтаи назари гуногун мавҷуд аст.

«Дар амалияи педагогӣ татбиқи усулҳои эвристикӣ ҳалли масъалаҳои эҷодӣ ва омӯзонидани донишҷӯён ба истифодаи усулҳои эвристикӣ фаҳмондашаванда таваҷҷуҳи зиёдро ба худ ҷалб намудааст» [11, 103, 109, 118, 232].

Усулҳои алгоритмӣ ҳалли масъалаҳои эҷодӣ асосан ба интуитсия асос ёфта, дар амалияи педагогӣ васеъ истифода нашудаанд. Дар асоси тадқиқот [11, 39] мо чунин мешуморем, ки барои рушди босамари эҷодиёти донишҷӯён усулҳои алгоритмӣ эвристикӣ ва эҷодӣ бояд ба ҳам пайваست карда шаванд.

Хусусиятҳои фаъолияти эҷодӣ кӯшиши эҷодӣ чизи нав ва бесобиқа мебошанд: образҳои маърифатӣ ба ақидаи В.П. Зинченко, дониш ба ақидаи В.В. Давыдов, ҳадаф ва маъно ба ақидаи А.Н. Леонтьев ва А.К. Тихомиров, шаклҳои амал ба ақидаи Ю.А. Пономарев, ангезаи маърифатӣ ба ақидаи А.М. Матюшкин. Бо дарназардошти норӯшан будани таърифи мафҳуми «фаъолияти эҷодӣ», мо самтҳои муҳими таҳқиқотро, ки ба масъалаи рушди фаъолияти эҷодӣ дар таълими математика марбутанд, мавриди баррасӣ қарор медиҳем. Кори мустақилона яке аз воситаҳои самарабахши баланд бардоштани фаъолияти эҷодии донишҷӯён мебошад. Мушкилоти мазкурро муҳаққиқон ҳамун мушкилоти пажӯҳишӣ, аз қабили Б.Б. Есипов [72], Е.Т. Огородников [162], П.И. Пидкасистый [172-173], М.Н. Скаткип [212], А.Ю. Цукаръ [188] ва дигарон мавриди омӯзиш қарор додаанд.

Асарҳои онҳо ҷойгоҳи кори мустақилонаро дар инкишофи нерӯи зеҳнии донишҷӯён нишон дода, моҳияти он: кашф ва татбиқи донишҳои навро ба таври маълум ва ё ҷустуҷӯи роҳҳои нави ба даст овардани он равшан мекунад.

Тадқиқоти мо ба вижагиҳои кори мустақилонаи эҷодӣ тамаркуз кардааст [59]:

1. Кори мустақилонаи эҷодӣ бо таъя ба донишҳои мавҷуда, таҷрибаи назариявӣ амалӣ, интуиси ва ҳаёлот барои худ бо фаъолияти фаъл барои худ чизи нав ихтироъ кардани донишҷӯён хос аст.

2. Кори мустақилона (махсусан дар омӯзиши риёзӣ) эҷодкорӣ ба ҳисоб меравад, ки агар он ба донишҷӯён имконият диҳад, ки андешаи худро дар амал татбиқ намуда, ба ин васила масъалаҳоро пешниҳоду ҳалли масъалаҳо ва дарёфти роҳҳои ҳалли наву ғайристандартӣ таъмин намояд.

3. Яке аз хусусиятҳои фарқкунандаи фаъолияти мустақилонаи эҷодӣ дар он зоҳир мегардад, ки донишҷӯён ҳангоми ҳалли масъалаҳо бояд тавоноии интихоби мустақилонаи як ё якчанд роҳҳои ҳалли мушкилотро дошта бошанд ва дониши худро дар шароити нав ва ғайристандартӣ ба таври самаранок татбиқ намоянд.

4. Кори мустақилонаи эҷодӣ ба донишҷӯён имкон медиҳад, ки аз мафҳумҳо, қолабҳо ва муносибатҳои қаблан муқарраршуда дар ҷараёни таълим даст кашанд ва ба ин фаъолияти таълимӣ хусусияти фасеҳ, ҷустуҷӯӣ ва ҳалли масъалаҳо дода шавад.

Инкишофи мустақилияти маърифатии донишҷӯён ба ташаккули фаъолияти эҷодии онҳо мусоидат мекунад. Тадқиқотҳои В.В. Давыдов [63], И.Ю. Лернер [118], А.М. Матюшкин [141], М.И. Махмутов [138], М.Н. Скаткип [212].

Натиҷаи таҳқиқоти мавҷуда ба чунин ҳулоса оварда мерасонанд, ки дар ҳолати равона сохтани фаъолияти омӯзгорон ба ташаккули талаботи маърифатии донишҷӯён, тағйир додани сохтори фаъолияти таълимии онҳо

ва таъмини сатҳи баланди азхудкунии умумии дониш, сатҳи сифатии таълим ба таври назаррас боло меравад.

Автономияи маърифатӣ дар таҳқиқоти педагогӣ ҳамчун майл ва қобилияти шахс барои омӯзиши донишҳои нав дар раванди ҷустуҷӯи ҳадафмандона маънидод мешавад.

Таҳқиқотҳо дар самти инкишофи шавқу рағбати маърифатӣ ва ангезаи омӯзишӣ, ки ба ташаккули фаъолияти эҷодӣ алоқаманданд, саҳми назарраси худро гузоштаанд. Аз ҷумла, муҳаққиқони маъруф ба мисли Г.И. Щукина [246], В.С. Ильин [83], И.О.В. Шамова [239] ва дигарон дар ин самт таҳқиқоти арзишманд анҷом додаанд.

Шарти дохилии фаъол кардани фаъолияти эҷодӣ мавҷудияти ҳавасмандии омӯзишӣ мебошад. Тибқи таҳқиқоти Г.И. Щукина, «раванди ташаккули шавқу завқи маърифатӣ аз чанд марҳилаи асосӣ иборат аст: кунҷковӣ, ниёз ба дониш, эҳтиёҷоти маърифатӣ ва шавқи назариявӣ»[246, с. 30]. «Сохтори психологии шавқу завқи маърифатӣ маҷмуи беназири равандҳои эҳсосӣ, ихтиёрӣ ва тафаккури шахс мебошад. Дар баробари ин, ҷанбаҳои зеҳнӣ, иродаӣ ва эҳсосии шавқмандии маърифатӣ ҷузъҳои ҷудогонаи онро ташкил накарда, як куллияи ба ҳам алоқаманданд» [246, с. 30]. Масъалаи ташаккули раванду малакаи равонӣ мавзӯи асарҳои психологҳо ва педагогҳо мебошад, масалан: П.Я. Гальперин [45], А.Н. Кабанова-Меллер [84], З.А. Калмыкова [86], Ю.Н. Кулюткин [111,112], А.М. Матюшкин [137] ва Н.А. Менчинская [105]. Дар таҳқиқотҳои худ маҳорати фаъолияти маърифатӣ мавзӯи ҷалби махсус ба ҳисоб меравад, дар ҳоле, ки маҳорати тафаккур ҳамчун фаъолияти мушаххасе фаҳмида мешавад, ки дар ҷараёни ҳалли масъалаи мушаххаси конструктивӣ ташаккул меёбад. Бо дарназардошти таҳлили равандҳои зеҳнӣ, метавон ба хулосае омад, ки равандҳои рӯҳӣ (тафаккур), ки асоси фаъолияти маърифатии инсонро ташкил медиҳанд, ҳамчун воситаи муҳими ташаккули фаъолияти эҷодӣ - аз қабилҳои таҳлил, синтез, аналогия, муқоиса, тасниф ва дигар амалиётҳои фикрӣ - нақши калидӣ мебозанд. Мушкилоти ривож додани фаъолияти

эҷодӣ бо мушкилот» методикаи таълим зич алоқаманд аст. Тадқиқоти Б.Б. Есипов [72], И.Ю. Лернер [118], М.Н. Скаткип [212] ва дигарон дар инкишофи назариявию амалии методикаи таълим саҳми арзанда гузоштааст. Дар ин асарҳо усулҳои таълим ба таври зерин тасниф шудаанд:

- тасниф аз рӯи сарчашмаи дониш (И.Ю. Лордкипанидзе, И.Ю. Голант ва С.Г. Шаповаленко);

- таснифоти фаъолияти омӯзгор ва талаба (Б.В. Всевятский, И.А. Каиров, М.М. Левина);

- тасниф аз рӯи вазифаҳои таълимӣ (Б.Б. Есипов);

- тасниф аз рӯи доираи фаъолияти омӯзгорӣ (Е.А. Брунов ва М.А. Клементенко);

- тасниф аз рӯи сатҳи фаъолият (М.И. Махмутов).

Методи таснифоти пешниҳодкардаи И.Ю. Лернер ва М.Н. Скаткип, ки аз рӯи хусусияти фаъолияти донишҷӯён ва дараҷаи мустақилияти маърифатии онҳо пешниҳод шудааст, ҷолиби диққат аст. Дар ин тасниф усулҳо ба инҳо тақсим мешаванд:

- а) усулҳои тафсири ё усулҳои гирифтани иттилоот;

- б) усулҳои ба тартиб дарории такрорӣ;

- в) усулҳои таҳлили пурра ё дедуктивӣ;

- г) усулҳои таҳлилкунии мантиқӣ;

- г) усулҳои пешниҳоди шартӣ масъалаҳо.

Дар байни усул ва усулҳои таълим, ки дар курсҳои математика истифода мешаванд, роҳи таҷдиди донишҳо графикаи иттилоотӣ, усулҳои алгоритмӣ ва омӯзиши барномарезиро дар бар мегирад, дар ҳоле ки роҳи пурмахсули омӯзиши мушкилот, усулҳои дедуктивӣ ва усулҳои тадқиқотиро дар бар мегирад.

Фаъолияти эҷодӣ бо мушкилоте алоқаманд аст, ки эҷодкориро инкишоф медиҳанд. Эҷодкорӣ дар фаъолияти эҷодӣ инкишоф меёбад ва зоҳир мегардад. Муносибати ҳамаҷониба ва шахсӣ хеле муҳим аст, зеро муносибати ба фаъолият асос ёфта татбиқи охириро дар бар мегирад.

«Психологияи равандҳои ғайришахсӣ бояд бо психологияи фаъолияти инфиродӣ ё шахс иваз карда шавад» [10, с. 34].

Вале ташаккули фаъолияти эҷодӣ танҳо бо аз худ кардани маҳорати фаъолияти эҷодӣ маҳдуд намешавад. Баръакс, ба мазмуни барномаи таълим дохил намудани малакаю малакаҳои барои ҷустуҷӯи бомуваффақияти эҷодӣ ва ташкили мантиқии он зарурӣ шартӣ мебошад. Тавсия дода мешавад, ки ба системаи маҳорат ва маҳоратҳои марбут ба фаъолияти эҷодӣ инҳо дохил карда шаванд:

- қобилияти тавсифи дақиқи далелҳо ё мундариҷа;
- қобилияти зуд истихроҷи таърифҳо;
- қобилияти зуд баён кардани ақидаҳо ва дарёфти робитаҳо;
- қобилияти ҳамкорӣ барои ҳалли мушкилот;
- ҳисси ҷустуҷӯи роҳҳои ҳал;
- қобилияти интихоби иттилооти зарурӣ ва бартараф кардани иттилооти нолозим ва ғайра.

Ҳамин тариқ, фаъолияти эҷодии донишҷӯён фаъолиятест, ки назари нав ё ғайримуқаррариро дар бораи вазъияти мушаххас ба вуҷуд меорад ва дониш ё усулҳои нави ҳалли мушкилотро ба воқеият табдил медиҳад.

Дар раванди таълими математика фаъолияти эҷодӣ ва қобилиятҳои эҷодӣ пеш аз ҳама тавассути раванди ҳалли масъалаҳои эҷодӣ ошкор, ташаккул ва инкишоф меёбад. Мазмуни математикии ҳуди масъала ба мо имкон медиҳад, ки мафҳуми масъалаҳои математикии эҷодиро ҳаматарафа муайян кунем. Ю.М. Колягин [93] масъалаҳои математикии эҷодиро чунин муайян кардааст:

«Маҷмуи масъалаҳое, ки ба омӯзиши маводи нав, таърифи мантиқии мафҳумҳои риёзӣ ва татбиқи амалии қонунҳои муайяни математикӣ мусоидат мекунанд» [93].

«Маҷмуи масъалаҳое, ки донишҷӯёнро барои мустақилона кашф кардани ҳақиқати математикӣ дар заминаи нав ташвиқ мекунанд» [93].

«Маҷмуи масъалаҳое, ки донишҷӯёнро ба мустақилона ҷустуҷӯи роҳҳои исботи муқаррароти математикӣ, усулҳои ҳалли масъалаҳои мушаххас ва робитаи мафҳумҳои гуногуни математикӣ водор мекунанд» [93].

«Маҷмуи масъалаҳое, ки ба ташаккули қобилияти мустақилона умумӣ кардани донишҷӯён, самаранок истифода бурдани таҷриба, мушоҳида, муқоиса ва меёриҳо нигаронида шудаанд»[93].

«Маҷмуи масъалаҳое, ки ба ташаккули дарки ибтидоии донишҷӯён дар бораи мафҳумҳои алгебравӣ ва геометрӣ ба таври табиӣ нигаронида шудаанд»[93].

«Маҷмуи масъалаҳое, ки ба ташаккули қобилияти гузаронидани таҳқиқоти мустақилонаи донишҷӯён бо роҳи тафтиши натиҷаҳои ҳалли масъалаҳо, тағйир додани шароити масъала ва ғайра нигаронида шудаанд» [93].

«Маҷмуи масъалаҳое, ки барои ҳалли чандкарата имкон медиҳанд, аз ҷиҳати маърифатӣ ҷолибанд ва тарҳҳо ё роҳҳои ҳалли нав доранд»[93].

«Маҷмуи масъалаҳое, ки ба ташаккули хислатҳои тафаккури илмӣ дар донишҷӯён нигаронида шудаанд (тағйирпазирӣ, оригиналӣ, мақсаднокӣ, хотира, фароҳ ва амиқ, тафаккури интиқодӣ, возеҳият ва дурустии нутқ ва навиштан, асолат ва ғайра)»[93].

Дар ҷараёни таълим ин «маҷмуи масъалаҳо» ҳамеша бо ҳам алоқаманданд, вале ин тақсимот барои муайян кардани хусусияти таҳқиқоти донишҷӯён дар фаъолияти ҳалли масъалаҳои математикӣ зарур аст. Масъалаҳое, ки фаъолияти эҷодиро дар таълими математика инкишоф медиҳанд, бо маҳорату малакаҳое, ки барои муайян кардан ва инкишоф додани фаъолияти эҷодӣ дар раванди таълим заруранд, зич алоқаманданд. Биёед малакаҳоеро баррасӣ кунем, ки ба рушди фаъолияти эҷодӣ ва ташаккули эҷодиёти донишҷӯён нигаронида шудаанд, ки пеш аз ҳама ба фаъолиятҳое, ки донишҷӯён дар ҷараёни таълим иҷро мекунанд, ҳам такрорӣ ва ҳам эҷодӣ вобаста аст. Фаъолиятҳои такрорӣ бо такрори он чизе,

ки аллакай омӯхта шудааст, хос аст. Ин намуди фаъолият барои раванди таълим зарур аст. Бо вуҷуди ин, чунин амалро барои муайян кардани дараҷаи фаҳмиши донишҷӯён истифода бурдан мумкин нест, зеро танҳо бозгӯ кардани маводи қаблан омӯхташуда фаҳмиши амиқро инъикос намекунад. Эҳтимол, ин танҳо натиҷаи ёдоварӣ бошад.

Фаъолиятҳои алгоритмӣ дар асоси қоидаҳои муайян иҷро мешаванд ва онҳо ҳамчун алгоритмҳо шинохта мешаванд. Ин истилоҳ ба дастурҳои дақиқ оид ба иҷрои маҷмуи амалҳои асосӣ ва комилан фаҳмо бо тартиби қатъӣ муайяншуда барои ҳалли як синфи муайяни масъалаҳо дахл дорад. Муҳимтарин характеристикаҳои алгоритм дурустии иҷрои он мебошад, ки ба ҳеҷ гуна инхироф роҳ намедиҳад ва қобилияти ҳалли ҳамаи масъалаҳои синфи муайяне, ки барои онҳо алгоритми мушаххас навишта шудааст. Фаъолияти эвристикӣ бо иктишофӣ хос аст, аммо механизми татбиқи расмиёти зарурӣ ва амалиёти зарурӣ ҳанӯз равшан нест. Аз ин рӯ, барои инкишофи эҷодиёти донишҷӯён онҳоро бевосита ба фаъолияти эҷодӣ ва ҷустуҷӯӣ ҷалб кардан зарур аст. Аз ин лиҳоз дар ҷадвали 4 ба таври мухтасар хулосабарорӣ карда шудааст.

Ҷадвали 3. - Инкишофи фаъолият ва қобилиятҳои эҷодии донишҷӯён дар таълими математика

№	Ҷанбаи инкишоф	Тавсифи раванд	Нақши он дар таълими математика
1	Таълими масъалаҳои ғайристандартӣ	Пешниҳоди масъалаҳое, ки аз қолабҳои маъмулӣ берунанд	Рушди тафаккури эҷодӣ, таҳлилӣ ва қобилияти ҳалли масъалаҳои нав
2	Озодии фикр ва ташаббус	Фароҳам овардани муҳити озод барои ифодаи андеша ва пешниҳодҳои шахсӣ	Тақвияти эътимод ба худ ва ташаккули шахсияти мустақил
3	Моделсозии математикӣ	Истифодаи моделҳо барои фаҳмиши равандҳо ва ҳалли масъалаҳо	Рушди қобилияти таҳлили сохторӣ ва мантиқии масъалаҳо
4	Муҳокимаи гурӯҳӣ ва мубодилаи таҷриба	Баррасии муштарак ва муқоисаи роҳҳои ҳалли масъала	Рушди малакаи муошират, таҳаммулпазирӣ ва ҳамкорӣ

№	Ҷанбаи инкишоф	Тавсифи раванд	Нақши он дар таълими математика
5	Истифодаи методҳои инноватсионӣ	Татбиқи усулҳои нав, аз қабилӣ кейс-метод, лоиҳаҳо, бозии таълимӣ	Шавқмандсозии донишҷӯён ва фаъолгардонии қобилияти эҷодӣ
6	Ҳатошиносӣ ва худсанҷӣ	Таҳлили ҳатогиҳо ва дарки сабабҳои онҳо	Тақвияти масъулиятшиносӣ ва малакаи худтаҳлил
7	Хулосабарорӣ ва татбиқи дониш	Таҳияи хулосаҳо ва истифодаи дониш дар масъалаҳои нав	Рушди қобилияти интиқол ва татбиқи эҷодии дониш

Инкишофи фаъолият ва қобилиятҳои эҷодии донишҷӯён дар таълими математика як равандест, ки на танҳо ба баланд бардоштани сатҳи дониш, балки ба ташаккули шахсияти таҳқиқгар, мустақил ва эҷодкор мусоидат мекунад. Омӯзгорон бояд муҳити мусоид барои озодии фикр, мубодилаи таҷриба ва истифодаи методҳои инноватсионӣ фароҳам оваранд, то ки донишҷӯён тавонанд қобилиятҳои эҷодии худро дар раванди таълим пурра инкишоф диҳанд.

2.3. Роҳҳои инкишофи фаъолияти эҷодии донишҷӯён дар раванди ҳалли масъалаҳои ғайристандартии математикӣ.

Самти асосии инкишофи фаъолияти эҷодии донишҷӯён иштироки онҳо дар раванди ҳалли масъалаҳои эҷодӣ мебошад (Ю.М. Колягин, Л.М. Фридман, Д.И. Богоявленский, Г. Боя ва ғайра).

Ю.М. Колягин зимни тадқиқи мавқеи масъалаҳо дар таълимӣ математика ба хулосае омадааст, ки «ҳалли масъалаҳо воситаи асосии ташаккули малакаҳои математикии донишҷӯён ва ташаккули унсурҳои тафаккури эҷодӣ мебошад, ки сифати таълим ва сифати таълимро дар ҷараёни омӯзиши фанҳои математика дар мактабҳо хеле баланд мебардорад»[93].

Богоявленский дар далели мантиқи истифодаи васеи масъалаҳо дар таълим кайд карда буд: «Ҳар гуна мундариҷа вақте, ки ба як масъалаи

мушаххас барои омӯзиш, роҳнамоӣ ва ҳавасмандгардони фаъолияти таълимӣ ташаккул ёбад, он гоҳ фан мешавад» [26, с. 247].

Л.М. Фридман қайд мекунад, ки «истифодаи ҳалли масъалаҳо ҳамчун усули ибтидоии таълим ва ҳамчун воситаи азхудкунии донишҳои нав барои донишҷӯён мебошад ва ба андешаи мо, воситаи ҳалли масъалаи инкишофи донишҷӯён мебошад» [228, с. 8].

Таҳқиқотҳо тасдиқ мекунанд, ки таълими масъалавӣ муҳимтарин усули таълим мебошад. Маҳорати ҳалли масъалаҳо ба донишҷӯён барои аз худ кардани сохторҳои дониш ва малакаҳои кори мустақилона бо огоҳӣ ва қатъият, инкишоф додани қобилияти тафаккури онҳо ва ҳавасманд кардани фаъолияти эҷодӣ мусоидат мекунад.

Омӯзиш дар асоси масъалаҳо ба донишҷӯён барои инкишоф додани малакаҳои гуногуни тафаккур кӯмак мекунад, ба монанди:

- а) қобилияти гузаштан аз тафаккури пеш ба тафаккури баръакс (тартиб додани ва ҳал намудани баръакси масъала);
- б) қобилияти тасаввур кардани фазой, яъне кашидани расмҳо дар асоси вазъияти воқеии масъала;
- в) қобилияти дарёфти роҳҳои гуногуни ҳалли як масъала;
- г) қобилияти дарёфти роҳҳои бештари мантиқӣ;
- д) қобилияти ба воситаи аналогия хулоса баровардан.

Масъалаҳоро интихоб кардан лозим аст, ки ба қобилияти донишҷӯён мувофиқ бошанд. Агар супориш аз дониши донишҷӯён дида душвор бошад, донишҷӯён умеди иҷрои онро аз даст медиҳанд. Баръакс, агар хеле осон бошад (аз дониши донишҷӯён дида осонтар бошад), донишҷӯён барои ҳалли он кӯшиш намекунанд. Дар ҳар ду ҳолат шавқи донишҷӯён ба ҳалли масъала гум мешавад. Бинобар ин, масъала бояд дар «минтақаи рушди тахминӣ»-донишҷӯён ҷойгир карда шавад.

Фаъолиятҳои омӯзишии донишҷӯёнро тавре ташкил кардан муҳим аст, ки онҳо ҳатто аз ибтидо ба муваффақиятҳои ночизтарин ноил шаванд. Ин ба рушди шавқи онҳо ба фанни омӯхташаванда мусоидат мекунад.

Методистони риёзӣ усулҳои гуногуни рушди эҷодиёти донишҷӯёнро меомӯзанд, ки барои фаъолияти эҷодӣ заруранд. Дар байни ин усулҳо ба фаъолияти илмӣ ҷалб намудани студентон мебошад. Ин масъала дар асарҳои И.Д. Волкова, Б.А. Вайкуле, Т.Б. Раҷабов ва дигарон баррасӣ шудааст. Г.К. Левицкая ва М.Л. Левицкий барин бисёр муаллифон қайд мекунанд, ки принсипи пурсиш асоси инкишофи эҷодиёти донишҷӯён мебошад.

Н.Д. Волкова, Ю.М. Колягин ва дигарон чунин мешуморанд, ки таълими мушкилотӣ усули самараноки инкишофи фаъолияти эҷодии донишҷӯён мебошад. В.В. Репев, Г. Боя ва Ю.М. Колягин чунин мешуморанд, ки усули таълими дедуктивӣ ба инкишофи фаъолияти эҷодии донишҷӯён: мушоҳида, муқоиса, умумӣ, ташбеҳ ва таҷриба мусоидат мекунад.

Рушди фаъолияти эҷодӣ метавонад дар марҳилаҳои гуногуни ҳалли масъалаҳо ба амал ояд. Муваффақият дар ҳар як марҳила инкишофи малакаҳои мувофиқро талаб мекунад. Аз ин рӯ, дар марҳилаи аввал донишҷӯён бо ҷанбаҳои асосии ҳалли масъалаҳо шинос карда мешаванд. Тавсия дода мешавад, ки ба донишҷӯён тарзи тартиб додани нақшаи ҳалли масъалаҳо, муайян кардани шароити зарурӣ ва маълум, тартиб додани пайдарпайии амалҳо ва баррасӣ кардани шаклҳои гуногуни санҷиш барои пешгирӣ ва ислоҳи роҳҳои ҳалли нодуруст омӯзонда шавад. Дар қадами навбатӣ фарзия пешниҳод карда мешавад. Қобилияти пешниҳод кардани фарзия як маҳорати муҳим барои мусоидат ба рушди фаъолияти эҷодӣ мебошад.

Ҳамин тариқ, дар раванди ҳалли масъалаҳо нуқтаҳои асосии зеринро метавон ҷудо кард:

➤ дарк ва тартиб дарории вазъият;

- муайян кардани унсурҳои номаълум;
- дарки масъала ва муайян кардани моҳияти он;
- ташаккули фарзӣи илмӣи ҳалли масъала ва муайянсозии усули мушаххаси татбиқи он ҳамчун марҳилаи ибтидоии раванди таҳқиқотӣ ба ҳисоб меравад;

- амалисозии раванди ҳалли масъала дар асоси фарзӣи пешниҳодшуда ва санҷиши мутобиқати натиҷаҳои бадастомада бо маълумоти ибтидоӣ, ҳамчун марҳилаи тасдиқ ва таҳкими дурустии равиши интиҳобшуда арзёбӣ мегардад.

Дар ҳалли масъалаҳо, дарки эҳсосии вазифаи дар пешистода муҳим аст, зеро он ба фаъолияти тахайюли эҷодӣ таъсири назаррас мерасонад. Тахайюл, ки дар посух ба хоҳишҳо ва шавқу рағбати донишҷӯён инкишоф ёфтааст, дар кори эҷодии онҳо таҷассум меёбад. Идоракунии муташаққилона ва самараноки фаъолиятӣ эҷодии донишҷӯён аҳамияти калон дорад.

Б.Б. Коротяев [100] дар бораи назорати омӯзгор аз болои фаъолияти эҷодии мактаббачагон ва имкони ислоҳи он сухан меронад. В.С. Шубинский идоракунии фаъолияти эҷодиро шартан ба намудҳои нарм, нимсаҳт ва саҳт тақсим кардааст.

Дар ҳолати назорати ғайриқатъӣ «воҳурии» аввалини донишҷӯёнро бо падидаи нав ташкил кардан кифоя аст: ба онҳо ягон фактро нақл кардан, ба онҳо водор кардани ин факт, оиди ин факт савол гузоштан, ё ба вучуд овардани вазъияти эмотсионалӣ. Минбаъд ҳуди донишҷӯ марҳилаҳои ташаккули раванди эҷодиро тай мекунад - аз дарки навоварии фактҳои рӯбарӯшуда то ислоҳи саволҳои эҷодие, ки аз ҷониби омӯзгор пешниҳод мегарданд ва то расидан ба сатҳи фаъолияти ғайришуури майна.

«Омӯзгор бо назорати қатъӣ ҳамаи ва ё аксарияти «қадамҳои» вазъияти эҷодиро назорат мекунад; дар мавриди назорати нимқатъӣ баъзе аз онҳоро тахти назорат мегирад» [244, с. 49].

Дар тадқиқотҳои Б.Ю. Гальперин, В.В. Давыдов, Е.Н. Кабанова-Миллер, А.Н. Леонтьев, И.К.А. Меншинская, М.В. Талес ва дигарон, моделҳои гуногуни назариявии таълим ва идоракунии фаъолияти ақлии донишчӯён мавриди баррасӣ қарор гирифтанд. Онҳо як қатор омилҳои умумиро муайян намуданд, ки заминаи ташаккули фаъолияти эҷодӣ дар раванди ҳалли масъалаҳои математикӣ ба ҳисоб мераванд, аз ҷумла ҷалби пайвастаи донишчӯён ба ҳалли масъалаҳои эҷодӣ, инкишоф додани тасаввуроти донишчӯён дар бораи марҳилаҳои асосии раванди эҷодии масъалаҳо ва ба кор бурдани бошууронаи онҳо; ва ҳавасмандии онҳо ба ин намуди фаъолият.

Ҳамин тариқ, фаъол шудани фаъолияти эҷодии донишчӯён вобаста аст ба ҷалби донишчӯён ба ҳалли масъалаҳои эҷодӣ.

Раванди ҳалли масъалаҳои эҷодӣ бо зуҳури хусусиятҳои муайяни фаъолияти эҷодӣ ҳамроҳ мешавад:

- а) мустақилона интиқол додани дониш ва малака ба вазъияти нав;
- б) ташаккули тасвири визуалии масъалаи нав дар асоси вазъияти маълум ва маълумоти мавҷуда;
- в) татбиқи мустақилонаи усулҳои маъмул ва қаблан омӯхташудаи фаъолият дар шароити нав ва ғайристандартӣ;
- г) моделсозии равшани роҳҳои эҳтимолии ҳалли масъалаи пешниҳодшуда бо дарназардошти имкониятҳои назариявӣ ва амалӣ;
- ғ) таҳияи усули комилан инноватсионии ҳалли масъала, ки аз равишҳои мавҷуда фарқ дошта, хусусияти эҷодӣ ва таҳқиқотӣ дорад;
- д) ҳамгироии мантиқии усулҳои маъруфи ҳалли масъалаҳо бо мақсади баланд бардоштани самаранокии раванди таҳлил ва татбиқ.

Ҳар як ҳалли масъалаи нав, чунон ки маълум аст, ба асоси масъалаҳои ҳалшуда асос меёбад. Интиқоли ҳал фаъолияти аналитикӣ ва синтетикиро дар бар мегирад. Асоси интиқол умумӣ аст, ки дар натиҷаи таҳлил робитаҳои муҳимро ошкор мекунад. Барои муайян кардани омодагии донишчӯён ба интиқол, метавонем масъалаҳое, ки интиқоли донишро

байни бахшҳо ва параграфҳои дар дохили мавзӯ буда ва инчунин байни фанҳои омӯзишӣ пешниҳод намоем.

Яке аз хусусиятҳои фаъолияти эҷодӣ, ба монанди дарки мушкилоти нав дар вазъияти муайян, маҳорати савол додан оид ба моҳияти шарти вазъият, ҳуди вазъият, дида тавонишҳои ҷиҳатҳои нави объекти шиносро дар бар мегирад.

Бо мақсади муайян сохтани он ки оё донишҷӯён дорои чунин хусусият мебошанд, метавон масъалаҳое пешниҳод кард, ки дорои хусусиятҳои зеринанд:

-дар чунин масъалаҳо зарур аст, ки донишҷӯён фарқиятҳоро дар шароити якхела муайян намоянд.

-вобаста ба масъалаҳо ба омӯзгор саволҳо додан лозим аст;

-истифодаи гуногуни мафҳумҳои муайян.

Қобилияти мустақилона пайвастанӣ усулҳои маълуми фаъолият дар ҳолатҳои нав дар қобилияти муайян намудани унсурҳои объектҳо, робитаҳо ва муқаррар намудани муносибатҳои байни онҳо ифода меёбад. Усулҳои муайян кардани он, ки донишҷӯён ин хусусиятро доранд, метавонанд масъалаҳоро дар бар гиранд, ки муносибатҳои байни элементҳоро муқаррар мекунанд, объектҳоро тасвир мекунанд ва унсурҳои асосиро муайян мекунанд.

Хусусиятҳои фаъолияти эҷодӣ дар бар мегиранд: қобилияти визуализатсияи роҳҳои эҳтимолии ҳалли масъала, тавоноии дарки чандин роҳҳои ҳалли як масъала ва ҳалли якчанд мушкилот, инчунин малакаи таҳлили масъалаҳо аз дидгоҳҳои гуногун, ки ба тавсеаи тафаккури эҷодӣ ва таҳкими қобилияти таҳлил мусоидат менамоянд. Усулҳои муайян кардани он, ки донишҷӯён ин хислатро доранд, метавонанд вазифаҳоро дар бар гиранд, ки ҳалли сершумор ва вазифаҳоро дар бар мегиранд, ки дорои якчанд усулҳои ҳал мебошанд. Усулҳои асосии ҳалли масъалаҳо инҳоянд: равиши таҳлилӣ, графикӣ, равиши векторӣ, муносибати координатӣ ва ғайра.

Яке аз хусусиятҳои фаъолияти эҷодӣ ҳамгироии усулҳои маълум ба усулҳои нав мебошад. Ин хусусият дар қобилияти донишҷӯён барои ҳалли масъалаҳои мураккаб, тавлиди ҳулосаҳои мантиқӣ аз масъалаҳои қаблан ҳалшуда, таҳлили роҳҳои ҳалли баръакс ва татбиқи амалии ҳулосаҳои бадастомада дар шароити воқеӣ таҷассум меёбад. Аз ҳамин сабаб, ворид намудани масъалаҳои эҷодӣ ба раванди таълим ба рушди фаъолияти эҷодии донишҷӯён мусоидат мекунад ва дар натиҷа, қобилияти эҷодии онҳо рушд меёбад.

Барои муайян кардани роҳҳои инкишоф додани фаъолияти эҷодии донишҷӯён дар омӯзиши математика нуқтаҳои зеринро ба назар гирифтаем:

1. Ба назар гирифтани донишу малакаҳои, ки донишҷӯён дар раванди таълим дар мактабҳои асосӣ ва онҳое, ки дар вақти омӯхтани фанҳои математика ҳосил кардаанд.

2. Қобилияти визуалӣ ва истифодаи масъалаҳо бо мақсади рушди интуиция ва тасаввуроти донишҷӯён.

3. Баррасии масъалаҳои ҷолиб ва серҷабҳа, ки ба ташаккули шавқу завқи маърифатии донишҷӯён мусоидат менамояд.

4. Амалии омӯзиши математика. Ин ба касбу кор, ҳаёти реалӣ, маданияту санъат алоқаи зич дорад.

5. Қабули усулҳои фаъоли омӯзиш.

6. Таъмини дастурҳои таълимию методӣ: маводи чопӣ ва воситаҳои гуногуни таълим.

Ҳангоми таҳлили талаботи инкишофи фаъолияти эҷодии донишҷӯён дар рафти ҳалли масъалаҳо зарур аст, ки хусусиятҳои фаъолияти эҷодӣ ба назар гирифта шаванд.

Якум дараҷа, аз мазмуни фаъолияти эҷодии толибилм, ангежа ва ҳадафҳои ӯ иборат мебошад. Дар ин ҳолат агар донишҷӯ ба фаъолият мазмуни эҷодӣ рӯй биёрад, нерӯи эҷодии ӯ амалӣ мегардад. Барои донишҷӯёни бомаҳорат, ин дар ҷустуҷӯи роҳҳои нав ва татбиқи натиҷаҳо дар ҳолатҳои дигар зоҳир мешавад. Барои донишҷӯёне, ки

нишондиҳандаҳои миёна ё сусти доранд, ин дар ёфтани роҳи ҳалли онҳо тавассути саволҳои пешбарӣ зоҳир мешавад (бо ин роҳ, иқтисоди эҷодии ин донишҷӯён амалӣ мешавад, зеро барои онҳо эҷодкорӣ дар ноил шудан ба тадриҷан ба ҳалли шахсии мушкилоти гузошташуда аст ва донишҷӯ ҳар дафъа чизи навро кашф мекунад). Ҳамин тариқ, ҳар як донишҷӯ имкон дорад, ки қобилияти эҷодии худро мувофиқи қобилияти худ инкишоф диҳад.

Хусусияти дуюм мавҷудияти вазъияти мушкилотӣ ё мушкилот аст. Мафҳуми эҷодкорӣ барои ҳар як донишҷӯ субъективӣ аст. Барои баъзе донишҷӯён, ин як ҳолати муқаррарӣ, стандартӣ ва ғайриэҷодӣ аст, ки муносибати навро талаб намекунад. Барои дигарон ин натиҷаи омӯзиши дарозмуддат аст, ки дар давоми он донишҷӯ чизи навро кашф мекунад.

Аломати сеюми фаъолияти эҷодӣ дар он аст, ки донишҷӯ натиҷаи омӯзиши худро тавлид мекунад (ҳалли мустақил ё исботи далелҳои номаълум, муносибати оригиналӣ ба ҳалли масъала, ҷамъбасти масъалаи мушаххас ва ғ.).

Дар асоси аломатҳои дар боло зикргардидаи фаъолияти эҷодӣ метавонем вазифаҳои эҷодии ғайристандартиро муайян кунем, ки ба донишҷӯён таҷрибаҳои фаъолияти эҷодӣ мусоидат мекунанд.

Ин навъи масъалаҳо бояд дорои хусусиятҳои зерин бошанд:

1. масъалаҳо, ки ба муайянсозӣ ва таҳияи намунаҳои мушаххас равона шудаанд;
2. масъалаҳо барои дарёфти қолабҳои умумӣ ва фарқгузориҳои хосиятҳои шаклҳо;
3. Таҳқиқи илмӣ объектҳо бо ҳадафи муайянсозии хусусиятҳои сохторӣ ва функционалиҳои онҳо дар шароити муайян.
4. Гузаронидани таҷрибаҳо ва машқҳои амалӣ ҷиҳати таҳияи воситаҳои аёни, ки барои муайян кардани хосиятҳои муҳими объектҳо мусоидат мекунанд.

5. Масъалаҳое, ки дорои равишҳои гуногуни методологии ҳаллианд ва имкони татбиқи стратегияҳои мухталифро фароҳам месозанд.

6. Масъалаҳое, ки мустақилона таҳияи саволро дар асоси вазъияти мушаххас талаб мекунанд;

7. Сохтани модели ҳар як объект, ки маасъаларо ташкил медиҳад.

Масъалаҳои эҷодии ғайристандартӣ бояд дорои хусусиятҳои зерин бошанд:

– дар бар гирифтани унсурҳои нав ва шавқовар, ки ба густариши таваҷҷуҳи маърифатии донишҷӯён мусоидат менамоянд;

– фарогирии унсурҳои фаъолияти тадқиқотӣ ва кори мустақилона.

– донишҷӯёнро ба дарёфти далелу усулҳои нав ва дар натиҷа гирифтани донишҳои нав ташвиқ кунад;

– баррасӣ намудани равишҳои гуногуни ҳалли масъала ва гуногунии натиҷаҳои имконпазир;

– дар баъзе мавридҳо маълумот ва фактҳоеро, ки барои қабули қарор нолозим ё нокифоя мебошанд, баррасӣ намояд;

– ба инкишофи фазои тафаккур, ҳаёлот ва интуиция мусоидат кунад.

Бо мақсади фаҳмидани он ки донишҷӯён дар раванди ҳалли чунин масъалаҳо фаъолияти эҷодии худро чӣ гуна ташкил менамоянд, мо марҳилаҳои асосии раванди эҷодиро ҳамчун пояи ҳар гуна фаъолияти эҷодӣ мавриди таҳлил қарор медиҳем.

Марҳилаи аввали фаъолияти эҷодӣ марҳилаи шинохти мушкилот, таҳия ва таҳияи роҳҳои ҳалли масъала мебошад. Фаъолияти эҷодии зеҳнӣ танҳо вақте ба миён меояд, ки мушкилот ба миён меоянд. Марҳилаи асосии ибтидоии раванди эҷодӣ таҳияи мушаххаси масъала мебошад.

Марҳилаи дуюм марҳилаи ҳалли мушкилоти асосӣ мебошад, ки дар он «калиди» ҳалли он бояд пайдо шавад. Асоси ин марҳила дониши инсонӣ аст, аз ин рӯ фаъолияти эҷодии донишҷӯён аз дониш ва ғояҳое, ки онҳо таҳия кардаанд, ҷудонашаванда аст.

Марҳилаи сеюм татбиқи ҳалли мушкилоти асосӣ мебошад, ки дар он ҳалли асосӣ шакли мушаххас мегирад. Ин тавассути така ба дониш, технологияҳо ва усулҳои корӣ ба даст оварда мешавад.

Донишҷӯён метавонанд фаъолияти эҷодии худро тавассути ташаббуси эҷодӣ ва истиқлолият дар ҷустуҷӯи роҳҳои ҳалли мушкилот, системаҳои махсуси таълимӣ, машғулиятҳо, вазъиятҳои ғайриоддӣ ва ғайристандартӣ, кашф кардани робитаҳои номаълум байни объектҳои омӯзиш ва ғайра равона кунанд. Ҳадафи асосии онҳо ба таври мухтасар дар Ҷадвали 5 оварда шудааст.

Ҷадвали 5. - Ҷанбаҳои методии инкишофи фаъолияти эҷодӣ дар ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ

№	Ҷанбаи методӣ	Мазмун ва тавсиф	Нақши он дар инкишофи қобилияти эҷодӣ
1	Эҷоди муҳити озоди фикр	Фароҳам овардани шароити озод барои ифодаи андеша ва озмоиши роҳҳои нав	Рушди ташаббус, озодии фикр ва эътимод ба худ
2	Истифодаи масъалаҳои кушода	Пешниҳоди масъалаҳое, ки як ҷавоби ягона надоранд	Таҳкими тафаккури эҷодӣ ва қобилияти таҳлили чандҷониба
3	Ташвиқи фикрронӣ ва саволгузорӣ	Роҳнамоӣ ба донишҷӯён барои савол додан ва таҳлили равандҳо	Рушди малакаи таҳқиқотӣ ва тафаккури интиқодӣ
4	Моделсозии равандҳои фикрӣ	Омӯзиши равишҳои фикрронӣ тавассути моделҳо ва диаграммаҳо	Дарки сохтори фикр ва таҳкими мантиқ
5	Муҳокимаи гурӯҳӣ ва мубодилаи таҷриба	Ташкили муҳокимаи муштарақ ва мубодилаи роҳҳои ҳалли масъала	Рушди малакаи муошират, ҳамкорӣ ва таҳаммулпазирӣ
6	Истифодаи методҳои инноватсионӣ	Татбиқи усулҳои нав, аз қабилӣ кейс-метод, методи лоиҳа, бозии таълимӣ	Тақвияти шавқ, фаъолият ва эҷодкорӣ дар муҳити таълимӣ
7	Таҳлили хатогиҳо ва худсанҷӣ	Омӯзиши хатогиҳо ва баррасии сабабҳои онҳо	Рушди масъулиятшиносӣ ва малакаи худтаҳлил
8	Хулосабарорӣ ва татбиқи дониш	Таҳияи хулосаҳо ва истифодаи дониш дар масъалаҳои нав	Тақвияти қобилияти интиқол ва татбиқи эҷодии дониш

Ҳамин тавр, дар дарсҳои математика фаъолияти эҷодии донишҷӯён тавассути раванди ҳалли масъалаҳои эҷодӣ ташаккул меёбад.

Дарсҳое, ки дар онҳо муаллимон барои рушди таҷрибаи эҷодии хонандагон кӯшиш мекунанд, дарсҳое мебошанд, ки дар онҳо хонандагон мустақилона чизҳои нав эҷод мекунанд ва натиҷаҳои кори худро мустақилона таҳлил мекунанд.

«Ғайр аз ин, дар раванди ташкили фаъолияти эҷодӣ мо хусусиятҳои шаклҳои гуногуни ташкилро, ки ба рушди эҷодиёти донишҷӯён ҳангоми иҷрои супоришҳо таъсири мусбат мерасонанд, ба таври комил ба назар гирифтем: – дар шакли ташкили инфиродӣ, омӯзгорон метавонанд дараҷаи мураккабӣ ва душвории масъалаҳоро мутобиқ созанд ва бо дарназардошти сатҳи инкишофи эҷодии донишҷӯён дастгирӣ намоянд» [164].

«Дар шакли кори гурӯҳӣ донишҷӯён имкон доранд, ки дар асоси вобастагии ҳамдигар тибқи нақшаи мувофиқашуда ё пайдарпайии супоришҳо якҷоя супоришҳоро иҷро намоянд» [119].

«Қабули шакли кори гурӯҳӣ метавонад монеаҳои равониро аз байн барад ва ба истифодаи усулҳои тафаккури иғвоангез мусоидат намояд» [103].

«Тавассути омӯзиши ташкилии гурӯҳӣ донишҷӯён ҳамчун як дастаи муттаҳид ҳисобида мешаванд, ки дар он ҳадафҳо ва масъалаҳои умумӣ ва ҳамкориҳои фаъоли байни ҳамаи донишҷӯён сатҳи баланди ҳамбастагӣ ва ҳамдигарфаҳмиро дар раванди фаъолияти эҷодӣ таъмин мекунанд» [11]

Ҳангоми иҷрои масъалаҳо интихоби маҷмуи шаклҳои ташкили фаъолият аз ҳадафи иҷрои масъалаҳо ва мураккабии он вобаста аст.

Ҳамин тариқ, дар чараёни татбиқи фаъолияти эҷодии донишҷӯён интихоби омезиши шаклҳои ташкили таълим фаъолияти муштаракӣ омӯзгор ва донишҷӯёнро ба танзим мебарорад, муносибати байни шахсон ва гурӯҳҳоро дар раванди таълим, шавқу завқи донишҷӯён ба фаъолияти эҷодӣ, усулҳои роҳбарии омӯзгор муайян менамояд.

Хулосаи боби дуюм

1. Таҳлили адабиёти психологию педагогӣ ва методӣ оид ба мафҳумҳо, ба монанди эҷодкорӣ, қобилияти эҷодӣ ва фаъолияти эҷодӣ андешаҳои гуногуни илмиро ошкор намуд.

Бархе муҳаққиқон чунин мешуморанд, ки хусусияти асосии фаъолияти эҷодӣ он аст, ки маҳсули инноватсионӣ бояд нав ва аҳамияти иҷтимоӣ дошта бошад, баъзеи дигар онро бо навоварии субъективӣ маҳдуд мекунанд.

Бархе аз муҳаққиқон ба натиҷаҳои бадастомада таваҷҷуҳ мекунанд, баъзеи дигар ба ҷанбаҳои мурофиавии масъала таваҷҷуҳ мекунанд.

2. Дар айни замон масъалаи инкишофи эҷодиёт аз фаровонии истилохот, тафсирҳои норавшани мафҳумҳои асосӣ ва набудани стратегияҳои возеҳи ташкили фаъолияти эҷодии донишҷӯён азият мекашад.

3. Инкишофи қобилияти эҷодӣ натиҷаи омӯзиши мақсаднок дар фаъолияти эҷодии донишҷӯён мебошад.

4. Мо инкишофи эҷодиёти донишҷӯёнро аз нуқтаи назари азхудкунии шахсии онҳо дар ҷараёни ҳалли масъалаҳои эҷодӣ мебинем, ки маҳорати дарёфти роҳҳои ҳалли масъала, татбиқи дониш дар шароити нав ва аз рӯи усулҳои алгоритмӣ ва эвристии эҷодкорӣ ихтироъ кардани ашёи навро дар бар мегирад.

5. Сабаби муҳим будани масъалаи тарбияи эҷодии донишҷӯён дар он аст, ки дар замони навсозии низоми таҳсилоти имрӯза мушкилоти зиёди амалӣ ба миён омада, ҳалли илмиро тақозо намуда, талабот ба қобилияти хатмкунандагони муассисаҳои таълимӣ рӯз то рӯз меафзояд, дар ҳоле ки таҳқиқот дар ин мавзӯ дар назария ва амалияи таълим ба кадри кофӣ амиқ нест.

БОБИ 3. ОЗМОИШИ ПЕДАГОГӢ ОИД БА МУАЙЯН КАРДАНИ САТӢИ ДОНИШИ ДОНИШЧӢӢН БО ИСТИФОДАИ МАВОДИ МАСЪАЛАӢОИ ӢАЙРИСТАНДАРТӢ ДАР РАВАНДИ ТАЪЛИМИ МАТЕМАТИКАИ МУАССИСАӢОИ ТАӢСИЛОТИ ОЛИИ КАСБИ ОМУӢЗГОРӢ

3.1. Методикаи дохилкунии маводи масъалаӢои ӢайристандартӢ ба курси математика Ӣамчун яке аз воситаӢои баланд бардоштани дониши математикии донишчӢӢн

Дар стандартӢои таълимии амалкунандаи таӢсилоти олии касбӢ ва наӢшаӢои мақсадноки таълими математикаи элементарӢ барои омуӢзгорони ояндаи фанни математика, мақсадӢо ба таври фаӢмо, вале на он қадар возеӢ нишон дода шудаанд. МақсадӢои ибтидоии муайяншуда дар ин самт асосан ба ташаккули шавқу рағбати донишчӢӢн ба фанни математика, дарки мазмун ва фаӢмиши амиқи он равона гардидаанд. Ӣангоми ворид намудани мавзуӢӢо ба ин курс, қисман аз намудӢо ва воситаӢои маъмул, ба мисли пешниӢоди маълумот дар бораи далелӢо ва масъалаӢои гуногун дар доираи барномаӢои таълимии математика истифода мешавад.

Ташаккули сифатӢои тамоюли касбӢ дар омуӢзгорони ояндаи математика, ки ба истифодаи масъалаӢои ӢайристандартӢ алоқаманд аст, гарчанде амалӢ мегардад, аксаран лаӢзагӢ, Ӣайримақсаднок ва анъанавӢ сурат мегирад. То имрӯз масъалаӢои асосии методӢ - аз ҷумла, чаро, чӢ гуна ва дар кадом сатӢ бояд омуӢзгорони ояндаи математика барои истифодаи масъалаӢои ӢайристандартӢ дар таълими фан, хусусан математика, омода шаванд - Ӣанӯз ҷавоби дақиқ наёфтаанд.

НатиҷаӢои таӢлили пурсиши анҷомдодашуда миёни донишчӢӢни ихтисоси омуӢзгори математика дар мавриди муносибати онӢо ба татбиқи масъалаӢои ӢайристандартӢ дар раванди таълими математика (аз ҷумла масъалаӢое, ки ба муӢтавои барномаи таълимӢ мувофиқанд, вале Ӣангоми Ӣалли онӢо истифодаи фикрронии мантиқӢ зарур аст) ва корӢои санҷишӢ

чиҳати муайянсозии сатҳи воқеии донишҳои математикӣ, чунин тамоюлҳоро инъикос менамояд:

- Танҳо 8% донишҷӯён бар он назаранд, ки ворид намудани масъалаҳои ғайристандартӣ ба раванди таълими математика метавонад дар ташаккули муносибати мусбат нисбат ба фан нақши мусоид дошта бошад.

- Аксарияти пурсидашудагон (92%) робитаи мустақими масъалаҳои ғайристандартиро бо самтҳои касбии ояндаи худ дарк накардаанд. Бо вучуди ин, омӯзиши чунин масъалаҳоро дар шакли корҳои мустақилона, саволномаҳои имтиҳонӣ, озмунҳои фанӣ ва масъалаҳои пешниҳодшуда дар китобҳои дарсӣ қобили қабул ва писанд арзёбӣ менамоянд.

Ҳамзамон, натиҷаи пурсиши гузаронидашуда миёни омӯзгорони фанни математика нишон медиҳад, ки:

- Аксарияти омӯзгорон (96%) масъалаҳои ғайристандартиро асосан дар доираи фаъолиятҳои берун аз синф ва корҳои илмӣ-таҳқиқотӣ истифода мекунанд, ки ҳадафи он бедор намудани шавқу ҳаваси донишҷӯён ба фан мебошад.

- Дар чараёни дарсҳои синфӣ, чунин масъалаҳо танҳо дар ҳолатҳои зарурӣ пешниҳод мегарданд ва аксар омӯзгорон зарурати истифодаи мунтазам ва системавии онҳо дар муҳити синфиро эҳсос намеkunанд.

- Дар натиҷа, 70% омӯзгорон сатҳи дарки маҳоратии худ нисбат ба масъалаҳои ғайристандартиро ноқофӣ арзёбӣ намудаанд, гарчанде ки ин навъи масъалаҳо ба фаъолияти касбӣ ва фарҳангии худ марбут намешуморанд.

Маводи дорои масъалаҳои ғайристандартӣ дар курси математика ҳамчун воситаи муҳими ағъиятсозии моҳияти таълимӣ амал намуда, дорои хусусиятҳои хоси методологӣ ва дидактикӣ мебошад. Вақте ки омӯзгор дар раванди машғулияти таълимӣ масъалаҳои ғайристандартиро ҳамчун маводи иловагӣ истифода мекунад, ин раванд одатан бо маҳорати эҷодӣ ҳамроҳ буда, ба таҳкими мантиқ ва тафаккури донишҷӯён таъсири амиқ

мерасонад. Махсусан, чунин масъалаҳо бо аслияти худ нисбат ба маводи стандартӣ таъсиргузортар арзёбӣ мешаванд.

Истифодаи масъалаҳои ғайристандартӣ ба рушди қобилияти мушоҳидакорӣ ва тафаккури таҳлилӣ дар донишҷӯён мусоидат намуда, ба омӯзгор имкон медиҳад, ки таҷрибаи шахсии худро дар шакли мушоҳидаи мустақилона ва таҳлили назариявӣ татбиқ намояд. Ин навъи мавод дар ташаккули фаъолнокии зеҳнӣ ва бедорсозии шавқи донишҷӯён ҳангоми омӯзиши назарияҳои алоҳидаи математика аҳамияти назаррас дорад.

Омӯзгорон метавонанд масъалаҳои ғайристандартиро, бахусус дар бобҳои калидии фан, аз ҷумла «ифодаҳои алгебравӣ ва муодилаҳои алгебравӣ», ба дарс ворид намуда, фаъолияти эҷодии донишҷӯёнро таҳрик бахшанд ва онҳоро ба самти ташаккули малакаҳои мустақилона ҳидоят намоянд.

Дар муассисаҳои таҳсилоти олии касбии омӯзгорӣ, мавзӯи табдилдиҳии ифодаҳо дар математика ҳамчун боби алоҳида баррасӣ мегардад. Ин мавзӯ дар қисмҳои гуногуни фанни математика татбиқ шуда, истифодаи масъалаҳои ғайристандартӣ имконият фароҳам меорад, ки муҳтавои он бо амиқият ва самаранокии бештар омӯзонда шавад.

Табдилдиҳии ифодаҳо яке аз шохаҳои асосии алгебраи мактабӣ ба ҳисоб меравад. Ва дар тамоми курси математика аз ҷумла дар синфҳои ибтидоӣ низ омӯхта мешавад.

Дар курси математикаи мактаби ду синфи асосии ифодаҳоро ҷудо мекунанд: алгебравӣ ва ғайриалгебравӣ (трансцендентӣ)

Ва ин қисми ҷудо шудаи ифодаҳо ба зерсинфҳои зерин ҷудо мешаванд.

Ифодаҳои алгебравӣ ҷудо мешавад ба:

- Ратсионалии бутун
- Якаъзогӣ
- Бисёраъзогӣ (дараҷаи якум, дараҷаи дуум ва дараҷаи олӣ)
- Ратсионалии касрӣ
- Ирратсионалӣ

- Ифодаҳои ғайриалгебравӣ (трансцендентӣ) чудо мешавад ба
- Тригонометрӣ
- Нишондиҳандагӣ
- Логарифмӣ

Дар ҷараёни таълим ҳангоми омӯзиши математика, яке аз мазмун ва самтҳои муҳими методӣ барои донишҷӯён омӯзиши ифодаҳо ва табдили якхелаи онҳо ба шумор меравад. Яке аз ҳадафҳои калидии омӯзиши табдили ифодаҳо дар раванди таълими математика ин аст, ки рушди ҳамаҷонибаи қобилиятҳои зеҳнӣ ва амалии донишҷӯён таъмин гардад. Аз ҷумла, ин раванд ба амалӣ гардидани мақсадҳои зерин мусоидат менамояд:

1. Таҳкими маҳорати эҷодии донишҷӯён дар кор бо ифодаҳои математикӣ;

2. Баланд бардоштани сатҳи дониши фаннӣ ва фаҳмиши назариявии донишҷӯён;

3. Рушди қобилияти ҳалли масъалаҳои математикӣ бо истифода аз усулҳои мантиқӣ ва таҳлилӣ;

4. Инкишофи нутқи фаннӣ ва истилоҳоти математикӣ дар донишҷӯён.

Зикр кардан ба маврид аст, ки чунин масъалаҳо, аз ҷумла ҳангоми ҳалли муодилаҳои алгебравӣ ва ихтисори касрҳое, ки сураат ва маҳраҷашон аз ифодаҳои ҳарфӣ иборатанд, дар амалияи таълимӣ ба таври васеъ дучор меоянд ва барои таҳкими малакаҳои зеҳнӣ ва таҳлилӣ заминаи мусоид фароҳам меоранд.

Ҳангоми ба донишҷӯён таълим додани ҳалли ифодаҳои нисбатан мураккаб, назари махсус ба тартиб додани ифодаҳое, ки барои ҳалли онҳо дигаргунсозии мураккаби пай дар пай истифода мешаванд, нигаронида мешавад.

Дар китобҳои дарсии МТУМ ва китобу дастурҳои МТО-и омӯзгорӣ мисолу масъалаҳо оиди табдилдиҳии ифодаҳо оварда шудааст, ки онҳо на он қадар мураккаб мебошанд. Ҳангоми ҳалли ин-гуна масъалаҳо

донишчӯён, танҳо истифодабарии формулаҳои лозима ва танҳо ҷиҳати назариявиро аз худ мекунанд. Барои дарк намудани моҳияти мавзӯҳои интиҳоб шуда ва дуруст истифодабарии онҳоро дар дигар намуди масъалаҳо, бояд донишчӯён ба ҳалли масъалаҳои нисбатан мураккаб ва шаклан тағирёфта ба монанди масъалаҳои ғайристандартӣ, оиди ифодаҳо машғул шаванд.

Акнун доир ба баъзе аз мавзӯҳои муҳими табдилдиҳии ифодаҳо маълумотҳои ибтидоӣ оварда ва методикаи воридкунии масъалаҳои ғайристандартиро нишон медиҳем.

Маълумоти мухтасари ифодаҳо

Ҳангоми ба зарбкунандаҳо ҷудо кардани бисёрузваҳо асосан аз формулаҳои зарби мухтасар, амалҳо бо дараҷаҳо, аз қавс баровардани зарбшавандаи умумӣ ва дигар табдилдиҳиҳои мактабӣ ифода меёбанд, ки онро мо дар вақти муоинаи мисолҳои мушаххас мебинем.

1. Формулаҳои зарбҳои мухтасари алгебравӣ

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2, (1)$$

$$(a^2 + ab + b^2)(a - b) = a^3 - b^3, (2)$$

$$(a^2 - ab + b^2)(a + b) = a^3 + b^3, (3)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, (4)$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2, (5)$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3, (6)$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3, (7)$$

2. Амалҳо бо дараҷаҳо

Агар $a > 0$, пас

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}, (8)$$

$$(a^m)^n = a^{mn}, (9)$$

$$a^0 = 1, (10)$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}, (11)$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}, n \neq 0, (12)$$

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n. \quad (13)$$

Агар $a > 0, b > 0, n \in N$, пас

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}, \quad (14)$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad (15)$$

Агар $a < 0, b < 0, n = 2k, k \in N$, пас

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{|a|}\sqrt[n]{|b|}, \quad (16)$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{|a|}}{\sqrt[n]{|b|}}. \quad (17)$$

Агар $n = 2k + 1, k \in N$, пас

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}, \quad (18)$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \neq 0. \quad (19)$$

Агар $n \in N, m \in N$ пас,

$$\sqrt[2n]{a^{2m}} = \sqrt[n]{|a|^m} \quad (20)$$

Чи гуна, ки дар боло қайд карда будем, мисолу масъалаҳо оиди мавзуъҳое ки дар поён баррасӣ карда мешаванд дар китоби алгебраи синфҳои 7 ва 11-и МТУМ, дар китобҳои тестии барои дохилшавандагон ва китобу дастурҳо доир ба таълими математика мавҷуд буда якрангу наонқадар мураккаб мебошанд. Сифати таълим беҳтар ва пурмахсул мешуд, агар омӯзгор дар рафти таълими ин мавзуъҳо аз мисолу масъалаҳои мураккаб истифода мекарданд. Яке аз мавзуҳои калидии ин бахш ба **зарбкунандагон ҷудо кардани бисёрузваҳо** мебошад.

Хотиррасон мекунем ки бисёрузва гуфта, ҷамъи ду ва ё зиёда узвҳоро меноманд. Дар зери мафҳуми якузва бошад, ифодаеро мефаҳманд, ки тавассути ададҳо, ҳарфҳо ва амалҳои зарбу бадараҷабардори тартиб ёфтааст

Масалан, ифодаҳои $2x^3, x^2y, 3x^3y^2z$ як узва буда, ифодаҳои $x^5 + x^3, x^2 + y^2 - z^2$ бисёр узва мебошанд.

Ҳангоми табдил додани ифодаҳо, нақши муҳимро ба зарбкунанда ҷудо намудани бисёрузваҳои дар он иштирок дошта мебозад.

Вобаста ба ин мавзӯ, ба донишҷӯён дар рафти дарс дар баробари мисолҳои сода, мисолҳои мураккабро (ғайристандартӣ) низ баррасӣ карда шавад. Барои ин омӯзгор метавонад аз китобҳои [3-9, 13, 16, 37, 41, 43, 46, 55, 61, 66, 76-80, 90, 101, 121, 129, 135, 139, 149, 155, 197, 199, 234] истифода барад. Масалан намунаи мисолҳое, ки барои мустақамкунии ин мавзӯ омӯзгор бо ҷамроҳии донишҷӯён баррасӣ менамояд.

Масалан мисоли мураккаби зеринро баррасӣ мекунем.

Мисоли 1. Бисёрузваи $x^8 + x^4 + 1$ - ро ба зарбкунандаҳо ҷудо кунед [4].

Агар ба мисол назар кунем, маълум мешавад, ки ин мисол ба ҳеҷ як формулаи зарбҳои мухтасар монандӣ надорад. Пас донишҷӯ бояд бо ягон тарз бисёраъзогиро табдил дода ба формулаи мувофиқоварӣ монанд кунад. Ин маҳоратро дар аксарияти донишҷӯён дида намешавад, ҳоло он ки мақсади аслии ба зарбкунандаҳо ҷудокунӣ ин дигаргун намудани бисёраъзогии додашуда, ки дар натиҷа ба формулаҳои зарбҳои мухтасар монанд шавад, иборат мебошад.

Ҳал. Ба бисёрузваи додашуда, якузваи x^4 - ро ҷамъу тарҳ намуда (аз ин амал қимати бисёрузва тағйир намеёбад, чунки

$$x^4 - x^4 = 0 \text{ аст}), \text{ фарқи квадратҳои}$$

$$x^8 + 2x^4 - x^4 + 1 = (x^4 + 1)^2 - (x^2)^2$$

-ро ҳосил мекунем. Аз ин ҷо:

$$(x^4 + 1)^2 - (x^2)^2 = (x^4 - x^2 + 1)(x^4 + x^2 + 1). \quad (*)$$

Амалиёти монандро барои зарбшавандаи дуёми тарафи рости баробарии (*) татбиқ мекунем. Аниқаш, ба он як узва x^2 - ро ҷамъу тарҳ намуда, табдилоти заруриро иҷро менамоем:

$$x^4 + x^2 + x^2 - x^2 + 1 = (x^4 + 2x^2 + 1) - x^2 = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1).$$

$$x^8 + x^4 + 1 = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)(x^4 - x^2 + 1).$$

Ҳамин тариқ ,

$$x^8 + x^4 + 1 = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)(x^4 - x^2 + 1).$$

Эзоҳи 1 Аслан мо зарбшавандаи якуми тарафи рости баробарии (*) - ро чунин тасвир карда метавонистем:

$$\begin{aligned} x^4 - x^2 + 2x^2 - 2x^2 + 1 &= (x^4 + 2x^2 + 1) - 3x^2 \\ &= (x^2 + \sqrt{3}x + 1)(x^2 - \sqrt{3}x + 1). \end{aligned}$$

Вале аз сабаби он ки коэффитсиентҳои сеузваи $x^4 - x^2 + 1$ бутунанд, пас қарор додем, ки дар ҷудокунӣ ҳам коэффитсиентҳо бутун бошанд . Оянда низ ҳамин талабро ба инобат мегирем.

Эзоҳи 2. Барои сеузваи квадратии $ax^2 + bx + c$ формулаи зерин ҷой дорад:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2),$$

ки дар инҷо x_1 ва x_2 решаҳои муодилаи $ax^2 + bx + c = 0$ яъне решаҳои сеузванд. Инак, агар сеузваи додашуда решаҳо надошта бошад, он гоҳ вай ба зарбкунандаҳо ҷудо намешавад.

Мисоли 2. Бисёрузваи зеринро ба зарбкунандаҳо ҷудо мекунем:

$$(a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3.$$

Ҳ а л. Формулаи фарқи кубҳоро барои ифодаҳои якуму дуҷум ва суммаи кубҳоро барои ифодаҳои сеҷум чорум татбиқ карда , амалҳои заруриро иҷро намуда ҳосил мекунем:

$$\begin{aligned} (a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3 &= (a + b + c - a)([a^2 + b^2 + c]^2 + (a + b + c)a + a^2) - (b + c)(b^2 - bc + c^2) = (b + c)(a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac + a^2 + ab + ac + a^2) - (b + c)(b^2 - bc + c^2) = (b + c)(3a^2 + b^2 + c^2 + 3ac + 2bc + 3ac - b^2 + bc - c^2) = (b + c)(3a^2 + 3ab + 3ac + 3bc) = 3(b + c)(a[a + b] + c[a + b]) = 3(b + c)(a + b)(a + c). \end{aligned}$$

Инак,

$$(a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3 = 3(b + c)(a + b)(a + c).$$

Мисоли 3. Бисёрузваи зеринро ба зарбкунандаҳо ҷудо мекунем:

$$x(y + z)^2(y - z) + y(z + x)^2(z - x) + z(x + y)^2(x - y).$$

Ҳал. Дар ҷамъшавандаи ба ифодаи дуҷум ба ифодаи

$z - x, y$ – ро ҳамъу тарҳ карда , натиҷаро чунин табдил медиҳем:

$$\begin{aligned} y(z+x)^2(z-x) &= y(z+x)^2([z-y] + [y-x]) = \\ &= y(z+x)^2(z-y) + y(z+x)^2(y-x). \end{aligned}$$

Ифодаи охиринро дар ҷояш гузошта , узвҳоро ба таври мувофиқ гурӯҳбандӣ мекунем. Сипас, аз ҳар як гурӯҳ зарбшавандаи умумиро бароварда , амалҳои заруриро пай дар пай амалӣ менамоем:

$$\begin{aligned} & [x(y+z)^2(y-z) + y(z+x)^2(z-y)] + [z(x+y)^2(z-y) + y(z+x)^2(y-x)] \\ &= (y-z)[x(y+z)^2 - y(z+x)^2] + (x-y)[z(x+y)^2 - y(z+x)^2] \\ &= (y-z)(xy^2 + 2xyz + xz^2 - yz^2 - 2yzx - yx^2) + (x-y)(zx^2 + 2xyz + zy^2 - yz^2 - 2yzx - yx^2) \\ &= (y-z)[xy(e-x) - z^2(y-x)] + (x-y)[x^2(z-y) - zy(z-y)] \\ &= (y-z)(y-x)(xy - z^2) + (x-y)(z-y)(x^2 - zy) = (y-z)(y-x)(xy - z^2 + x^2 - zy) \\ &= (y-z)(y-x)[y(x-z) + (x-z)(x+z)] = (y-z)(y-x)(x-z)(y+x+z). \end{aligned}$$

Ҳамин тариқ,

$$\begin{aligned} & x(y+z)^2(y-z) + y(z+x)^2(z-x) + z(x+y)^2(x-y) \\ &= (y-z)(y-x)(x-z)(y+x+z). \end{aligned}$$

Яке аз самтҳои муҳими омӯзиши табдили ифодаҳо дар математика - соддасозии ифодаҳои ирратсионалӣ ба шумор меравад. Содда кардани чунин ифодаҳо ба он раванд ишора мекунад, ки ифодаи додашударо ба шакле табдил диҳем, ки дар он шумора ва мураккабии амалҳои алгебравӣ нисбат ба шакли ибтидоӣ коҳиш ёфта, иҷрои онҳо осонтар гардад.

Дар ҷараёни соддасозии ифодаҳои ирратсионалӣ, дар баъзе ҳолатҳо зарур аст, ки ифодаи мавҷударо ба шакли зарбшавандаҳо табдил дода, зарбшавандаи умумиро аз дохили қавс хориҷ намоем, ки ин амал ба таҳкими фаҳмиши сохтори ифода ва рушди малакаи таҳлили донишҷӯён мусоидат мекунад. Дарс босифат мешуд, агар дар дарс омӯзгор як қисми дарсро бо ҳалли мисолҳои ифодаҳои ғайристандартӣ машғул мешуд. Яъне дар баробари мисолҳои якранг, мисолҳои мураккабе, ки табдилдиҳии зиёди печ дар печро талаб мекунад, истифода мебард.

Ба монанди мисолҳои мураккаби бо онҳо монанд дар заминаи 2 бо усулҳои ҳалли гуногун оварда шудааст.

Мисоли 4. Ифодаи иррационалиро содда кунед

$$\frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - y)} + \frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \frac{\sqrt{xy}}{x - y}$$

Ҳал. Суръати касри якумро бо истифодабари аз формулаи (3) табдил медиҳем,

$$(x^{1/2})^3 + (y^{1/2})^3 = \left(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}\right)\left(x - x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} + y\right),$$

пас

$$\begin{aligned} & \frac{\left(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}\right)\left(x - x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} + y\right)}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - y)} + \frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \frac{\sqrt{xy}}{x - y} = \\ & = \frac{x - \sqrt{xy} + y}{x - y} + \frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \frac{\sqrt{xy}}{x - y} (*) \end{aligned}$$

Дар ифодаи (*) ба махраҷи умумӣ гузашта, ҳосил мекунем

$$\frac{x - \sqrt{xy} + y + 2\sqrt{xy} - 2y - \sqrt{xy}}{x - y} = \frac{x - y}{x - y} = 1$$

Ҷавоб: 1.

Дар бисёр ҳолатҳо ифодаҳое, ки дар намуди ҳосили зарби решаҳо бо дараҷаҳои гуногун навишта шудаанд, барои содда намудани онҳо, дараҷаҳои решаҳоро якхела кардан лозим аст. Ин гуна ифодаҳо ба худ ҷиҳати мураккабии хос дорад, ки аз ҳалли мисоли зерин маълум мешавад.

Мисоли 5. Ифодаро содда кунед

$$\left(y \cdot (7 + 4 \cdot \sqrt{3})\right)^{\frac{1}{4}} \cdot (2 \cdot \sqrt{y} - \sqrt{3 \cdot y})^{\frac{1}{2}}$$

Ҳал. Решаи дуҷуми ҳосили зарбро табдил медиҳем

$$\sqrt{2\sqrt{x} - \sqrt{3x}} = \sqrt[4]{(2\sqrt{x} - \sqrt{3x})^2} = \sqrt[4]{4x - 4\sqrt{3x} + 3x} = \sqrt[4]{7x - 4\sqrt{3x}}$$

Пас ифодаи аввала чунин намудро мегирад

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{x(7x + 4\sqrt{3}x)} \cdot \sqrt{2\sqrt{x} - \sqrt{3}x} &= \sqrt[4]{x^2(7 + 4\sqrt{3})(7 - 4\sqrt{3})} = \\ &= \sqrt[4]{x^2(49 - 48)} = \sqrt[4]{x^2} = \sqrt{x} \end{aligned}$$

Ҷавоб. $\sqrt{x}$.

Табдилдиҳии ифодаҳое, ки дорои аломати модул мебошанд.

Дигаргунсозии ифодаҳое, ки дар он тағйирёбанда дар зери аломати модул ё дар ягон аъзои ифода иштирок мекунад: одатан ифодаҳои модулдорро дар аксарият мавридҳо дар ҳар як фосолаи тағйирёбии аломати аъзои модулдор алоҳида табдил додан лозим аст.

Ҳагоми ҳалли мисолҳои ифодаҳои модулдор тафаккури мантиқии донишҷӯён инкишоф меёбад. Чунки ҳангоми сода намудани ифодаҳои модулдор ба донишҷӯ зарур аст, ки моҳияти таърифи модули ва соҳаи тағйирёбии аломати ифодаҳои дар зери модули бударо донанд.

Барои мисол машқи зеринро пешниҳод мекунем.

Мисоли 6. Ифодаро содда кунед:

$$\left(\frac{|y-1|}{y} - \frac{2}{y} + y|y-1| + 2 \right) : \left(y + \frac{1}{y} - 2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

Ҳал. Аъзои махраҷро табдил дода ҳосил мекунем

$$\sqrt{y - 2 + \frac{1}{y}} = \sqrt{\frac{y^2 - 2y + 1}{y}} = \sqrt{\frac{(y-1)^2}{y}} = \frac{|y-1|}{\sqrt{y}} (*)$$

Ифодаи (*) – ро дар касри аввала гузошта ҳосил мекунем

$$\left(\frac{|y-1|}{y} - \frac{2}{y} + y|y-1| + 2 \right) : \frac{|y-1|}{\sqrt{y}} (**)$$

Ифодаи (**) аз аъзои $\sqrt{y}$ ва аъзои $y - 1$ иборат мебошад, ки ҳангоми $y > 0, y \neq 1$, ифода маъно дорад. Интервалҳои $(0; 1)$ ва $(1; +\infty)$ интервали тағйирёбии қимати модули $|y - 1|$ мебошад. Пас дар ин интервалҳо ифодаро содда мекунем.

1) Интервалӣ $(0; 1)$ дар ин интервал $|y - 1| = 1 - y$ мешавад ва ифодаи (**) намуди зеринро мегирад.

$$\frac{\sqrt{y}(y-1)\left(\frac{1}{y}-\frac{2}{y}+y\right)}{y-1} = \frac{\sqrt{y}}{y}(y^2+1-2) = \frac{y^2-1}{\sqrt{y}}$$

2) Интервалӣ $(1; +\infty)$ дар ин интервал $|y-1| = y-1$ мешавад ва ифодаи (**) чунин мешавад.

$$\frac{\sqrt{y}(y-1)\left(\frac{1}{y}+\frac{2}{y}+y\right)}{y-1} = \frac{y^2+3}{\sqrt{y}}$$

Ҷавоб. Ҳангоми $y \in (0; 1)$ будан, баробар аст, ба $\frac{y^2-1}{\sqrt{y}}$, ҳангоми $y \in (1; +\infty)$ ба $\frac{y^2+3}{\sqrt{y}}$ баробар аст.

Мисоли 7. Ифодаи $\sqrt{a^2-2a+1} - \sqrt{a^2-10a+25}$ ро сода мекунем, ки дар ин ҷо $a \in R$.

Ҳ а л . Ҳангоми содакунии ин ифода мо аз он истифода мекунем, ки аз тахти решаҳо бояд ададҳои ғайриманфӣ барояд. Бо назардошти ин қоида, ифодаи додашударо дар шакли зерин менависем:

$$\begin{aligned} \sqrt{a^2-2a+1} - \sqrt{a^2-10a+25} &= \sqrt{(a-1)^2} - \sqrt{(a-5)^2} = \\ &= |a-1| - |a-5|, (\sqrt{a^2} = |a|). \end{aligned}$$

Ифодаи $|a-1|$ дар нуқтаи $a=1$ ва ифодаи $|a-5|$ дар нуқтаи $a=5$ ба нол мубаддал мегардад. Бинобар ин, дар атрофи ин нуқтаҳо онҳо мувофиқан аломатҳои гуногун мегардад. Аз ин хотир, бароямон лозим аст, ки ифодаи додашударо дар атрофи ин нуқтаҳо омӯзем, то ки ба хатогӣ роҳ надихем. Хотирнишон мекунем, ки аз зери қимати мутлақ ҳамеша адади ғайри манфӣ мебарояд.

1. Бигзор $a < 1$ аст, онгоҳ

$$|a-1| - |a-5| = -(a-1) + (a-5) = -a+1+a-5 = -4.$$

2. Фарз мекунем ки $1 \leq a \leq 5$ бошад, пас

$$|a-1| - |a-5| = (a-1) + (a-5) = a-1+a-5 = 2a-6$$

3. Бигзор $a > 5$ бошад, он гоҳ

$$|a - 1| - |a - 5| = (a - 1) - (a - 5) = a - 1 - a + 5 = 4$$

Ҳамин тариқ,

$$\sqrt{a^2 - 2a + 1} - \sqrt{a^2 - 10a + 25} = \begin{cases} -4 \text{ агар } a < 1 \text{ бошад} \\ 2a - 6, \text{ агар } 1 \leq a \leq 5 \text{ бошад} \\ 4, \text{ агар } a > 5 \text{ бошад.} \end{cases}$$

Сода намудани ифодаҳои иррационалини ададӣ. Дар мисоли 3 баъд аз гузориш намудани қимати $x = 3$ ҷустуҷӯи ҳал ба сода намудани ифодаҳои иррационалини ададӣ табдил ёфт. Якчанд роҳҳои ҳалли ин намуд ифодаҳоро дида мебароем.

Мисоли 8. Қимати ифодаи зеринро меёбем:

$$\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}.$$

Ҳал. Тарзи якум Ифодаҳои таҳти решаҳоро чунон табдил медиҳем, ки куби пурра ҳосил шавад. Барои осон шудани раванди кор, пешакӣ онҳоро ба адади 8 зарбу тақсим карда, баъд амалҳои заруриро иҷро менамоем:

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{\frac{16+8\sqrt{5}}{8}} + \sqrt[3]{\frac{16-8\sqrt{5}}{8}} = \\ & \sqrt[3]{\frac{1^3+3\cdot 1^2\cdot\sqrt{5}+3\cdot 1(\sqrt{5})^2+(\sqrt{5})^3}{\sqrt[3]{8}}} + \sqrt[3]{\frac{1^3-3\cdot 1^2\cdot\sqrt{5}+3\cdot 1(\sqrt{5})^2-(\sqrt{5})^3}{\sqrt[3]{8}}} = \sqrt[3]{\frac{(1+\sqrt{5})^3}{2}} + \sqrt[3]{\frac{(1-\sqrt{5})^3}{2}} = \\ & \frac{1+\sqrt{5}}{2} + \frac{1-\sqrt{5}}{2} = \frac{1+\sqrt{5}+1-\sqrt{5}}{2} = \frac{2}{2} = 1. \end{aligned}$$

Тарзи дуюм. Бигузор қимати ифодаи додашудаи таҳти реша ба x баробар бошад, яъне:

$$x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}.$$

Ҳар ду қисми баробарии ҳосилшударо ба куб бардошта, формулаи куби суммаи ду ифода $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$ –ро татбиқ намуда, ҳосил менамоем :

$$x^3 = 2 + \sqrt{5} + 2 - \sqrt{5} + 3 \underbrace{\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} \cdot \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}}_{=-1} \underbrace{(\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}})}_{=x};$$

$$x^3 = 4 - 3x; x^3 + 3x - 4 = 0; x^3 - x + 4x - 4 = 0; x(x^2 - 1) + 4(x - 1) = 0; (x - 1)(x^2 + x + 4) = 0; x_1 = 1$$

$$x^2 + x + 4 = 0; D = 1 - 26 = -25 < 0; x = \emptyset$$

Ҷавоб: 1

Мисоли 9. Махраҷи касри зеринро аз реша озод мекунем:

$$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt[3]{3}}$$

Ҳал. Аввал махраҷро аз решаи квадратӣ озод менамоем. Бо ин мақсад, суръат ва махраҷи касрро ба ҳамроҳшудаи махраҷ зарб карда, ҳосил мекунем.

$$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt[3]{3}} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt[3]{3}}{(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3})(\sqrt{2} - \sqrt[3]{3})} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt[3]{3}}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt[3]{3})^2} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt[3]{3}}{2 - \sqrt[3]{9}}.$$

Акнун махраҷро аз решаи кубӣ озод менамоем. Барои ин лозим меояд, ки дар махраҷ фарқи кубҳоро ҳосил кунем. Аз ин хотир, суръату махраҷро ба $a^2 + ab + b^2$, ки дар ин ҷо $a = 2$, $b = \sqrt[3]{9}$ аст, зарб мекунем:

$$\frac{\sqrt{2} - \sqrt[3]{3}}{2 - \sqrt[3]{9}} = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt[3]{3})(4 + 2\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{81})}{(2 - \sqrt[3]{9})(4 + 2\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{81})} = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt[3]{3})(4 + 2\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{81})}{2^3 - (\sqrt[3]{9})^3} = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt[3]{3})(4 + 2\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{81})}{8 - 9} = (\sqrt[3]{3} - \sqrt{2})(4 + 2\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{81}).$$

Исботи айниятҳо.

Баробариҳое, ки барои дилхоҳ қиматҳои имконпазирӣ тағйирёбандаҳои дода шуда иҷро мешавад айният номида мешавад. Ва бо аломатҳои $\equiv$ ишорат мекунам.

Акнун усули исботи баъзе айниятҳоро диди мебароем

Дар бисёр мавридҳо барои исботи айниятҳо аз шартҳои баробарии ду бисёраъзогиҳо истифода мебаранд. Яъне бисёраъзогии $f(x)$ ва $g(x)$ дараҷаи якхела дошта айниятан баробар меноманд, агар қиматҳои ин бисёраъзогиҳо баробар шаванд.

Мисоли 10. Дурустии баробарии зеринро нишон медиҳем

$$\frac{a^2(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2(x-c)(x-a)}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} = x^2.$$

Ҳал. Қиматҳои тарафи чап ва рост айниятро ҳангоми $x = a$, $x = b$, $x = c$, муқоиса карда боварӣ ҳосил мекунем, ки тарафҳои айният баробар

мебошанд. Чи хеле, ки тарафи чап ва ростии айнияти додашуда бисёраъзогии дараҷаи дуру нисбат ба x ташкил медиҳанд. Ва барои на зиёда аз ду қимати тағйирёбанда якхела мебошанд, он гоҳ бисёраъзогиҳо айниятан баробаранд.

Дар бисёр ҳолатҳо бо воситаи роҳҳои исботи айниятҳои алгебравӣ дурустии якчанд баробариҳои ададино нишон додан мумкин аст.

Мисоли 11. Айнияти зеринро исбот менамояд:

$$a^2 \cdot \frac{(d-b)(d-c)}{(a-b)(a-c)} + b^2 \cdot \frac{(d-c)(d-a)}{(b-c)(b-a)} + c^2 \cdot \frac{(d-a)(d-b)}{(c-a)(c-b)} = d^2.$$

Исбот. Тарафи чапи айниятро табдил диҳем. Барои ин суръат ва маҳраҷи ҷамъшавандаҳои якум, дуум ва сеюмро мувофиқан ба $(b-c)$

$(a-c)$ ва $(a-b)$ зарб карда, ишораи $M = (a-b)(a-c)$

$(b-c)$ –ро истифода бурда, ҳосил мекунем:

$$\begin{aligned} & a^2 \cdot \frac{(d-b)(d-c)(b-c)}{(a-b)(a-c)(b-c)} + b^2 \cdot \frac{(d-c)(d-a)(a-c)}{(b-c)(b-a)(a-c)} + c^2 \cdot \frac{(d-a)(d-b)(a-b)}{(c-a)(c-b)(a-b)} \\ &= \frac{1}{M} [a^2(d-b)(d-c)(b-c) - b^2(d-c)(d-a)(a-c) + c^2(d-a)(d-b)(a-b)]. \end{aligned}$$

Акнун ҷамъшавандаи дуумро дар намуди

$$\begin{aligned} b^2(d-c)(d-a)(a-c) &= b^2(d-c)(d-a)(a-b+b-c) \\ &= b^2(d-c)(d-a)(a-b) + b^2(d-c)(d-a)(b-c) \end{aligned}$$

навишта, узвҳоро ба таври мувофиқ гурӯҳбандӣ карда, доро мешавем:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{M} [a^2(d-b)(d-c)(b-c) - b^2(d-c)(d-a)(a-b) - b^2(d-c)(d-a)(b-c) \\ &+ c^2(d-a)(d-b)(a-b)] = \\ &= \frac{1}{M} [(d-c)(b-c)(a^2d - a^2b - b^2d + b^2a) - (d-a)(a-b)(b^2d - b^2c - c^2d + c^2b)] = \\ &= \frac{1}{M} [(d-c)(b-c)[d(a-b)(a+b)] - (d-a)(a-b)[d(b-c)(b+c) - bc(b-c)]] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{M} [(d-c)(b-c)(a-b)(ad+bd-ab) - (d-a)(a-b)(b-c)(db+dc-bc)] = \\
&= \frac{(b-c)(a-b)}{M} [(d-c)(ad+bd-ab) - (d-a)(db+dc-bc)] = \\
&= \frac{1}{a-c} [ad^2 + bd^2 - abd - adc - bdc + abc - d^2b - d^2c + dbc + adb + adc - abc] = \\
&= \frac{1}{a-c} [ad^2 - d^2c] = \frac{1}{a-c} \cdot d^2(a-c) = d^2.
\end{aligned}$$

Айният исбот шуд.

Айниятҳои шартӣ.

Таъриф. Айниятҳое, ки барои дурустии онҳо шартҳои иловагӣ талаб карда мешавад, айниятҳои шартӣ номида мешавад.

Мисол. Баробарии $x^3 + y^3 + z^3 = 3xy$ исбот кунед, агар $x + y + z = 0$.

Ҳал. Баробарии $-(x + y) = z$ – ро ба куб бардошта аз формулаи зарби мухтар(сечанда) истифода бурда, ҳосил мекунем

$$z^3 = -x^3 - y^3 - 3xy(x + y)$$

ё, $x + y = -z$, намуда ҳосил мекунем, яъне

$$x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz,$$

исбот шуд.

Ҳангоми таълими мавзӯҳо оиди «**Муодилаҳои алгебравӣ**» аз маводи масъалаҳои ғайристандартӣ истифода бурдан муфид мебошад.

Зеро рушди қобилияти фикрронии мантиқии оқилона, пеш аз ҳама, дар раванди мулоҳизаи пайваста сурат мегирад. Ҳамаи ин маҳоратҳо дар ҷараёни омӯзиши эҷодии математика тавассути ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ ташаккул меёбанд. Маҳз дар раванди ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ, аз ҷумла муодилаҳои дорои хусусияти ғайристандартӣ, донишҷӯёни курсҳои ибтидоии таҳсилоти олӣ (курсҳои 1–2) имконият пайдо мекунанд, ки унсурҳои тафаккури эҷодии математикӣ ва татбиқи ҳадафҳои таълимии фанни математикаро дар як заминаи методологӣ ташаккул диҳанд.

Мушоҳидаҳои омӯзишӣ нишон медиҳанд, ки аксари хатмкунандагони муассисаҳои таҳсилоти миёна ва донишҷӯёни курсҳои поёӣ, одатан, малакаҳои техникӣ ва ҳисоббарориро, ки барои ҳалли муодилаҳо заруранд, ба дараҷаи кофӣ аз худ намудаанд. Бо вучуди ин, на ҳамаи онҳо ба таври комил асосҳои назариявӣ ва мантиқии марбут ба сохтор ва механизми ҳалли муодилаҳоро дарк мекунанд, ки ин метавонад ба маҳдуд гардидани фаҳмиши амиқи мазмуни математикӣ оварда расонад.

Бе истифодаи ин ҷузъҳо, ҳал кардани муодила ба таври дуруст ғайриимкон аст (ҷуз ҳолатҳои тасодуфӣ, ки умед бастан ба онҳо бемаънӣ мебошад). Натиҷаҳои, ки дар имтиҳонҳо ва озмунҳо ба даст меоянд, нишон медиҳанд, ки аксари донишҷӯён, хусусан онҳое ки дар курсҳои поёӣ таҳсил мекунанд, метавонанд бо истифодаи ҳисобкуниҳои дуруст муодиларо содда созанд. Аммо бисёре аз онҳо ба он таваҷҷуҳ намеkunанд, ки ин ҳисобҳо чӣ гуна ва бо кадом сабаб ба нест шудани унсурҳо ё пайдо шудани ҳал мусоидат мекунанд. Шояд на ҳама, вале аксарият ҳатто дар бораи ин ҷиҳат андеша намеkunанд. Ҳарчанд ки баъзе донишҷӯён муқаррароти назариявии марбут ба муодиларо аз китобҳои дарсӣ ва дастурҳо ба таври расмӣ медонанд, вале вақте ки шакли муодила каме тағйир меёбад, онҳо дар ҳал кардани он мушкилӣ мекашанд. Аксири муодилаҳои, ки дар муассисаҳои таҳсилоти миёна ва олий омӯзонида мешаванд, шакли маъмул ва «мактабӣ» дошта, бо истифода аз усулҳои маъмули таълимии мактабӣ ва истинодҳои шинос ҳал карда мешаванд. Бо вучуди ин, дар раванди имтиҳонҳои дохилшавӣ, озмунҳо ва махсусан дар донишгоҳҳои, ки фанни математика дар онҳо нақши калидӣ дорад, аксар вақт муодилаҳои пешниҳод мегарданд, ки шакли комилан фарқкунанда доранд. Барои осонии баён, мо онҳоро «муодилаҳои ғайристандартӣ» меномем.

Дар адабиёти махсуси марбут ба математика, чунин муодилаҳо дар шаклҳои гуногун зикр мешаванд. Баъзе аз онҳо дар намуди зоҳирӣ хеле ғайриоддӣ ба назар мерасанд, ки дар натиҷа дар марҳилаи аввал муайян

кардани тарзи ҳалли онҳо душвор аст. Гурӯҳи дигар бошад, ба таври пинҳонӣ пешниҳод мешаванд - яъне дар намуди зоҳирӣ муодила оддӣ менамояд, аммо бо усулҳои стандартӣ мактабӣ ҳал кардани он ғайриимкон аст. Барои ҳал намудани ин гуна муодилаҳо, тафаккури мантиқии хеле нозук ва равшан лозим аст. Ин масъалаҳои номбар шуда заковати муайян, фасеҳа дар соҳаҳои гуногуни математика ва фарҳанги баланди мантиқиро талаб мекунанд.

Одатан дар алгебра ду намуди баробариҳоро меомӯзанд – айният ва муодила. Айният баробариест, ки барои ҳамаи арзишҳои имконпазири ҳарфҳои дар он зикршуда ҳамеша дуруст мебошад. Барои ифодаи айният одатан аз нишонаи $=$ ва баъзан аз аломати $\equiv$ истифода мекунанд.

Муодила – ин баробарие мебошад, ки танҳо барои якчанд қиматҳои ҳарфҳои, ки дар он дода шудааст иҷро мешавад. Ва ин ҳарфҳо вобаста аз шартҳои дода шудани баробарӣ баробарқонун нестанд: баъзеашон метавонанд, тамоми соҳаи имконпазирӣ қиматҳои худро қабул кунанд, ки онҳоро коэффитсиентҳои муодила мегӯянд; ва барои баъзеашон талаб карда мешавад, ки қиматҳои онро муайян кунем, ки онҳоро номаълумҳо мегӯянд ва бо ҳарфҳои латинии: x, y, z , ё бо ҳарфҳои латинии, индексдори: $(x_1, x_2, \dots, x_n$ ё $y_1, y_2, \dots, y_k)$ ишорат мекунанд.

Дар намуди умумӣ муодилаи бо n номаълумҳои $x_1, x_2, \dots, x_n$ дода шударо чунин менависанд:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0,$$

ки $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – вазифаи тағйирёбандаҳои нишондодашуда мебошад. Вобаста аз миқдори номаълумҳо муодилаҳоро як, ду ё бисёр номаълума мегӯянд.

Қимати номаълумҳо, ки муодиларо ба айният табдил медиҳад, ҳал ё решаи муодила мегӯянд. Муодиларо ҳалшуда мегӯянд, агар ҳамаи решаҳои онро ёфта шуда бошад, ё нишон дода шуда бошад, ки муодила ҳал надорад.

Агар ҳамаи ҳалҳои муодилаи $F = 0$ ҳалҳои муодилаи $G = 0$ шавад он гоҳ мегӯянд, ки муодилаи $G = 0$ натиҷаи муодилаи $F = 0$ мешавад ва чунин менависанд

$$F = 0 \Leftrightarrow G = 0$$

Ду муодилаҳои $F = 0$ ва $G = 0$ – ро баробарқувва мегӯянд, агар ҳар яки онҳо натиҷаи дигараш шавад ва чунин менависанд

$$F = 0 \Leftrightarrow G = 0$$

Аз ин рӯ ду муодиларо байни ҳам баробарқувва меҳисобанд, агар маҷмуи решаҳои онҳо баробар бошанд.

Муодилаи $F = 0$ – ро баробарқувва меҳисобанд бо муодилаҳои (ё якчанд муодилаҳо) $F_1 = 0$, $F_2 = 0$, агар маҷмуи решаҳо муодилаи $F = 0$ мувофиқ ояд бо маҷмуи ҳамчоя шудаи ҳалҳои муодилаҳо $F_1 = 0$, $F_2 = 0$.

Муодилаҳои алгебравии якномаълума гуфта муодилаи намуди зеринро мегӯянд

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0,$$

ки дар инҷо n – адади бутуни мусбат; коэффитсиентҳои бисёраъзогиро $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$ коэффитсиентҳои (ё ин ки параметрҳои) муодила мегӯянд; x – ро номаълум мегӯянд ва адад ҷустуҷӯшаванда мебошад. Адади n – ро дараҷаи муодила мегӯянд.

Қимати номаълуми x , ки муодилаи алгебравиро ба айният табдил медиҳад, решаи (ё ҳалли) муодилаи алгебравӣ мегӯянд.

Усулҳои ёфтани решаҳои бисёраъзогиҳо.

Бисёраъзогии дараҷаи n , нисбат ба бузургии тағйирёбандаи x гуфта ифодаи зеринро мегӯянд:

$$P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0,$$

ки n – адади бутуни ғайриманфӣ; $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$ – коэффитсиенти бисёраъзогӣ ва a_0 коэффитсиенти калонтарин буда, nobarobari нол ҳисобида мешавад.

Бисёраъзогии дараҷаи якро бисёраъзогии хаттӣ, бисёраъзогии дараҷаи дуру – квадратӣ ва бисёраъзогии дараҷаи се ро бисёраъзогии кубӣ мегӯянд.

Адади c – ро решаи бисёраъзогӣ мегӯянд, агар $P(c) = 0$ шавад.

Муодилаи намуди

$$ax + b = 0, a \neq 0, (1)$$

-ро муодилаи хаттӣ номида мешавад. Муодилаи хаттӣ (1) дорои ҳалли ягонаи $x = -\frac{b}{a}$ мебошад.

Муодилаи намуди

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0 (2)$$

-ро муодилаи квадратӣ мегӯянд. Ифодаи $b^2 - 4ac = D$ – ро дискриминанти муодилаи квадратии (2) мегӯянд. Агар $D > 0$ шавад, пас муодилаи (2) дорои ду решаи ҳақиқии зерин мебошад:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} (3)$$

Агар $D = 0$ шавад, пас муодилаи (2) дорои якто решаи қаратии намуди: $x = -\frac{b}{2a}$ мебошад. Агар $D < 0$, пас муодилаи (2) решаи ҳақиқӣ надорад.

Чи гуна, ки дар боло қайд карда будем, мисолу масъалаҳо оиди мавзуи баррасишаванда дар китоби алгебраи синфҳои 7 ва 11-и МТУМ, дар китобҳои тестии барои дохилшавандагон ва китобу дастурҳо доир ба таълими математика мавҷуд буда якрангу наонқадар мураккаб мебошанд. Сифати таълим беҳтар ва пурмаҳсул мешуд, агар омӯзгор, дар рафти таълими ин мавзӯҳо аз мисолу масъалаҳои мураккаб, яъне Масъалаҳои ғайристандартӣ, ки бештар дар адабиёти хориҷӣ оид ба математика, аз ҷумла дар асарҳои мутафаккирони рус, ба мисли китобҳои [25,31,78,36,94], ва ҳамчунин дар манбаъҳои ватанӣ, аз ҷумла китобҳои [3-5,127,128,130,135,197], истифода шудаанд, ҳамчун воситаи омӯзишӣ мавриди истифода қарор мегиранд.

Акнун усулҳои ҳалли ғайристандартии якҷанд намудҳои мушаххаси муодилаҳои алгебравиро бо мисолҳо баррасӣ мекунем.

Акнун усулҳои ҳалли ғайристандартӣ якҷанд намудҳои мушаххаси муодилаҳои алгебравиро бо мисолҳо баррасӣ мекунем.

Усули дохил намудани номаълуми ёрирасон: Барои ҳал намудани баъзе аз муодилаҳо дар аксар мавридҳо, муодиларо ба шакли (1) ё (2) меоранд. Яке аз роҳҳо ин усули дохил намудани номаълуми ёрирасон мебошад.

Мисоли 1. Муодиларо ҳал кунед.

$$(x^2 - 2x)^2 - (x - 1)^2 + 1 = 0$$

Ҳал. Номаълуми нави $y = (x - 1)^2$, дохил карда, муодиларо ба намуди зерин табдил медиҳем:

$$(y - 1)^2 - y + 1 = 0 (*)$$

Бо ёрии табдилдиҳӣ муодилаи (*) – ро содда менамоем ва дар натиҷа шакли зеринро мегирад

$$y^2 - 3y + 2 = 0 (**)$$

Аз ҳалли муодилаи (**) бармеояд, ки муодилаи ҷустуҷӯшаванда бо ду муодилаҳои зерин баробарқувва мебошад

$$(x - 1)^2 = 1 \text{ ва } (x - 1)^2 = 2,$$

Ҳалҳои $x_1 = 2, x_2 = 0$ ва $x_{3,4} = 1 \pm \sqrt{2}$ мебошад. Ва ин решаҳо низ ҳалли муодилаи аввала мешавад.

$$\text{Ҷавоб: } x_1 = 2, x_2 = 0, x_{3,4} = 1 \pm \sqrt{2}.$$

Усули ба зарбшавандаҳо ҷудо кардан. Яке аз роҳҳои ҳал намудани муодилаи дараҷаи $n (n \geq 2)$

$$P_n(x) = 0$$

ин ҷудо кардани бисёраъзогии $P_n(x)$ ба зарбшавандаҳо мебошад. Бо ёрии ин усул, решаҳои муодилаи дода шуда, аз ҳал намудани якҷанд муодилаҳои дараҷаи паст бармеояд. Ин усул асос ёфтааст аз хосияти зерини бисёраъзогии дараҷаи n : агар $x = c$ решаи бисёраъзогии зерин бошад

$$P_n(x) = P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0, (4)$$

пас бисёраъзогии (4) – ро чунин навиштан мумкин аст

$$P_n(x) = (x - c)Q_{n-1}(x), (5)$$

ки $Q_{n-1}(x)$ – бисёраъзогии дараҷаи $n - 1$, яъне $P_n(x)$ тақсим мешавад бо бисёраъзогии $x - c$.

Ба зарбкунандаҳо ҷудо кардани бисёраъзогии (4) баробарқувва аст ба ёфтани решаҳои ин бисёраъзогӣ. Ёфтани решаҳои бисёраъзогӣ ин масъалаи мушкил буда, дар ҳолати умумӣ барои бисёраъзогии дараҷаи n бо коэффитсиентҳои ратсионалӣ роҳҳои универсиалии ёфтани решаҳои он вучуд надорад. Лекин барои бисёраъзогии бо коэффитсиентҳои бутун теоремае мавҷуд аст, ки бо ёрии он решаҳои ратсионалини онро муайян карда мешавад.

Решаҳои ратсионалини бисёраъзогии

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0,$$

ки $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}, a_n$ – ададҳои бутунанд, танҳо ададҳои намуди $\frac{m}{p}$ шуда метавонад, ки дар ин ҷо $|m|$ тақсимкунандаи адади $|a_n|$ ва адади p – тақсимкунандаи адади $|a_0|$ мебошанд.

Мисоли 2. Решаҳои муодиларо ёбед.

$$3x^3 - 4x^2 + 5x - 18 = 0$$

Ҳал. Тақсимкунандаи адади 18 ин 1, 2, 3, 6, 9 ва тақсимкунандаи адади 3 и 1 ва 3 мебошанд. Маҷмуи қиматҳои m ин $\{-9, -6, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 6, 9\}$ ва маҷмуи қиматҳои p ин $\{1, 3\}$ мебошанд. Ҳамаи қиматҳои гуногуни имконпазири $\frac{m}{p}$ – ро маҷмуи қиматҳои ратсионалини зерин мебошад: $\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm 9, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{2}{3}\}$. Ин ададҳоро ба муодила гузошта решаи онро меёбем, ки адади 2 мебошад. Дар натиҷа, бисёраъзогии тарафи чапи муодила ба $(x - 2)$ тақсим мешавад.

Бо ёрии тақсими кунҷӣ, натиҷаи тақсимро меёбем, ки баробар аст ба $3x^2 + 5x + 9$, решаҳои ҳақиқӣ надорад. Ҳамин тавр, $x = 2$ – решаи ягонаи ҳақиқӣ муодилаи аввала мебошад.

Ҷавоб: $x = 2$.

Баъзе муодилаҳои намуди махсус. Муодилаи дараҷаи чори намуди зерин

$$(x + a)(x + b)(x + c)(x + d) = m \quad (6)$$

ҳангоми иҷро шудани шарт

$$a + b = c + d = p$$

ба муодилаи квадратӣ оварда мешавад. Барои ин аз номаълуми ёрирасони $y = x^2 + px$ истифода бурда мешавад.

Мисоли 3. Муодиларо ҳал кунед:

$$x(x + 1)(x + 2)(x + 3) = 0,5625. (*)$$

Ҳал. Ҳосили зарби $x(x + 3)$ ва $(x + 1)(x + 2)$ иҷро намуда ҳосил мекунем, (чунки шарт $0 + 3 = 1 + 2 = 3$ иҷро мешавад).

$$(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) = 0,5625.$$

Номаълуми ёрирасони $y = x^2 + 3x$ дохил карда, баъди якчанд табдилдиҳӣ муодилаи квадратии зеринро ҳосил мекунем

$$y^2 + 2y - 0,5625 = 0$$

ки решаи он ададҳои $y_1 = 0,25$ ва $y_2 = -2,25$ мебошад.

Акнун ба номаълуми аввала гузашта ду муодилаи квадратӣ бо муодилаи (*) баробарқувваро ҳосил мекунем:

$$x^2 + 3 - 0,25 = 0, \quad x^2 + 3x + 2,25 = 0.$$

Решаҳои муодилаи якум ва дуюм мувофиқан ба: $x_1 = \frac{-3+\sqrt{10}}{2}$, $x_2 = \frac{-3-\sqrt{10}}{2}$ ва $x_{3,4} = -1,5$ баробар мешаванд, пас

$$\text{Ҷавоб: } x_1 = \frac{-3+\sqrt{10}}{2}, x_2 = \frac{-3-\sqrt{10}}{2}, x_{3,4} = -\frac{3}{2}.$$

Муодилаи алгебраии дараҷаи чори намуди зерини

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0, e \neq 0, (7)\text{-ро}$$

муодилаи баргардонанда мегӯянд, агар коэффитсиентҳояш бо баробарии $d = \lambda b, c = \lambda^2 a$ (λ - ягон адади ғайринулӣ мебошад) алоқаманд бошад.

Барои ҳал намудани муодилаи (7) ёро ба муодилаи квадратӣ табдил додан лозим аст, барои ин аз гузориши зерин

$$y = x + \frac{\lambda}{x}$$

истифода мебаранд.

Мисоли 4. Муодиларо ҳал кунед:

$$18x^4 + 3x^3 + 25x^2 + 2x + 8 = 0.$$

Ҳал. Қайд мекунем, ки $x = 0$ решаи муодила намешавад, аз ҳамин ҳисоб, ҳар ду тарафи муодиларо бо x^2 тақсим карда муодилаи баробарқувваи зеринро ҳосил мекунем.

$$18x^2 - 3x - 25 + \frac{2}{x} + \frac{8}{x^2} = 0. (*)$$

Аъзоҳои тарафи ростии муодилаи (*) – ро бо тартиби зерин гурӯҳбандӣ мекунем, яъне:

$$18\left(x^2 + \frac{\frac{4}{9}}{x^2}\right) - 3\left(x - \frac{\frac{2}{3}}{x}\right) - 25 = 0.$$

Акнун ба тариқи номаълуми нав ифодаи намуди зеринро интихоб мекунем $y = x - \frac{\frac{2}{3}}{x}$; ва $x^2 + \frac{\frac{4}{9}}{x^2} = y^2 + \frac{4}{3}$, пас муодилаи (*) намуди зеринро мегирад

$$18y^2 - 3y - 1 = 0. (**)$$

Решаҳои муодилаи (**) баробар аст ба $1/3$ ва $-1/6$. Пас, муодилаи аввала баробарқувва аст бо ду муодилаҳои зерин:

$$x - \frac{\frac{2}{3}}{x} = \frac{1}{3} \text{ ва } x - \frac{\frac{2}{3}}{x} = -\frac{1}{6}$$

Муодилаи якум дорои решаҳо $x_1 = 1$ ва $x_2 = -\frac{2}{3}$ ва дуюм решаҳои $x_{3,4} = \frac{-1 \pm \sqrt{97}}{12}$ мебошанд.

$$\text{Ҷавоб: } x_1 = 1, x_2 = -\frac{2}{3}, x_{3,4} = \frac{-1 \pm \sqrt{97}}{12}.$$

Баъзе муодилаҳои дараҷаи n – ро ($n > 2$) бо истифодабарӣ аз формулаи бинومي Нютон, метавонем тартибашонро паст кунем.

Мисоли 5. Муодиларо ҳал кунед:

$$8x^3 + 36x^2 + 54x = 98.$$

Ҳал. Аз баробарии зерин истифода бурда

$$(2x + 3)^3 = 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27,$$

муодилаи авваларо ба намуди зерин менависем:

$$(2x + 3)^3 = 125,$$

ё

$$2x + 3 = 5.$$

Ҳамин тариқ, ҳалли ягонаи муодилаи аввала баробар аст ба $x = 1$.

Ҷавоб: $x = 1$.

Муодилаи намуди

$$a_1 u^n + a_2 u^{n-1}v + a_3 u^{n-2}v^2 + \dots + v^n = 0 \quad (8) - \text{ро}$$

муодилаи якҷинсаи дараҷаи n – и нисбат ба номаълумҳои u ва v номида мешавад. Ҳар ду тарафи муодилаи якҷинсаи (8) – ро бо v^n тақсим карда, муодилаи дараҷаи n – и нисбат ба номаълуми $y = \frac{u}{v}$ ҳосил мекунем.

Агар $a_n = 0$ бошад, он гоҳ дар алоҳидагӣ бояд ҳолати $v = 0$ – ро дида мебароем.

Баъзе муодилаҳоро бо истифодабарӣ аз гузоришҳои алгебравӣ метавонем ба муодилаи якҷинса баргардонем.

Агар муодиларо ба намуди $f(f(x)) = x$ навиштан мумкин бошад, пас дар байни решаҳои он решаи муодилаи $f(x) = x$ меҳобад.

Мисоли 6. Муодиларо ҳал кунед:

$$(x^2 - 4x + 6)^2 - 4(x^2 - 4x + 6) + 6 = x.$$

Ҳал. Барои ҳал намудани муодила аввал решаҳои муодилаи

$$x^2 - 4x + 6 = x \quad (*) - \text{ро}$$

меёбем, ки ба $x = 2$ ва $x = 3$ баробар аст. Аз ин ҷо мувофиқи гуфтаҳои боло мебарояд, ки муодилаи дода шуда бе бақия бо ифодаи намуди $(x - 2)(x - 3)$ тақсим мешавад. Тақсимро иҷро намуда ҳосил мекунем: $x^2 - 3x + 3$.

Ҳамин тариқ, муодилаи авваларо ба намуди зерин менависем:

$$(x^2 - 5x + 6)(x^2 - 3x + 3) = 0,$$

ки бо ду муодилаҳои зерин баробарқувва мебошад.

$$(x^2 - 5x + 6) = 0, (x^2 - 3x + 3) = 0. (**)$$

Муодилаи якуми (**) бо муодилаи (*) ҳалҳои умумӣ дошта ва муодилаи дуёми он решаҳои ҳақиқӣ надорад, чунки дискриминант хурди нол мешавад.

Ҷавоб: $x_1 = 2, x_2 = 3$.

Муодилаи алгебравии ратсионалӣ гуфта муодилаи намуди зеринро мегӯянд

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = 0, (1)$$

ки $P(x)$ ва $Q(x)$ – бисёрраъзогиҳо мебошанд. Фарз мекунем, ки дар инҷо $P(x)$ – бисёрраъзогии дараҷаи m ва $Q(x)$ – бисёрраъзогии дараҷаи n мебошанд.

Маҷмуи қиматҳои имконпазири муодилаҳои алгебравии ратсионали (1) аз шарти $Q(x) \neq 0$ муайян карда мешавад, аз ин ҷо мебарояд, ки $x \neq c_1, x \neq c_2, \dots, x \neq c_n$, ки $c_1, c_2, \dots, c_n$ – решаҳои бисёрраъзогии $Q(x)$ мебошанд.

Усули ҳалли муодилаи зеринро ҳал мекунем

$$P(x) = 0;$$

бигзор $x_1, x_2, \dots, x_m$ – решаҳои он бошад. Баъдан маҷмуи решаҳои бисёрраъзогии $P(x)$ ва $Q(x)$ – ро муқоиса мекунем. Решаҳои $P(x)$, ки ба решаҳои бисёрраъзогии $Q(x)$ баробар нестанд, решаи муодилаи алгебравии ратсионали (1) мешаванд.

Мисоли 7. Муодиларо ҳал кунед.

$$\frac{9 - x}{x - 4} = \frac{5}{x - 4} - 3.$$

Ҳал. Баъд аз махраҷ додан сурати муодила чунин мешавад

$$9 - x - 5 + 3(x - 4) = 0$$

бо шарти $x - 4 \neq 0$ будан. Муодилаи ҳосилшударо ҳал намуда меёбем, ки $x = 4$ аст. Лекин $x = 4$ дар соҳаи қиматҳои имконпазири номаълум дохил намешавад, пас муодила ҳал надорад.

Ҷавоб: $\emptyset$.

Мисоли 8. Муодиларо ҳал кунед:

$$\frac{x}{x+1} - \frac{9x+13}{-2x-3} = \frac{5}{3-x}. (*)$$

Ҳал. Муодиларо ба намуди зерин навишта

$$\frac{x}{x+1} - \frac{9x+13}{(x+1)(x-3)} + \frac{5}{x-3} = 0$$

ҳар як аъзоҳои онро бо ифодаи алгебравии $(x+1)(x-3)$

зарб карда муодилаи зеринро ҳосил мекунем

$$x(x-3) - (9x+13) + 5(x+1) = 0,$$

ё

$$x^2 - 7x - 8 = 0, (**)$$

ин муодила ҳангоми иҷрошавии шарти $x \neq -1, x \neq 3$ бо муодилаи аввала баробарқувва буда решаҳояш ба $x_1 \neq -1, x_2 \neq 8$ баробар аст. Чи хеле, ки решаи $x = -1$ ба соҳаи қиматҳои номаълум дохил нест, пас решаи муодилаи (*) танҳо $x = 8$ мешавад.

Ҷавоб: $x = 8$.

Мисоли 9. Муодиларо ҳал кунед:

$$\frac{1}{x(x+2)} - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{12}.$$

Ҳал. Аз гузориши $z = x^2 + 2x$, истифода бурда муодиларо дар шакли зерин менависем

$$\frac{1}{z} - \frac{1}{z+1} = \frac{1}{12}. (*)$$

Баъд аз махраҷ додан муодилаи (*) намуди зеринро мегирад.

$$\frac{z^2 + z - 12}{12z(z+1)} = 0. (**)$$

Ва бо муодилаи $z^2 + z - 12 = 0$ баробар қувва мебошад, чунки решаҳои муодилаи квадратии ҳосил шуда баробар аст ба $z = 3, z = -4$, ки ин решаҳо дохил аст ба соҳаи қиматҳои имконпазири муодилаи (**). Ҳамин тариқ, муодилаи аввала баробарқувва аст бо ду муодилаҳои квадратии:

$x^2 + 2x - 3 = 0$ ва $x^2 + 2x + 4 = 0$. Решаҳои муодилаи якум баробар аст ба $x_1 = 1, x_2 = -3$. Муодилаи дуюм решаҳои ҳақиқӣ надорад.

Ҷавоб: $x_1 = 1, x_2 = -3$.

Муодилаи намуди зерин

$$\frac{ax}{cx^2 + hx + d} + \frac{bx}{cx^2 + rx + d} = c$$

ба муодилаи намуди

$$\frac{a}{y + h} + \frac{b}{y + r} = c$$

табдил дода мешавад, агар гузориши зеринро истифода барем

$$y = cx + \frac{d}{x}.$$

Мисоли 10. Муодиларо ҳал кунед:

$$\frac{x}{x^2 - x + 1} + \frac{2x}{x^2 + x + 1} = 1$$

Ҳал. Қимати $x = 0$ – ро ба муодила гузошта боварӣ ҳосил мекунем, ки ин қимат решаи муодила нест. Суръат ва маҳраҷи ҳар як касрро ба x тақсим карда муодилаи баробарқувваи зеринро ҳосил мекунем

$$\frac{x}{x + \frac{1}{x} - 1} + \frac{2}{x + \frac{1}{x} + 1} = 1.$$

Гузориши $x + \frac{1}{x} = y$ – ро истифода бурда ҳосил мекунем

$$\frac{1}{y - 1} + \frac{2}{y + 1} = 1.$$

Ин муодила баъд аз маҳраҷ додан ба муодилаи квадратӣ табдил меёбад, ки решаҳои ба $y_1 = 0, y_2 = 3$ баробар аст.

Ҳамин тариқ, муодилаи аввала бо ду муодилаҳои зерин баробарқувва мебошад.

$$x + \frac{1}{x} = 0, x + \frac{1}{x} = 3.$$

Муодилаи якум ҳалҳои ҳақиқӣ надошта ва муодилаи дуюм дорои решаҳои $x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ мебошад.

Ҷавоб: $x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$.

Муодилаҳое, ки номаълумҳо дар зери модул мебошанд.

Агар дар муодила баъзе ифодаҳои дорои номаълум дар зери аломати модул бошад, пас ҳалли ин гуна муодилаҳо дар ҳар як фосилаи аломат ивазкунии ин ифодаҳои модулдор ҷустуҷӯ карда мешавад.

Мисоли 11. Муодиларо ҳал кунед:

$$|2x - 5| = x - 1.$$

Ҳал. Ифодаи $2x - 5$, дар зери аломати модул навишта шуда аст, ҳангоми $x \geq 2,5$ ғайриманфӣ буда ва ҳангоми $x < 2,5$ манфӣ мебошад. Дар ҳар як ин фосилаҳо ҳалли муодиларо мекобем.

Бигузор $x \geq 2,5$ бошад. Он гоҳ аз рӯи таърифи модул $|2x - 5| = 2x - 5$ мешавад ва муодилаи дода шуда намуди зеринро мегирад

$$2x - 5 = x - 1.$$

Ин муодиларо ҳал намуда, меёбем, ки $x = 4$ аст. Чи хеле, ки адади 4 дар дохили фосилаи интиҳоб шуда меҳобад, пас $x = 4$ – решаи муодилаи аввала мешавад.

Бигузор акнун $x < 2,5$ бошад. Он гоҳ аз рӯи таърифи модул $|2x - 5| = -(2x - 5)$ мешавад, он гоҳ муодилаи дода шуда чунин

$$-(2x - 5) = x - 1.$$

Ин муодиларо ҳал намуда, меёбем, ки $x = 2$. Чи хеле, ки адади 2 дар дохили фосилаи интиҳоб шуда меҳобад, пас $x = 2$ решаи муодилаи аввала мешавад.

Ҷавоб: $x_1 = 2, x_2 = 4$.

Мисоли 12. Муодиларо ҳал кунед:

$$|y - 1| - 2|y - 2| + 3|y - 3| = 4.$$

Ҳал. Аз таърифи модул истифода бурда муодилаҳои зеринро ҳосил мекунем, ки бо муодилаи дода шуда баробарқувва мебошанд.

$$1) 1 - y + 2(y - 2) - 3(y - 3) = 4 \text{ ҳангоми } y \leq 1$$

$$2) y - 1 + 2(y - 2) - 3(y - 3) = 4 \text{ ҳангоми } 1 < y \leq 2$$

$$3) y - 1 - 2(y - 2) - 3(y - 3) = 4 \text{ ҳангоми } 2 < y \leq 3$$

$$3) y - 1 - 2(y - 2) + 3(y - 3) = 4 \text{ ҳангоми } 2 > 3y$$

Муодилаи якум дорои решаи $y = 1$ аст; муодилаи дуюм барои дилхоҳ y -ҳо ба айният табдил меёбад; муодилаи сеюм ҳал надорад; муодилаи чорум бошад дар соҳаи дода шудаи y дорои решаи $y = 5$ мебошад.

Ҷавоб: $y \in [1; 2], y = 5$.

«Ҳангоми таълими мавзӯҳо оиди **«Ҳосилаи функсия»** аз масъалаҳои ғайристандартӣ истифода бурдан муфид мебошад.

Элементҳои таҳлили математикӣ дар курси математика мавқеи муҳимро ишғол мекунам. Донишҷӯн ва хонандагон бо усулҳои математика, ки дар ҳалли аксар масъалаҳои математика, физика ва техника самаранок истифода бурда шудаанд, шинос мешаванд. Бо ёрии ҳисобкуниҳои дифференсиалӣ, хосиятҳои функсияҳо татқиқ карда, графикҳои онҳо сохта мешаванд ва масъалаҳо доир ба ёфтани қиматҳои калонтарин ва хурдтарин ҳал карда мешаванд. Ба ибораи дигар, қорӣ намудани усули нави математики имконият медиҳад, ки як қатор масъалаҳоро, ки пеш бо усулҳои элементарӣ ҳал карда намешуданд, ҳал карда шаванд. Дар баробари ин, ҳосиларо барои ҳал намудани масъалаҳои ғайристандартӣ низ истифода бурдан мумкин аст.

Истифодабарии ҳосила барои ҳал намудани масъалаҳои мушкил хеле муфид аст, чунки

- бисёр масъалаҳои анъанавии математикаи элементарӣ, ки дар шакли мантиқӣ дода шуда аст (исботи нобаробарӣҳо, айниятҳо, татқиқ ва ҳалли муодилаҳо ва системаҳои онҳо) бо истифода аз ҳосила самаранок ҳал карда мешаванд.

- истифодаи ғайристандартии унсурҳои таҳлили математикӣ имкон медиҳанд, ки мафҳумҳои асосии назарияи омӯхташуда амиқтар дарк карда шаванд, зеро интиҳоби усули ҳалли масъала, тафтиши шартҳои истифодабарии он ва таҳлили натиҷаҳои бадастомада зарур мебошад.

Ғайр аз ин усулҳои таҳлили математикиро на танҳо барои ҳалли масъалаҳои ба миён гузоштани истифода бурдан мумкин аст, балки манбаи ба даст овардани далелҳои нави математикаи элементарӣ ҳам шуда метавонад.

Истифодабарии ҳосила дар математикаи элементарӣ хеле гуногун аст. Пеш аз ҳама, дар қараёни ҳалли масъалаҳои мушкили математикаи элементарӣ зурурияти истифодабарии татқиқи функция бо ёрии ҳосила ва сохтани графики он ба миён меояд. Барои ҳал намудани чунини масъалаҳо бо ёрии ҳосила, татқиқи функция ва сохтани графики он зарур мебошад»[2-М]. Ва бо ёрии ҳосила мо метавонем бисёр аз масъалаҳои ададиро ҳал кунем, ки бо роҳи элементарӣ мураккаб ё номумкин аст, аз ҷумла масъалаҳои зерин:

- муқоисакунии ададҳо;
- исботи нобаробариҳои ададӣ;
- ҳисоб намудани суммаҳо;
- ҳалли муодилаҳо ва системаи муодилаҳои аз параметр вобаста ва ғайраҳо.

Дар дарс хуб мешуд, ки ҳангоми таълими мавзӯи ҳосилаи функция дар рафти дарс аз намуди мисолҳои, ки дар боло қайд кардем, истифода бурда мешуд ва ба ғайр аз китоби мавҷуда оиди ин мавзӯи барасишаванда омӯзгори дарсдиҳанда аз мисолҳои китоби [2,3-8,15,34,36,42,43,46,61,64,66,78] истифода мебурданд. Зеро мисолҳои китоби номбаршуда барои дарки моҳият ва зарур будани ҳосилаи функция дар математика ва дар дигар илмҳои самти дақиқ, равона карда шудааст.

Масъалаҳои ғайристандартӣ ҳамчун маводи ёрирасони муассир хизмат мекунанд ва барои расидан ба ҳадафҳои дар боло зикршуда аҳамияти хоса доранд. Дар раванди таълими фанни математика, истифодаи мақсадноки масъалаҳои ғайристандартӣ бо роҳҳои зерин имконпазир аст:

Аз ин лиҳоз аз усулҳои ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ дар раванди машғулиятҳои математика дар муассисаҳои таҳсилоти олии касбии омӯзгорӣ чунин хулосабарорӣ кардан мумкин аст.

1. Ворид намудани масъалаҳои ғайристандартӣ ба машғулиятҳо ба рушди фаъолияти эҷодии донишҷӯён мусоидат мекунад. Ин раванд тавассути иштироки мустақими онҳо дар ҷустуҷӯи роҳҳои ҳалли масъалаҳо амалӣ мегардад. Омӯзгор бо истифода аз масъалаҳои ғайристандартии шавқовар, сюжетӣ ва фароғатӣ, ки дорои хусусияти тарбиявӣ мебошанд, метавонад донишҷӯёнро бо мафҳуми эҷодкорӣ, равандҳои эҷодӣ дар илм ва мафҳумҳои гуногуни математика шинос намояд.

2. Бо истифода аз масъалаҳои ғайристандартӣ дар машғулиятҳо, омӯзгор имконият фароҳам меорад, ки донишҷӯён ба таври мустақил ба ифодаи теоремаҳо расанд, гӯё ки онҳоро аз нав «кашф» намудаанд, ва дар пайи он ба ҷустуҷӯи исботи онҳо машғул шаванд. Ин равиш ба ташаккули худмуайянкунӣ, эътимод ба қобилиятҳои шахсӣ ва устувории назару андешаи донишҷӯён мусоидат мекунад.

3. Баҳсҳо ва диспутҳои илмие, ки аз ҷониби омӯзгор бодикҷат тарҳрезӣ ва дар машғулиятҳо ташкил карда мешаванд, агар ба муҳокимаи мушкилоти математикӣ асос ёбанд, ба тарбияи таҳаммулпазирии донишҷӯён нисбат ба андешаҳои дигарон, эҳтироми шахсӣ тавассути эҳтиром ба дигарон ва муносибати оқилона бо муҳити атроф мусоидат мекунанд. Ин гуна муҳокимаҳо ҳамчунин ба ташаккули қобилияти муносибати байнишахсӣ, малакаҳои коммуникативӣ ва ҳалли вазъиятҳои баҳснок мусоидат менамоянд.

4. Рушди қобилияти математикӣ бе баланд бардоштани маданияти умумии шахс номумкин аст. Маводи масъалаҳои ғайристандартӣ дар дарсҳо ба ташаккули якҷонибаи қобилияти математикӣ роҳ наметавонанд, балки ба рушди ҳамаҷонибаи шахс мусоидат мекунанд.

5. Маводи масъалаҳои ғайристандартӣ сатҳи саводнокии донишҷӯёнро боло бурда, донишу ҷаҳонбинии онҳоро васеъ менамояд. Ин раванд яке аз роҳҳои афзоиши иқтидори зеҳнии донишҷӯён ба шумор рафта, ба онҳо тарзи фикрронӣ ва қобилияти ҳалли масъалаҳои мураккаби ҳаётиро меомӯзонад.

Барои он ки татбиқи масъалаҳои ғайристандартӣ дар машғулиятҳои математика самаранок бошад, омӯзгор бояд тавсияҳои зеринро ба назар гирад:

- машғулиятро бо масъалаҳои содатар оғоз намояд;
- равандро пайдарпай ва системавӣ ба роҳ монад;
- мазмун, ҳаҷм ва тарзи пешниҳоди масъалаҳо бояд мутобиқ ба мавзуи дар силлабуси таълимӣ зикршуда тартиб дода шаванд.

Омӯзгор бояд пешакӣ ҳаҷми маълумоте, ки дар машғулият пешниҳод мекунад, муайян намуда, масъалаҳои ғайристандартиро дар доираи муайян ва бо назардошти ҳадафҳои таълимӣ истифода намояд.

3.2. Натиҷаҳои корҳои озмоишӣ оид ба муайянсозии сатҳи дониш ва қобилияти эҷодии донишҷӯён тавассути истифодаи методи таҳияшуда дар раванди таълими математика

Бо така ба дастурамали назариявие, ки ба масъалаҳои калидии дидактикаи муосир иртибот дорад ва ҳадафи он муайянсозии мазмуни таълими математика дар муассисаҳои таҳсилоти олии омӯзгорӣ бо дарназардошти талаботи иҷтимоии ҷомеа мебошад, фарзияи тадқиқотӣ пешниҳод гардид. Дар он зикр шудааст, ки истифодаи маводи дорои масъалаҳои ғайристандартӣ аз ҷанни математика, ки имкони татбиқи усулҳои гуногуншакли таълими математикаро фароҳам меорад, ба омодагии математикии донишҷӯёни ихтисоси омӯзгорӣ дар муассисаҳои таҳсилоти олӣ мусоидат мекунад.

Дар ҷараёни таҳқиқот чунин фарзия пешниҳод шуд, ки ташкили самараноки раванди таълим дар ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ дар дарсҳои математика воситаи муассири ташаккули донишҳои математикӣ, рушди қобилияти эҷодӣ, бедор кардани рағбат ба донишандӯзӣ ва таҳкими тафаккури математикӣ дар донишҷӯён ба ҳисоб меравад.

Мақсади марҳилаи санҷиш муайян намудани ҳолати воқеии раванди ташкили рушди дониши математикӣ ва қобилиятҳои эҷодӣ донишҷӯён, инчунин сатҳи омодагии риёзии донишҷӯёни курси якум, дуюм ва сеюм баъдан интиҳоб кардани онҳо барои иштирок дар озмоиш буд.

Дар натиҷаи корҳои озмоиши муайян карда шуд, ки дараҷаи тайёрии математикии донишҷӯёни курси якуми дуюм ва сеюми мактабҳои олий сикли омӯзгори паст буда, баҳои миёна аз 3,07 то 3,14 мебошад, яъне баҳои каноатбахш дода шуд.

Озмоиши педагогӣ бо мақсади санҷиши асоснок ва дурусти фарзияи пешниҳодшуда дар заминаи факултетҳои физика-математикаи Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Носири Хусрав ва факултети физика-математикаи Донишгоҳи давлатии Данғара баргузор гардид.

Ҳадафи асосии озмоиши педагогӣ-тасдиқи таҷрибавии методи таълими математика бо истифода аз маводи дорои масъалаҳои ғайристандартӣ мебошад, ки ба рушди донишҳои математикӣ ва маҳоратҳои эҷодии донишҷӯён мусоидат мекунад. Озмоиш дар се марҳила - ибтидоӣ, асосӣ ва ҷамъбасти ба роҳ монда шуд.

Дар марҳилаи ибтидоии таҳқиқот (солҳои 2019–2025), равандҳои ташкилии методологӣ ва равишҳои асосии озмоиши педагогӣ муайян ва таҳия гардиданд. Дар доираи ин марҳила:

- ҳадаф, мазмун ва усулҳои асосии тадқиқоти педагогӣ бо назардошти талаботи таҳқиқотӣ ва заминаи назариявӣ муайян карда шуданд;

- таҳлили муфассал ва ҷамъбасти ҳолатҳои назариявӣ, ки ба мушкилоти мавриди омӯзиш иртибот доранд, анҷом дода шуд.

- вазъи коркарди масъалаҳои марбут ба истифодаи методии маводи дорои масъалаҳои ғайристандартӣ дар таълими математика дар раванди омодасозии омӯзгорони фанни математика дар ҷумҳури муайян карда шуд;
- сатҳи омодагии математикӣ ва рушди донишҷӯёни ихтисоси омӯзгорӣ дар давраи омӯзиш арзёбӣ гардид;
- методикаи озмоишии муқарраркунӣ оид ба масъалаи таҳқиқшаванда таҳия ва коркард шуд.

Дар марҳилаи озмоишии таҳқиқот, таҷрибаи ибтидоии ташкили гурӯҳҳои санҷишӣ ва таҷрибавӣ ҷиҳати арзёбии сатҳ ва сифати донишҳои математикӣ миёни донишҷӯёни курсҳои поёнии муассисаҳои таҳсилоти олии омӯзгорӣ (курсҳои 1, 2, 3) амалӣ гардид. Бо мақсади ба даст овардани натиҷаҳои боэътимод ва мувофиқ ба ҳадафҳои таҳқиқот, маҷмуи тадбирҳои методӣ ва амалии зарурӣ ба иҷро расонида шуданд.

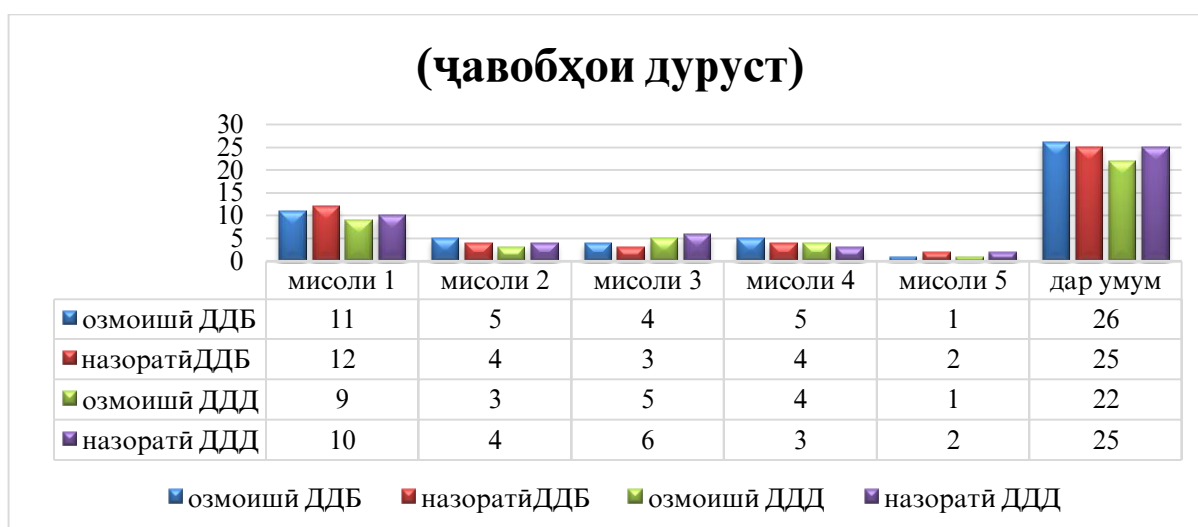
Дар ҳар ду донишгоҳҳо барои гузаронидани озмоиши педагогӣ аз донишҷӯёни курсҳои якум ва дуюм омӯзгорони оянда корҳои санҷишӣ ва анкетӣ гирифта шуд, вобаста ба натиҷаи корҳои санҷишӣ гурӯҳҳои озмоишӣ (ГО) ва назоратӣ (ГН) интихоб карда шуданд.

Кори санҷишӣ мувофиқ бо барномаи таълимӣ гузаронида шуда, аз 5 мисол иборат буда, барои санҷиши донишҳои ибтидоии донишҷӯён аз рӯи сатҳи стандартӣ равона карда шудааст. Шумораи донишҷӯёне, ки баҳои мусбӣ гирифтаанд, аз як то ду донишҷӯ дар як гурӯҳ буд. Натиҷаи кори санҷишии гирифта шудаи донишҷӯёни ДДБ ба номи Н. Хусрав ва ДДД, дар ҷадвали 6, расми 2, нишон дода шудааст.

Ҷадвали 6. - Натиҷаи кори назарсанҷии донишҷӯён дар марҳилаи аввали озмоиши педагогӣ дар ДДБ ба номи Н. Хусрав ва ДДД.

		ДДБ ба номи Н. Хусрав				ДДД			
№ т/р	Натиҷаи кори Санҷишӣ	Гурӯҳи озмоишӣ (68-нафар)		Гурӯҳи Назоратӣ (64-нафар)		Гурӯҳи озмоишӣ (72-нафар)		Гурӯҳи Назоратӣ (70-нафар)	
		Д	%	Д	%	Д	%	Д	%

Давоми ҷадвали 6									
1	Ҳисоб кунед $\frac{(\frac{1}{6}+0,1+\frac{1}{15})\div(\frac{1}{6}+0,1-\frac{1}{15})\cdot 2,52}{(0,5-\frac{1}{3}+0,25-\frac{1}{5})\div(0,25-\frac{1}{6})\cdot \frac{7}{13}}$	11	16,2	12	18,7	9	12,5	10	14,3
2	Ифодаи алгебравиро сода кунед $\left(\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}-\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right)\div\left(\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{x-y}+\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x-y}\right)\cdot\frac{2\sqrt{xy}}{y-x}$	5	7,3	4	6,2	3	4,2	4	5,7
3	Муодиларо ҳал кунед $\frac{x^2+1}{x-4}-\frac{x^2-1}{x+3}=23$	4	5,9	3	4,7	5	6,9	6	8,6
4	Системаро ҳал кунед $\begin{cases} 4x^2-y^2=0 \\ 2x+y=4 \end{cases}$	5	7,3	4	6,2	4	5,5	3	4,3
5	Суммаро ҳисоб кунед $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 6}+\dots+\frac{1}{1000\cdot 1001}$	1	1,4	2	3,1	1	1,4	2	2,8
	Дар умум	26	38,1	25	39	22	30,5	25	35,7
	Фоизи миёна:	5,2	7,6	5	7,8	4,4	6,1	5	7,1
	Дар умум (надонист)	314	461,8	295	461	338	469,4	325	464,3
	Фоизи миёна (надонист)	62,8	92,4	59	92,2	67,6	93,9	65	92,9



Расми 2. - Натиҷаи кори санҷишии гирифта шудаи донишҷӯёни ДДБ ба номи Н. Хусрав

Аз рӯи мушоҳидаҳо ва натиҷаҳои тадқиқот дар байни донишҷӯён муайян карда шуд, ки маҳорати ҳалли масъалаҳои ғайристандартии донишҷӯён ба қисмҳои баланд, миёна ва паст фарқ карда мешаванд.

Донишҷӯёни сатҳи баланд ба машғулиятҳои гуногуни ҳалли масъалаҳо шавқу ҳавас доранд ва дониши онҳо сохторбандӣ мешавад. Ин донишҷӯён ба фаъолияти дар пеш истода ба таври объективӣ баҳо медиҳанд, аксар ҳолатҳоро ба осонӣ паймоиш мекунанд ва амалҳои худро таҳлил мекунанд ва онҳоро бо рушди вазъият алоқаманд мекунанд.

Донишҷӯёни сатҳи миёна аҳамияти фаъолияти ғайристандартии ҳалли масъадаҳоро дарк мекунанд ва ба онҳо объективӣ ва бодикқат муносибат мекунанд. Дониши онҳо дар аксари мавзӯҳо сохторӣ аст, аммо он на ҳамеша ҳамчун дастур барои амал хизмат мекунад. Онҳо вазъиятро дуруст дарк мекунанд, вале на ҳамеша ба мазмуну усулҳои масъала ислохҳо дароварда метавонанд.

Донишҷӯёни сатҳи паст ба машғулиятҳои ҳалли масъалаҳо хеле кам шавқманд мешаванд. Онҳо аксар вақт ба фаъолияти дар пеш истода ва хусусиятҳои рафтори худ объективона баҳо дода наметавонанд. Ин донишҷӯён дар амалҳои худ аз рӯи интуитсия амал мекунанд ва аксар вақт шарҳ дода наметавонанд, ки чаро онҳо бо як роҳ амал мекунанд, на ба таври дигар ва ё ба чӣ ноил шудан мецоҳанд. Онҳо аз рӯи нишонаҳо амал карданро афзалтар медонанд; дониши онҳо мураттаб нест.

Дар рафти озмоиши ташаккулёбанда мантиқи зерини ташаккули дониши математикӣ ва фаъолияти эҷодии донишҷӯён мушоҳида карда шуд:

- ба донишҷӯёни гурӯҳи таҷрибавӣ дар дарс масъалаҳои маълум пешниҳод карда шуданд, ҳалли анъанавӣ доштанд, вале омӯзгор имкони ҳалли ғайриоддиро нишон дод;

- ба донишҷӯён пешниҳод карда шуд, ки мустақилона роҳи ҳалли ғайристандартии масъалаҳои ба онҳо пешниҳодшударо ҷустуҷӯ кунанд;

Дар сатҳи пешрафтаи омӯзиш, барои донишҷӯёне, ки омодагии кофӣ дар самти ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ доранд, якчанд усул ва роҳҳои алтернативии ҳалли масъалаҳо пешниҳод гардид. Ин амал ба таҳкими ҳавасмандии онҳо мусоидат намуда, шароити мусоид барои бартарафсозии душвориҳо дар раванди таҳлили масъалаҳо фароҳам овард ва рушди қобилияти фикрронии мустақилро тақвият бахшид.

Бояд гуфт, ки дар ибтидои озмоиш омӯзгор субъекти асосии ҳалли масъалаҳо буда, баъдан роли субъекти ҳалли онҳо тадриҷан ба ихтиёри донишҷӯён мегузарад.

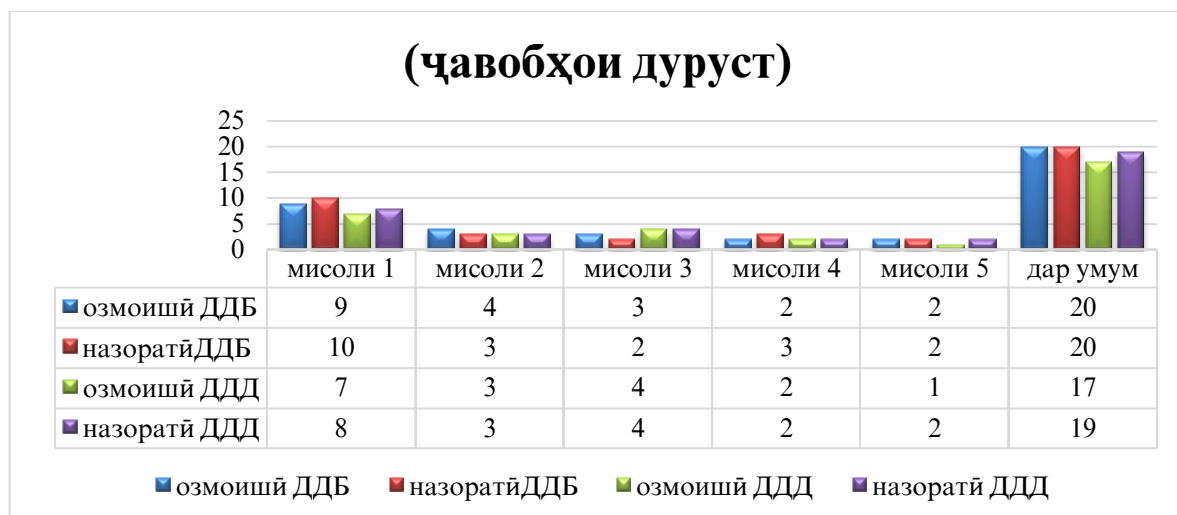
Натиҷаҳои пурсиши анкетавӣ дар ҷадвали 7 ва расми 3 оварда шудаанд.

Ҷадвали 7. - Натиҷаҳои пурсиши анкетавии донишҷӯён дар марҳилаи аввали озмоиши педагогӣ дар ДДБ ба номи Н. Хусрав ва ДДД.

№ т/р	Натиҷаи кори Санҷишӣ	ДДБ ба номи Н. Хусрав				ДДД			
		Гурӯҳи озмоишӣ (68-нафар)		Гурӯҳи Назоратӣ (64-нафар)		Гурӯҳи озмоишӣ (72-нафар)		Гурӯҳи Назоратӣ (70-нафар)	
		Д	%	Д	%	Д	%	Д	%
1	Оё шумо барои ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ кӯшиш мекунед? а) дар синф; б) дар хона; в) аз рӯи тест ҳамчун супориши иловагӣ г) доимо Чӣ тавр шумо метавонед ҳалли худро арзёбӣ кунед (баланд, миёна, заиф, хоҳиш нест.	9	13,2	10	15,6	7	9,7	8	11,4
2	Ҳангоми ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ боварӣ ба худ ҳис мекунед? Агар ҳа, шумо ин ҳиссиётро чӣ гуна арзёбӣ карда метавонед: а) боварии комил, б) эътимоди баланд, в) эътимоди миёна, г) боварии комил надостан, д) чунин боварӣ надорам.	4	5,9	3	4,7	3	4,2	3	4,3

Давоми ҷадвали 7									
3	Оё ҳавасмандии шумо ҳангоми ҳалли масъалаи ғайристандартӣ, ки сарфи муайяни вақт ва заҳмати зиёдро талаб мекунад, ҳангоми нокомӣ, ба ҳалли он машғул мешудед? а) Бале, дар ҳар сурат; б) эҳтимоли зиёд ҳа;в) эҳтимол нест; г) нест	3	4,4	2	3,1	4	5,5	4	5,7
4	Ҳангоми ҳалли масъалаи ғайристандартӣ, шумо саъй мекунед, ки а) масъаларо то ҳадди имкон хубтар ҳал кунед; б) пеш аз имтиҳон тайёрии худро тафтиш кардан; в) дар ҳалли ин гуна масъалаҳо таҷриба ҳосил кардан	2	2,9	3	4,7	2	2,8	2	2,8
5	Кадом сифатҳо, ба назари шумо, барои ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ заруранд: - эътимод ба худ - қобилияти паймоиши мавод - истодагарӣ - ҳислатҳои иродаи қавӣ - омодагӣ барои бартараф кардани душвориҳо - мустақилияти тафаккур - қобилияти мутобиқ шудан ба масъала	2	2,9	2	3,1	1	1,4	2	2,8
	Дар умум	20	29,2	20	31,2	17	23,6	19	27
	Ҷои миёна:	4	5,9	4	6,3	3,4	4,7	3,8	5,4
	Дар умум(надонист)	320	470,6	300	468,7	343	476,4	331	472,8
	Ҷои миёна(надонист)	62,8	94,1	59	93,7	67,6	95,3	65	94,6

Ба омӯзгорони гурӯҳҳои интихоб карда шуда маводҳои таълимӣ марбут ба фарзияи гузошта шуда таъмин карда шуд. Омӯзгорон дар дарс аз маводҳои махсус истифода бурда, дар давраҳои муайяни соли таҳсил натиҷагирӣ намуданд.



Расми 3. - Натиҷаҳои пурсиши анкетавии донишҷӯён дар марҳилаи аввали озмоиши педагогӣ дар ДДБ ба номи Н. Хусрав ва ДДД.

Дар гурӯҳи озмоишӣ машғулиятҳо аз фанни математика мутобиқи моделҳои таҳия ва методикаи пешниҳодкардаи мо бо истифодаи маводи масъалаҳои ғайристандартӣ қараён гирифт. Дар гурӯҳҳои назоратӣ бошад, машғулиятҳо мутобиқ ба методи маъмулӣ гузаронида шуданд.

Дар рафти озмоиш ошкор шуд, ки гурӯҳҳои озмоишӣ, моҳияти мафҳумҳои математикиро аз қабili таърифу теоремаҳо ва усулҳои ҳалли мисолу масъалаҳо аз математика сарфаҳм рафтанд, ки ин нишондодҳо бевосита ба рушди дониши математикии онҳо таъсири мусбат мерасонад.

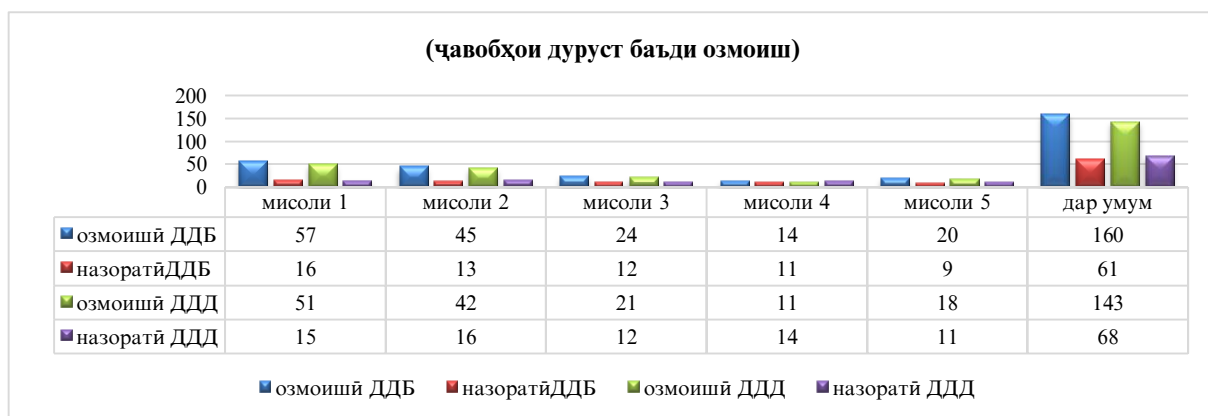
Зикр кардан ба маврид аст, ки донишҷӯёни гурӯҳи озмоишӣ дар қараёни таҳсил дарк намуданд, ки чунин усули омӯзиши математика барои ташаккули онҳо ҳамчун омӯзгорони соҳибихтисос, ки ба стандартҳои таълимии миллӣ ва байналмилалӣ ҷавобгӯ бошанд, аҳамияти назаррас дорад. Ин натиҷаҳо самаранокии моделҳои таҳияшуда ва методикаи пешниҳодгардидаи омӯзишро дар раванди таълими математика, махсусан ҳангоми кор бо масъалаҳои ғайристандартӣ, тасдиқ менамоянд.

Маълумоти бадастомада аз пурсиши анкетавии донишҷӯён дар ҷадвали 8 ва расми 4 инъикос ёфтаанд, ки онҳо далели муътамади таъсири мусбати методи озмоишӣ ба сатҳи фаҳмиш, рушди дониш ва муносибати донишҷӯён ба фанни математика мебошанд.

Ҷадвали 8. - Натиҷаҳои пурсиши анкетавии донишҷӯён баъди озмоиши педагогӣ дар ДДБ ба номи Н. Хусрав ва ДДД.

№ т/р	Натиҷаи кори Санҷишӣ	ДДБ ба номи Н. Хусрав				ДДД			
		Гурӯҳи озмоишӣ (68-нафар)		Гурӯҳи Назоратӣ (64-нафар)		Гурӯҳи озмоишӣ (72-нафар)		Гурӯҳи Назоратӣ (70-нафар)	
		Д	%	Д	%	Д	%	Д	%
1	Оё шумо барои ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ кӯшиш мекунед? а) дар синф; б) дар хона; в) аз рӯи тест ҳамчун супориши иловагӣ г) доимо Чӣ тавр шумо метавонед ҳалли худро арзёбӣ кунед (баланд, миёна, заиф, хоҳиш нест.	57	83,8	16	25	51	76,4	15	21,4
2	Ҳангоми ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ боварӣ ба худ ҳис мекунед? Агар ҳа, шумо ин ҳиссиётро чӣ гуна арзёбӣ карда метавонед: а) боварии комил, б) эътимоди баланд, в) эътимоди миёна, г) боварии комил надоштан, д) чунин боварӣ надорам.	45	66,2	13	20,3	42	61,1	16	22,8
3	Оё ҳавасмандии шумо ҳангоми ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ, ки сарфи муайяни вақт ва заҳмати зиёдро талаб мекунанд, ҳангоми нокомӣ, ба ҳалли он машғул мешудед? а) Бале, дар ҳар сурат; б) эҳтимоли зиёд ҳа; в) эҳтимол нест; г) нест	24	35,3	12	18,7	21	30,5	12	17,1

Давоми ҷадвали 8									
4	Ҳангоми ҳалли масъалаи ғайристандартӣ, шумо саъй мекунед, ки а) масъаларо то ҳадди имкон хубтар ҳал кунед; б) пеш аз имтихон тайёрии худро тафтиш кардан; в) дар ҳалли ин гуна масъалаҳо таҷриба ҳосил кардан	14	20,6	11	17,2	11	18	14	20
5	Кадам сифатҳо, ба назари шумо, барои ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ заруранд: - эътимод ба худ - қобилияти паймоиши мавод - истодагарӣ - хислатҳои иродаи қавӣ - омодагӣ барои бартараф кардани душвориҳо - мустақилияти тафаккур - қобилияти мутобиқ шудан ба масъала	20	29,4	9	14,1	18	27,8	11	15,7
	Дар умум	160	235,3	61	95,3	143	198,6	68	97
	Ҷои миёна:	36	47,1	12,2	19,1	28,6	39,2	13,6	19,4
	Дар умум(надонист)	180	264,7	259	404,7	219	304,2	282	402,8
	Ҷои миёна(надонист)	34,2	52,9	50,6	80,9	43,8	60,8	56,4	80,6

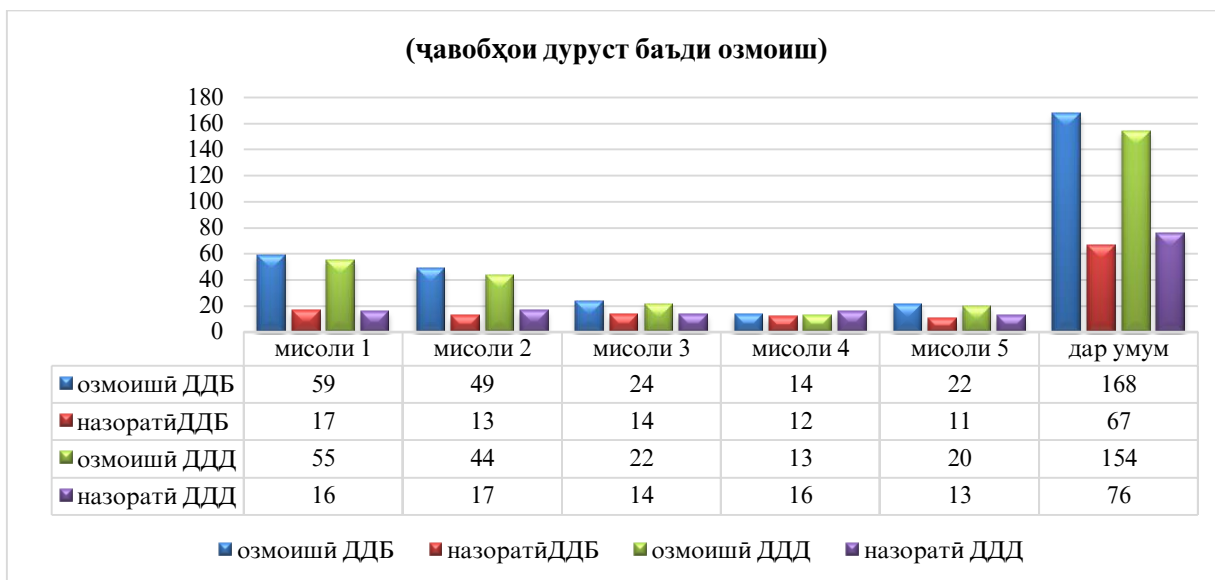


Расми 4. - Натиҷаҳои пурсиши анкетавии донишҷӯён баъди озмоиши педагогӣ дар ДДБ ба номи Н. Хусрав ва ДДД

Ҳамчуни барои муайян намудани маҳорати ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ аз донишҷӯён кори санҷишӣ гирифта шуд, ки натиҷаи он дар ҷадвали 9 ва расми 5 оварда шудааст.

Ҷадвали 9. - Натиҷаи кори назарсанҷии донишҷӯён дар марҳилаи аввали озмоиши педагогӣ дар ДДБ ба номи Н. Хусрав ва ДДД.

№ т/р	Натиҷаи кори Санҷишӣ	ДДБ ба номи Н. Хусрав				ДДД			
		Гуруҳи озмоишӣ (68-нафар)		Гуруҳи Назоратӣ (64-нафар)		Гуруҳи озмоишӣ (72-нафар)		Гуруҳи Назоратӣ (70-нафар)	
		Д	%	Д	%	Д	%	Д	%
1	Ҳисоб кунед $\left[\frac{\sqrt{561^2 - 459^2}}{4\frac{2}{7} \cdot 0,15 + 4\frac{2}{7} \div \frac{20}{3}} + 4\sqrt{10} \right] \div \frac{1}{3}\sqrt{40}$	59	86,7	17	26,6	55	76,4	16	22,8
2	Муодиларо ҳал кунед $x^2 - 4x - 6 = \sqrt{2x^2 - 8x + 12}$	49	72	13	20,3	44	61,1	17	24,3
3	Ҳосили зарбро сода кунед $\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{200^2}\right)$	24	35,3	14	21,9	22	30,5	14	20
4	Системаро ҳал кунед $\begin{cases} x^2 + y\sqrt{xy} = 420 \\ y^2 + x\sqrt{xy} = 280. \end{cases}$	14	20,6	12	18,7	13	18	16	22,8
5	Суммаро ҳисоб кунед $\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{n-1}} + \sqrt{a_n}}$ дар ин ҷо $a_1, a_2, \dots, a_n$ – аъзоҳои прогрессияи арифметикӣ мебошанд.	22	32,3	11	17,2	20	27,8	13	18,6
	Дар умум	168	246,9	67	104,7	154	213,8	76	108,5
	Фоизи миёна:	33,6	49,4	13,4	20,9	30,8	42,8	15,2	21,7
	Дар умум(надонист)	172	252,9	253	395,3	206	286,1	274	391,4
	Фоизи миёна(надонист)	34,2	50,6	50,6	79,1	41,2	57,2	55,2	78,3



Расми 5. - Натиҷаи кори назарсанҷии донишҷӯён дар марҳилаи аввали озмоиши педагогӣ дар ДДБ ба номи Н. Хусрав ва ДДД

Аз ҷадвалҳои 6-9 дида мешавад, ки дар гурӯҳҳои озмоишию назоратӣ то озмоиш донишҷӯёни ҳар ду гурӯҳ ба саволҳои пурсиши анкетавӣ қариб ҷавобҳои якхела ва баъди озмоиш донишҷӯёни омӯзгорони оянда гурӯҳи озмоишӣ ҷавобҳои хубу қаноатмандкунанда доданд. Ин натиҷаҳо шаҳодати он аст, ки барои ҳамчун мутахассиси замонавӣ-омӯзгори фанни математика сабзида расидани онҳо ҳалли масъалаҳои мазмуни ғайристандартидошта аз фанни математика манфиатдор буда, ба амиқтар азхудкунии мафҳумҳо ва теоремаҳои математика мусоидат намуда, донишҳои математикиашонро ташаккул медиҳад.

Дар асоси натиҷаҳои озмоиши педагогӣ муайян гардид, ки сатҳи ташаккулёбии дониши математикӣ, савияи дониш, маҳорат ва малакаҳои амалии донишҷӯёни омӯзгорони оянда дар гурӯҳи озмоишии ДДБ ба номи Носири Хусрав (ГО) то озмоиш 7,65% ва баъди озмоиш ба 49,4% расидааст (дар гурӯҳи назоратӣ - аз 7,81% то 20,9%) ва дар гурӯҳи озмоишии ДДД (ГО) то озмоиш 6,1% ва баъди озмоиш ба 42,8% расидааст (дар гурӯҳи назоратӣ - аз 7,1% то 21,7%). Ин афзоиш далели самаранокии баланди модели таҳияшуда ва методикаи пешниҳодгардида мебошад.

Дар марҳилаи асосии тадқиқот (солҳои 2021–2023), варианти кори методҳо ва усулҳои истифодаи маводи масъалаҳои ғайристандартӣ бо ҳадафи такмил додани мазмуни таълими математикӣ таҳия гардид. Ҳамзамон, татбиқи ин мавод дар барномаҳои таълимии математика низ мавриди омӯзиш қарор гирифт. Дар марҳилаи озмоиши таҳқиқот, озмоишҳои таълимӣ ва ҷустуҷӯии мақсаднок амалӣ гардиданд, ки дар қараёни онҳо самаранокии методикаи пешниҳодшудаи таълими математика бо истифода аз масъалаҳои дорои хусусияти ғайристандартӣ мавриди санҷиш қарор гирифт.

Дар марҳилаи хотимавии таҳқиқот (солҳои 2023–2025), корҳои ҷамъбасти, систематикунӣ ва мушаххасгардонии модели комплекси таълимӣ-методӣ барои таълими математика дар муассисаҳои таҳсилоти олии касбии омӯзгорӣ, бахши сикли математикӣ, ба анҷом расонида шуданд.

Илова бар ин, ҳисобкуниҳои математикӣ ва таҳлили оморӣ натиҷаҳои бадастомада дар марҳилаҳои қаблӣ, бо таъкид ба фарзияи асосии таҳқиқоти диссертатсионӣ, тасдиқ гардиданд. Натиҷаҳои таҳлилии заминаи илмӣ исботшуда барои мавҷудият, самаранокӣ ва татбиқи муфиди методҳо ва усулҳои таҳияшудаи муаллифро дар истифодаи масъалаҳои ғайристандартӣ дар раванди таълимӣ-тарбиявии муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ фароҳам оварданд.

Усулҳои асосии тадқиқот, ки дар қараёни таҳқиқоти мазкур мавриди истифода қарор гирифтанд, ба таври зайл гурӯҳбандӣ мешаванд:

1. Мушоҳидаи педагогӣ, анкетагузорӣ, пурсиш ва мусоҳибаҳои мақсаднок, ки бо ҳадафҳои зерин анҷом дода шуданд:

– муайянсозии сатҳи ангежиш ва заъқи идрокии донишҷӯёни ихтисоси омӯзгори оянда нисбат ба омӯзиши математика;

– таҳлили мавқеи самаранокӣ ва ҷойгоҳи модели комплекси таълимӣ-методӣ дар доираи таълими математика дар системаи таҳсилоти олии касбӣ, бахши сикли математикӣ;

– арзёбии дараҷаи азхудкунии методҳои таҳлил ва синтез, ҷамъбаст ва мушаххасгардонӣ, инчунин қобилияти истифодаи усулҳои индуктивӣ ва дедуктивӣ дар раванди таълими курси математика дар муассисаҳои таҳсилоти олий.

2. Омӯзиш ва таҳлили натиҷаҳои фаннӣ ҷиҳати муайянсозии дараҷаи омодагии донишҷӯёни ихтисоси омӯзгорӣ тавассути:

- гузаронидани корҳои санҷишӣ барои муайян намудани сатҳи ибтидоии донишҳои математикӣ дар робита ба ҳар як мавзуи марбут ба курси математика дар муассисаҳои таҳсилоти олии касбии сикли математикӣ.

- гузаронидани корҳои санҷишӣ барои дақиқ муайян намудани омодагии математикии донишҷӯёни курсҳои 1-3;

- муайян кардани сатҳи мустақилияти донишҷӯёни омӯзгорони оянда дар раванди омӯзиши мавзӯҳои нав бо истифода аз маводи масъалаҳои ғайристандартӣ аз математика;

- таҳлили тағйироти тафаккури математикӣ дар донишҷӯён дар асоси натиҷаи баҳогузорӣ дар давоми соли таҳсил.

3. Методи коркарди натиҷаҳои таҳқиқот бо истифода аз усулҳои омории математикӣ, ки дар таҳлили маълумоти бадастомада татбиқ гардид, иборат аст аз:

– муайянсозӣ ва муқоисаи сатҳи миёнаи азхудкунии донишҳои марбут ба математика, инчунин таҳлили динамикаи тағйироти он дар раванди омӯзиши курси математика дар муассисаҳои таҳсилоти олии касбии омӯзгорӣ;

– татбиқи усулҳои омории математикӣ барои санҷиши фарзияҳои омории, аз ҷумла истифодаи меёри мувофиқати омории χ^2 (χ -и мураббаъ) ҷиҳати арзёбии эътимоднокии натиҷаҳои бадастомада.

Марҳилаи сеюми озмоиши педагогӣ солҳои 2021–2025-ро дар бар мегирад.

Ин марҳила ба ҷамъбаст ва натиҷагирии омории–математикӣ бахшида шуда, натиҷаҳои бадастомада исбот намуданд, ки фарзияи илмии таҳқиқот дар бораи такмил додани тарбияи математикӣ ва ташаккули дониши математикӣ дар донишҷӯёни омӯзгорони оянда асоси илмӣ ва омории дорад. Ин натиҷаҳо нишон медиҳанд, ки донишҷӯён ҳамчун мутахассисони оянда ба талаботи замони муосир ҷавобгӯ гардида, дар самти омӯзгорӣ рушд ёфтаанд.

Дар асоси маълумоти ҷамъоваришудаи озмоиши педагогӣ, баҳогузориҳои самаранокии тарбияи математикӣ ва ташаккули дониши математикӣ дар донишҷӯёни омӯзгорони оянда тавассути ҳисоб кардани миёнаи квадрати тағйирёбии ҳиссагӣ анҷом дода мешавад.

$(\sigma \cdot d)$ истифода мебарем:

$$\sigma \cdot d = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^k (d_{1j} - d_{0j})^2}{k}} \quad (1)$$

дар ин ҷо: d_{1j} – ҳиссаи ҷавобҳои додашудаи «Д» дар гурӯҳи озмоишӣ баъд аз озмоиш буда аз рӯи формулаи зерин муайян карда мешавад

$$d_{1j} = \frac{\sum D}{\sum (D + H)} \cdot 100\%.$$

d_{0j} – ҳиссаи ҷавобҳои додашудаи «Д» дар гурӯҳи озмоишӣ то озмоиш буда аз формулаи зерин муайян карда мешавад.

$$d_{0j} = \frac{\sum D}{\sum (D + H)} \cdot 100\%.$$

Аз маълумотҳои ҷамъовардашудаи озмоиши педагогӣ $(\sigma \cdot d)$ барои муайян намудани ташаккулёбии дониши математикии донишҷӯёни

омӯзгорони оянда дар гурӯҳҳои озмоишии ДДБ-ро ҳисоб мекунем. Барои ин дар аввал қиматҳои d_{1j} ва d_{0j} –ро ҳисоб мекунем.

1) Барои кори санҷишӣ. Аз ҷадвали 4 истифода бурда ҳосил мекунем, ки

$$d_{1j} = \frac{\sum D}{\sum(D + H)} \cdot 100\% = \frac{168}{168 + 172} \cdot 100\% = 49,4$$

$$d_{0j} = \frac{\sum D}{\sum(D + H)} \cdot 100\% = \frac{26}{26 + 314} \cdot 100\% = 7,6$$

2) Барои пурсиши тарзи анкетавӣ. Аз ҷадвали 3 истифода бурда ҳосил мекунем, ки

$$d_{1j} = \frac{\sum D}{\sum(D + H)} \cdot 100\% = \frac{67}{67 + 253} \cdot 100\% = 20,9$$

$$d_{0j} = \frac{\sum D}{\sum(D + H)} \cdot 100\% = \frac{39}{39 + 461} \cdot 100\% = 7,8$$

Акнун барои осонии кор ҷадвали 10- ро тартиб дода қимати миёнаи квадратии тағйирёбии ҳиссагиро муайян мекунем.

Ҷадвали 10. - Қимати миёнаи квадратии тағйирёбии ҳиссаги

Ҷавобҳо	Ҳисса, %		$ d_{1i} - d_{0i} $	$(d_{1i} - d_{0i})^2$
	То озмоиш (d_{0i})	Баъди озмоиш (d_{1i})		
Д	7,6	49,4	41,8	1747,24
Н	92,4	50,6	41,8	1747,24
Ҷамъ	100	100	83,6	3494,48

$$\sigma \cdot d = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^k (d_{1j} - d_{0j})^2}{k}} = \sqrt{\frac{3494,48}{2}} = 41,8$$

Акнун χ^2 -ро ҳисоб мекунем.

$$\begin{aligned} \chi^2 = NM \sum_{i=1}^L \frac{\left(\frac{n_i}{N} - \frac{m_i}{M}\right)^2}{\frac{n_i}{n_i + m_i}} &= \sum_{i=1}^5 \frac{\left(\frac{n_i}{68} - \frac{m_i}{64}\right)^2}{\frac{n_i}{n_i + m_i}} = \frac{\left(\frac{n_1}{68} - \frac{m_1}{64}\right)^2}{\frac{n_1}{n_1 + m_1}} + \frac{\left(\frac{n_2}{68} - \frac{m_2}{64}\right)^2}{\frac{n_2}{n_2 + m_2}} + \\ &+ \frac{\left(\frac{n_3}{68} - \frac{m_3}{64}\right)^2}{\frac{n_3}{n_3 + m_3}} + \frac{\left(\frac{n_4}{68} - \frac{m_4}{64}\right)^2}{\frac{n_4}{n_4 + m_4}} + \frac{\left(\frac{n_5}{68} - \frac{m_5}{64}\right)^2}{\frac{n_5}{n_5 + m_5}} = \frac{\left(\frac{59}{68} - \frac{17}{64}\right)^2}{\frac{59}{59 + 17}} + \frac{\left(\frac{49}{68} - \frac{13}{64}\right)^2}{\frac{49}{49 + 13}} + \end{aligned}$$

$$+ \frac{\left(\frac{24}{68} - \frac{14}{64}\right)^2}{24 + 14} + \frac{\left(\frac{14}{68} - \frac{12}{64}\right)^2}{14 + 12} + \frac{\left(\frac{22}{68} - \frac{11}{64}\right)^2}{22 + 11} \approx 44,8$$

Ба монанди ДДБ χ^2 -ро барои ДДД ҳисоб мекунем

1) Барои кори санҷишӣ. Аз ҷадвали 4 истифода бурда ҳосил мекунем, ки

$$d_{1j} = \frac{\sum D}{\sum(D + H)} \cdot 100\% = \frac{154}{154 + 206} \cdot 100\% \approx 42,8$$

$$d_{0j} = \frac{\sum D}{\sum(D + H)} \cdot 100\% = \frac{22}{22 + 338} \cdot 100\% = 6,1$$

2) Барои пурсиши тарзи анкетавӣ. Аз ҷадвали 3 истифода бурда ҳосил мекунем, ки

$$d_{1j} = \frac{\sum D}{\sum(D + H)} \cdot 100\% = \frac{143}{143 + 219} \cdot 100\% = 39,5$$

$$d_{0j} = \frac{\sum D}{\sum(D + H)} \cdot 100\% = \frac{17}{17 + 343} \cdot 100\% = 4,72$$

Акнун барои осонии кор ҷадвали 11- ро тартиб дода қимати миёнаи квадратии тағйирёбии ҳиссагиро муайян мекунем.

Ҷадвали 11. - Қимати миёнаи квадратии тағйирёбии ҳиссаги

Ҷавобҳо	Ҳисса, %		$ d_{1i} - d_{0i} $	$(d_{1i} - d_{0i})^2$
	То озмоиш (d_{0i})	Баъди озмоиш (d_{1i})		
Д	6,1	49,4	43,3	1874,89
Н	93,9	51,6	43,3	1874,89
Ҷамъ	100	100	86,6	3749,78

$$\sigma \cdot d = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^k (d_{1j} - d_{0j})^2}{k}} = \sqrt{\frac{3749,78}{2}} = 43,3$$

Акнун χ^2 -ро ҳисоб мекунем.

$$\chi^2 = N \cdot M \sum_{i=1}^L \frac{\left(\frac{n_i - m_i}{N - M}\right)^2}{n_i + m_i} = 72 \cdot 70 \cdot \sum_{i=1}^5 \frac{\left(\frac{n_i - m_i}{72 - 70}\right)^2}{n_i + m_i} = \frac{\left(\frac{n_1 - m_1}{72 - 70}\right)^2}{n_1 + m_1} + \frac{\left(\frac{n_2 - m_2}{72 - 70}\right)^2}{n_2 + m_2} +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\left(\frac{n_3}{72} - \frac{m_3}{70}\right)^2}{n_3 + m_3} + \frac{\left(\frac{n_4}{72} - \frac{m_4}{70}\right)^2}{n_4 + m_4} + \frac{\left(\frac{m_5}{72} - \frac{m_5}{70}\right)^2}{n_5 + m_5} = \frac{\left(\frac{55}{72} - \frac{16}{70}\right)^2}{55 + 16} + \frac{\left(\frac{44}{72} - \frac{17}{70}\right)^2}{44 + 17} + \\
& + \frac{\left(\frac{22}{72} - \frac{14}{70}\right)^2}{22 + 14} + \frac{\left(\frac{13}{72} - \frac{16}{70}\right)^2}{13 + 16} + \frac{\left(\frac{20}{72} - \frac{13}{70}\right)^2}{20 + 13} \\
& \approx 36,8
\end{aligned}$$

Акнун барои санҷидани фарзияи нол дар бораи мавҷуд набудани тафовут дар қобилияти ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ меъёри дучониба истифода шуд [49, с. 97].

Дар асоси ҷадвали Г-и китоби [49, с. 130] ҳангоми $k=5$ ва дараҷаи озод $\nu = 5 - 1 = 4$ ва дараҷаи аҳмиятноки $\alpha = 0.05$ барои x -и (мураббаъ) қимати $\chi^2_{0.05} = 9,488$ муайян мекунем, бинобар ин нобаробарии $\chi^2 = 106,4 > 11,07$ дуруст мебошад. Ва фарзияи сифр дар ҳардуи донишгоҳ рад карда мешавад, чунки дар байни донишҷӯёни гурӯҳҳои таҷрибавию назоратӣ дар интиҳон таҷриба микдори донишҷӯёни маҳорати ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ дошта тафовуте бузург дорад. Натиҷаҳои таҳлили омӯрӣ собит намуданд, ки равиши самараноки ташкили тарбияи математикӣ ва рушди дониши математикӣ дар миёни донишҷӯён дар Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Носири Хусрав дуруст ва муассир ба роҳ монда шудааст. Ҳамин тавр, татбиқи методикаи таҳияшуда ва пешниҳодгардидаи мо дар раванди таълими математика барои гурӯҳҳои озмоишӣ нишон дод, ки аксари донишҷӯён:

1. Метавонанд масъалаҳои дорои мазмуни ғайристандартиро ба таври мустақил ҳал намоянд;
2. Мафҳумҳои математикиро амиқтар дарк мекунанд;
3. Ҳамчун бакалаврҳои замонавии соҳаи математика ташаккул меёбанд;
4. Тарбияи математикӣ мегиранд;
5. Дониш, тафаккур ва фаъолияти эҷодии математикии худро рушд медиҳанд.

Натиҷаҳои бадастомадаи озмоишӣ имконият фароҳам оварданд, ки на танҳо тағйироти ақида ва муносибати донишҷӯён дар рафти пурсишҳои солона ба таври эмпирикӣ тасдиқ карда шаванд, балки раванд ва тамоили таҳаввули дарки зарурати омӯзиши курси нав аз ҷониби омӯзгорони оянда низ ошкор гардад.

Дар ҳамин замина, таҳқиқоти озмоишӣ оид ба сатҳи азхудкунии дониш, ки бо истифода аз методи коркарди маводи дорои масъалаҳои ғайристандартӣ ва татбиқи онҳо дар амалияи таълимӣ анҷом дода шуд, дурустии истифодаи мақсаднок ва системавии чунин маводро аз муҳтавои математика дар раванди таълимӣ тасдиқ намуд.

Ин равиш ба баланд бардоштани сатҳи омодагии математикӣ, таҳкими завоқи донишҷӯён ба фан ва дар маҷмӯъ, ба такмили раванди таълими математика мусоидат мекунад.

Хулоса, натиҷаҳои бадастомада дурустии фарзияи илмӣ таҳқиқоти гузаронидашударо дар бораи такмил додани тарбияи математикӣ ва ташаккули дониши математикӣ дар миёни донишҷӯён ва бакалаврҳо тасдиқ намуда, нишон доданд, ки онҳо ҳамчун мутахассисони замонавӣ соҳаи риёзӣ рушд ёфта истодаанд.

Хулосаи боби сеюм

Дар боби сеюм методикаи ворид намудани масъалаҳои ғайристандартӣ ба баъзе аз мавзӯҳои калидии математика ва раванди озмоиши педагогӣ тавсиф ёфтааст. Дар он маълумоти муқоисавии натиҷаҳои таълим бо истифода аз маводи масъалаҳои ғайристандартӣ барои донишҷӯёне, ки дар яке аз ихтисосҳои мавҷуд буда - таҳсил мекунанд, пешниҳод гардида, бартарии чунин усули таълихро тасдиқ менамояд.

Таҳлили натиҷаҳои бадастомада нишон медиҳад, ки дар шароити муносири таълим зарурати истифодаи усулҳо ва методҳои гуногун дар раванди таълимӣ, ҳам дар муассисаҳои таҳсилоти умумӣ ва ҳам дар сатҳи таҳсилоти олии касбӣ, ба таври возеҳ эҳсос мегардад.

Системаи донишҳои математикӣ, ки дар муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ омӯзонида мешаванд, бояд ба ташаккули мафҳумҳои калидии илмӣ, азхудкунии назарияҳои асосӣ, дарки методҳои назариявӣ ва амалӣ, таъмини омодагии ҳамаҷонибаи донишҷӯён, рушди тафаккури мантиқӣ ва фаъолияти эҷодии онҳо мусоидат намояд. Ҳамзамон, ин система бояд дар ташаккули ҷаҳонбинии илмии донишҷӯён нақши муассир ва устувор дошта бошад.

Системаи тартибдодашудаи масъалаҳо оид ба ташаккули малакаи истифодаи усулҳои ғайрианъанавии ҳалли ифодаҳо, муодилаҳо, системаи муодилаҳо ва дигар масъалаҳо нишондиҳандаҳои қайдшударо қонунӣ гардонид, як қатор қонуниятҳоро ба назар мегирад. Илова бар ин, онҳо дорои як қатор хусусиятҳо мебошанд. Аз он ҷумла: системаи масъалаҳои нишон дода шуда барои истифода бурдани техникаи ғайристандартӣ имкониятҳои калон нишон медиҳад, ба донишҷӯён имкон медиҳад, ки на танҳо мафҳумҳои мавҷуд бударо «мустаҳкам» карда шаванд, балки дар просесси ҳалли онҳо консепсияҳои навро ҳам аз худ намояд;

1. намудҳои асосии навъи масъалаҳои ба миён омадаро фаро мегирад дар имтиҳон ва олимпиадаҳо, ҳангоми ҳали онҳо қариб дар ҳамаи ин намуд масъалаҳо усулҳои ғайристандартӣ истифода мешаванд;

2. масъалаҳое зиёде мебошад, ки мазмуни мантиқӣ доранд, масъалаҳое, ки душвории асосии онҳо-ин дарк кардани сохтори шартҳои мантиқии онҳо мебошанд.

Барои таълими донишҷӯён дар раванди омӯзиши математика бо истифода аз маводи масъалаҳои ғайристандартӣ метавон аз шаклҳои гуногуни таълим истифода бурд, аз ҷумла: маърӯзаҳо, машғулиятҳои амалӣ ва семинарӣ, экскурсияҳо, супоришҳои хонагӣ, супоришҳои инфиродӣ–эҷодӣ, диспутҳо, конференсияҳо, шабнишиниҳои саволу ҷавоб ва дигар шаклҳои интерактивӣ. Қайд кардан зарур аст, ки самаранокии истифодаи ин шаклҳои таълими ғайристандартӣ дар раванди таълими математика ба муносибати эҷодии омӯзгори фан ба ҳалли масъалаҳои пешниҳодшуда вобаста аст.

Бо мақсади ташаккули тасаввуроти воқеъбинона ва ҳисоботнок дар донишҷӯён оид ба татбиқи назарияҳои математика дар омӯзиши мавзӯҳои алоҳида, омӯзгор бо истифода аз маводи масъалаҳои ғайристандартӣ роҳҳои гуногунро ба кор мебарад. Аз ҷумла: истифодаи масъалаҳои мантиқӣ, масъалаҳои фароғатӣ, шарҳи корҳои олимон оид ба ҳамгирии ҳалли мушкилоти математика тавассути усулҳои таҳлили математикӣ, шарҳ ва дигар усулҳои фаҳмондадиҳӣ.

Ҳангоми ворид намудани маводи масъалаҳои ғайристандартӣ ба низоми математика, муҳим аст, ки тартиб ва пайдарпайии курс дар машғулиятҳо ҳалалдор нагардад. Ин мавод бояд бо ҳадафи мушаххас - ҳамчун воситаи конкретикунонӣ - истифода шавад. Омӯзгор аввал донишҷӯёнро бо қоида, формула ё назария шинос мекунад, сипас масъалаи ғайристандартиро пешниҳод менамояд, ки татбиқи он қоида ё назарияро дар амал нишон медиҳад. Ин равиш имкон медиҳад, ки таъсири назариявӣ дар мисоли мушаххас возеҳ гардонида шавад. Омӯзгор, бо дарки равшани ҳалли масъала, ба қоидаҳо, формулаҳо ва назарияҳои истифодашуда бармегардад ва онҳоро таҳлил мекунад.

Таҳқиқот нишон дод, ки ҳамгироии органикии методҳои дедуктивӣ ва индуктивӣ дар фаҳмиши мавод аз ҷониби донишҷӯён, ки бо назарияи идрок мувофиқат дорад, дар назария ва амалияи муассисаҳои таҳсилоти олии касбии муосир самарани мусбат мебахшад.

Маводи масъалаҳои ғайристандартӣ дар курси систематии математика дар муассисаҳои таҳсилоти олии омӯзгорӣ бояд ҳамчун маводи ёрирасон ва воситаи пурқувват барои намоиш ва конкретикунонии маводи таълимӣ истифода шавад.

Истифодаи масъалаҳои ғайристандартӣ дар раванди таълими математика на танҳо дониши донишҷӯёнро ғанӣ мегардонад, балки фаъолияти эҷодии онҳоро тақвият мебахшад, тафаккури онҳоро воқеъбинона ва мустақилона ташаккул медиҳад ва ҳамчун воситаи татбиқи оқилонаи донишҳои аз курси математика ва таҳсилоти олӣ бадастомада дар амалия хизмат мекунад.

Маводи дорои масъалаҳои ғайристандартиро метавон ҳамчун воситаи аёнӣташкили таълимӣ дар омӯзиши математика истифода намуд, ки дорои хусусиятҳои методии хоси худ мебошад. Дар ҳолате ки омӯзгор дар раванди омӯзиши назарияҳои математикӣ ва ҳалли масъалаҳо аз мисолҳои мураккаб ва дорои хусусияти ғайристандартӣ истифода мебарад, чунин маводи аёнӣ ба шуури донишҷӯён таъсири амиқтар мерасонад ва дар муқоиса бо воситаҳои анъанавии ҷопии аёнӣ самаранокии бештарро таъмин менамояд.

Бисёре аз масъалаҳои марбут ба тайёрии донишҷӯён барои касби омӯзгорӣ бо истифода аз маводи масъалаҳои ғайристандартӣ метавонанд бомуваффақият дар раванди таълими математика ҳал шаванд, бе ҳалал расонидан ба сохтор ва мазмуни курси таълимӣ. Ин маводро метавон дар машғулиятҳо ва фаъолиятҳои беруназсинфӣ интиҳоб намуда, дар равандҳои интиҳоби касб бо маводи асосии барномавӣ ҳамроҳанг сохт. Ивази масъалаҳои ғайристандартӣ бо суҳбатҳои умумӣ дар бораи касб тавсия намешавад. Дар чунин ҳолат, истифодаи мақсадноки маводи ғайристандартӣ яке аз роҳҳои муассири ташаккули завқи омӯзгорони оянда

ба фанни математика ва техника буда, воситаи муҳими пайваст кардани математика бо ҳаёт ва амалия мебошад.

Таҷрибаи чандинсолаи омӯзгорӣ, мушоҳидаҳо ва озмоишҳои амалӣ собит месозанд, ки истифодаи маводи масъалаҳои ғайристандартӣ дар машғулиятҳо ҳамчун воситаи намоиш ва конкретикунонии назария (дар ҳаҷми зарурӣ) на танҳо боиси сарбории иловагии донишҷӯён намегардад, балки баръакс, ба осон шудани азхудкунии курсҳои систематии математика мусоидат намуда, донишҳои онҳоро амиқтар ва устувортар мегардонад.

Татбиқи масъалаҳои ғайристандартӣ дар таълими аз омӯзгор талаб мекунад, ки дониши худро дар самти омӯзиши чунин мавод такмил диҳад, хусусан тавассути корҳои иловагии методӣ дар раванди дарс. Агар ин корҳои иловагӣ дуруст ташкил карда шаванд, онҳо метавонанд ба натиҷаҳои муҳим оварда расонанд: – ба рушди сатҳи илмии омӯзгор мусоидат мекунанд; – маҳорати методии ўро тақвият мебахшанд; – ва аз ҳама муҳим, ба донишҷӯён дар ташаккули донишҳои амиқ ва устувор аз математика кўмак мерасонанд.

Маводи масъалаҳои ғайристандартӣ, ки ба васеъшавӣ ва амиқ гардидани дониши донишҷӯён аз математика мусоидат мекунад, метавонад ҳамчун воситаи санҷиши пуррагӣ ва устувории дониш низ истифода шавад.

Нақши асосии маводи масъалаҳои ғайристандартӣ ҳамчун яке аз воситаҳои таълими математика дар ҳаёти донишҷӯён дар он аст, ки онҳо ба азхудкунии амиқи мафҳум ва маънои назарияҳои математикӣ ва истифодаи онҳо дар ҳалли масъалаҳои гуногун мусоидат мекунанд.

Натиҷаҳои озмоиши педагогӣ нишон медиҳанд, ки дар асоси меъёрҳои коркарди маводи масъалаҳои ғайристандартӣ, ки аз ҷониби мо таҳия шудаанд ва бо истифода аз воситаҳои ташхиси сохташуда, дар асоси таҳлили супоришҳои тестӣ, маълумоти воқеӣ оид ба вазъи таълим дар муассисаҳои таҳсилоти олий ба даст оварда шуд. Ин натиҷаҳо имкон медиҳанд, ки масъалаи баланд бардоштани сатҳи тайёрии математикӣ ва мутаносибан баланд бардоштани сифати таълим дар маҷмуъ таъмин карда шавад.

ХУЛОСАҲО

1. Натиҷаҳои илмӣ диссертатсия

Дар ҷараёни таҳқиқоти диссертатсионӣ, ки ба асосноксозӣ ва татбиқи маводи дорои масъалаҳои ғайристандартӣ дар раванди таълими математика дар муассисаҳои таҳсилоти олии касбии омӯзгорӣи Ҷумҳурии Тоҷикистон бахшида шудааст, масъалаи таҳқиқотӣ пурра мавриди иҷро қарор гирифта, натиҷаҳои зерин ба даст омаданд:

- натиҷаҳои мавҷудай таҳқиқот дар робита ба мушкилоти баррасишуда таҳлил ва систематикӣ гардида, маҷмуи омилҳое, ки ба сифати донишҳои математикӣ дар миёни донишҷӯёни муассисаҳои таҳсилоти олии касбии омӯзгорӣ таъсир мерасонанд, бо дарназардошти хусусиятҳои иҷтимоӣ ва равонии муҳити таълимии ҷумҳурӣ муайян карда шуданд;

- вазъи омӯзиши масъалаҳои мураккаби математикӣ дар байни донишҷӯён мавриди таҳлил қарор гирифта, дар асоси он моҳияти истифодаи маводи дорои хусусияти ғайристандартӣ дар раванди таълими курси математика муайян ва асоснок карда шуд;

- шартҳо ва заминаҳое, ки дар онҳо маводи дорои масъалаҳои ғайристандартӣ аз математика имкониятҳои методии худро ба таври муассир нишон медиҳанд, таҳқиқ гардида, принципи методии истифодаи масъалаҳои ғайристандартӣ дар таълими математика дар муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ асоснок карда шуд.

- шартҳое, ки маводи масъалаҳои ғайристандартӣ ҳамчун воситаи таълим ба баланд бардоштани сифати таълими математикӣ мусоидат мекунанд, муайян ва илмӣ асоснок гардиданд;

- таҷрибаи омӯзгорони математика дар муассисаҳои таҳсилоти олий оид ба истифодаи маводи масъалаҳои ғайристандартӣ ва сатҳи донишҳои математикӣ дар донишҷӯён таҳлил гардид;

– ҳаҷм, мазмун ва ҷойгоҳи маводи масъалаҳои ғайристандартӣ аз математика мутобиқ ба талаботи имрӯзаи илмҳои педагогӣ ва амалияи таълим муайян карда шуд;

– бо истифода аз озмоиши педагогӣ, самаранокӣ, имконият ва мақсаднокии татбиқи маводи дорои масъалаҳои ғайристандартӣ дар раванди таълими курси математика мавриди санҷиш ва арзёбӣ қарор гирифт.

Натиҷаҳои таҳқиқоти назариявӣ ва таҷрибавӣ оид ба методикаи истифодаи маводи масъалаҳои ғайристандартӣ дар омӯзиши курси математика ҷамъбаст шуда, метавон чунин хулоса кард:

1. Бо ҳадафи ташаккули сатҳи сазовори таълими математика, истифодаи масъалаҳои дорои хусусияти ғайристандартӣ дорои аҳамияти методии хоса мебошад. Барои ноил шудан ба ин мақсад, татбиқи чунин масъалаҳо дар шаклҳои гуногуни машғулиятҳои таълимӣ ва марҳилаҳои мухталифи азхудкунии дониш, аз ҷумла дар раванди таҳияи масъалаҳои дорои мазмуни ғайристандартӣ, дар корҳои мустақилонаи хонагӣ ва фаъолиятҳои беруназсинфии фаннӣ, самаранок арзёбӣ мегардад [1-М, 2-М, 3-М, 4-М, 5-М].

2. Мазмуни курси «Математика» дар ҳолати истифодаи масъалаҳои ғайристандартӣ ба донишҷӯён имконият медиҳад, ки онро амиқтар ва равшантар аз худ намоянд [6-М, 7-М, 8-М, 9-М].

3. Имкониятҳои муайяншудаи истифодаи самаранокӣ маводи масъалаҳои ғайристандартӣ шароит фароҳам меорад, ки фаҳми муносиб ва дурусти муносибатҳои фундаменталии математикӣ таъмин гардад. [10-М, 12-М, 13-М, 14-М, 15-М, 16-М, 17-М, 18-М].

4. Истифодаи мунтазами маводи дорои масъалаҳои ғайристандартӣ дар раванди таълими математика ба баланд гардидани сатҳи фаҳмиши фаннӣ ва густариши доираи донишҳои донишҷӯён таъсири мусбат мерасонад. [11-М, 13-М, 14-М, 16-М, 17-М, 18-М].

5. Татбиқи маводи масъалаҳои ғайристандартӣ дар таълими математика ба афзоиши завқи донишҷӯён нисбат ба фан, тақвияти фаъолнокӣ ва мустақилияти онҳо мусоидат намуда, ба ташаккули идроки амалӣ ва малакаҳои зарурӣ дар онҳо мусоидат мекунад[19-М, 20-М].

6. Яке аз шартҳои муҳими истифодаи масъалаҳои ғайристандартӣ дар таълими математика ин таъйини ҳадафҳои таълимӣ–тарбиявӣ, интихоби дурусти мавод, муайянсозии ҳадафҳои мушаххас, методикаи дуруст таҳияшуда ва ташкили самараноки он мебошад. Маводи масъалаҳои ғайристандартӣ, ки дар раванди таълими математика истифода мешаванд, бояд аз ҷиҳати мазмун фаҳмо, содда ва барои донишҷӯён дастрас бошанд[19-М, 20-М].

7. Истифодаи мунтазами маводи дорои масъалаҳои ғайристандартӣ дар раванди таълими математика ба баланд гардидани фаъолият ва қобилияти эҷодии донишҷӯён таъсири мусбат мерасонад[19-М, 20-М].

8. Дар ҷараёни ҳалли масъалаҳои эҷодӣ, инкишофи эҷодиёти донишҷӯёнро аз нуқтаи назари азхудкунии шахсии онҳо муайян карда шуд, ки маҳорати дарёфти роҳҳои ҳалли масъала, татбиқи дониш дар шароити нав ва аз рӯи усулҳои алгоритмӣ ва эвристии эҷодкорӣ ихтироъ кардани ашёи навро дар бар мегирад[19-М, 20-М].

9. Натиҷаҳои таҳқиқот, ки дар рисола оварда шудаанд, самаранокии методикаи татбиқи маводи масъалаҳои ғайристандартиро дар таълими математика тасдиқ менамоянд[1-М, 18-М].

Натиҷаҳои таҳқиқот, ки дар рисола оварда шудаанд, самаранокии методикаи татбиқи маводи масъалаҳои ғайристандартиро дар таълими математика тасдиқ менамоянд.

Натиҷаҳои бадастомадаи озмоишӣ ва анкетагузорӣ, ки дар ҷараёни таҳқиқот анҷом дода шудаанд, мавқеи мусбати омӯзгоронро нисбат ба самаранокии принципи пешниҳодшуда тасдиқ менамоянд. Дар ин замина, ташкили фаъолияти мақсаднок ва дурусти кор бо маводи таълимӣ дар системаи таълими муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ дорои аҳамияти назаррас мебошад.

2. Тавсияҳо оид истифодаи амалии натиҷаҳои таҳқиқот

1. Натиҷаҳои бадастомадаи таҳқиқот метавонанд ҳамчун заминаи илмӣ ва амалии муҳим дар раванди таҳияи барномаҳои таълимӣ, стандартҳои фаннӣ ва дастурҳои методӣ барои таълими математика дар муассисаҳои таҳсилоти олии касбии омӯзгорӣ истифода шаванд. Ин натиҷаҳо ба баланд бардоштани самаранокии омодаسازی омӯзгорони ояндаи фанни математика мусоидат менамоянд.

2. Системаи таҳияшудаи талабот оид ба истифодаи маводи масъалаҳои ғайристандартӣ аз математика метавонад ҳамчун асос барои таҳияи тавсияҳои методӣ дар дигар фанҳои таълимӣ низ истифода шавад.

3. Тавсияҳои таълимӣ–методӣ аз математика, ки дар рафти таҳқиқот таҳия ва мақбул дониста шудаанд, метавонанд ба омӯзгорон, донишҷӯёне, ки дар таҷрибаи педагогӣ қарор доранд ва магистрантҳое, ки дар ихтисосҳои 1-02 05 03-01 – Математика (ФИП), 1-02 05 03-01 – Математика-физика ва 1-02 04 05-0 – Математика-информатика ва дигар ихтисосҳо таҳсил меkunанд, кӯмаки амалӣ ва методӣ расонанд.

4. Маводи таҳқиқотро метавон ҳангоми таҳия ва банақшагирии маводи таълимӣ барои ташкили самараноки раванди таълимӣ–тарбиявӣ дар муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ истифода намуд.

5. Натиҷаҳои таҳқиқоти анҷомшуда метавонанд ҳамчун замина барои таҳқиқоти минбаъда дар самти мушкилоти мавҷуда истифода шаванд.

НОМГҶҲИ АДАБИЁТ

1. Феҳристи сарчашмаҳои истифодашуда

1. Паёми Президенти Ҷ.Т. Эмомалӣ Раҳмон ба Маҷлиси Олӣ. - ш. Душанбе, 26.12.2019.
2. Алимов, Ш.А. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. сред. шк. // Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров и др. - 2-е изд. - М.: Просвещение, 1993. - 254 с.
3. Абдукаримов М.Ф. Тарзҳои суммаронии пайдарпаҳои ададӣ. - Душанбе, 2008, 136 саҳ
4. Абдукаримов М.Ф. Маҷмӯаи масъалаҳои мураккаби математикӣ / М.Ф. Абдукаримов. Душанбе, 2008, 136 с.
5. Абдукаримов М.Ф., Абдукаримзода М.К. Ҳалли масъалаҳои мураккаби математикӣ, қисми 2. Замима ба китоби «Маҷмӯаи масъалаҳои мураккаби математикӣ» / М.Ф. Абдукаримов. - Душанбе, 2019, 172 саҳ.
6. Алякин В.А. Практикум по элементарной математике: практикум // В.А. Алякин, Р.Ф. Узбеков. – Самара: Изд-во Самарского университета, 2019. – 76 с.
7. Антонов Н.П., Выгодский М.Я., Никитин В.В., Санкин А.И.. Сборник задач по элементарной математике / Н.П. Антонов, М.Я. Выгодский, В.В. Никитин.- Государственное издательство физико-математической литературы – Москва, 1960 – 532 с.
8. Аракчеев С.А. Избранные задачи математических олимпиад для втузов / С.А. Аракчеев Учебное пособие. – Новосибирск: Изд-во СГУПС, 2011. – 128 с. ISBN 978-5-93461-527-8.
9. Аменицкий, Н.Н. Забавная арифметика / Н.Н. Аменицкий, И.П. Сахаров -М.: Наука, 1991. - 122 с.
10. Ананьев, Б.Г. О соотношении способности и одаренности / Б.Г. Ананьев - Проблемы способностей - М.: 1962. – С. 52.
11. Андреев, В.И. Педагогика творческого саморазвития. Инновационный курс. Кн.1. / В.И. Андреев. - Казань: Изд-во Казанского ун-та, 1996. - 567 с.

12. Арнольд И.В. О задачах по арифметике / И.В. Арнольд Математика в школе. - 1995. - № 5. – С. 2-7.
13. Архангельский С.И. Сборник задач по математике для абитуриентов / С.И. Архангельский Москва: Высшая школа. 2000г-400с.
14. Афанасьев В.В. Методические основы формирования творческой активности студентов в процессе решения математических задач: Дис. ... доктора пед.наук / В.В. Афанасьев в форме научного доклада. - Ярославль, 1997. - 61 с.
15. Бачурин В.А. Задачи по элементарной математике и началам математического анализа / В.А. Бачурин - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 712 с. - ISBN 5-9221-0563-9.
16. Бабанский Ю.К. Оптимизация процесса обучения: Общедидактический аспект / Ю.К. Бабанский – М. : Педагогика, 1977. – 254 с. ISBN 978-5-507-44578-3.
17. Байрамукова П.У. Через сказку в мир математики. Сборник задач / П.У. Байрамукова. - М.: РАЙЛ, 1997. – 64 с.
18. Балл Г.А. Психологическое содержание понятия «задача» / Г.А. Балл // Вопросы психологии. - 1970. - №6. – С. 75 - 85.
19. Балк М.Б. Поиск решения / М.Б. Балк, Г.Д. Балк - М.: Дет.лит., 1983. - 143 с. - («Знай и умей).
20. Бартенев Ф.А. Нестандартные задачи по алгебре / Ф.А. Бартенев. - М.: Просвещение, 1976.- 95 с.
21. Башмаков М.И. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл.сред.шк. / М.И. Башмаков. - М.: Просвещение, 1991. - 352 с.
22. Библср В.С. Мышление как творчество / В.С. Библер. - М.: Политическая литература, 1975. - 175 с.
23. Блинков А.Д. Избранные задачи окружных олимпиад по математике в Москве / А.Д. Блинков Составитель. Электронное издание. - М.: МЦНМО, 2016. – 135 с. ISBN 978-5-4439-2408-3.
24. Богоявленская Д.Б. Интеллектуальная активность как проблема творчества / Д.Б. Богоявленская. - Ростов.: Изд. Рост. Университета, 1983. - 203 с.

25. Богоявленская Д. Б. Пути к творчеству / Д. Б. Богоявленская. - М.: Знание, 1981. – 234 с.
26. Богоявленский, Д.Н. Психология учения / Д.И. Богоявленский, И. А. Менчинская / Психологическая наука в СССР.- М: Изд-во АПН РСФСР, 1960. - т.П. - С. 286- 336.
27. Большая Советская Энциклопедия. - Т.42. - М., 1972.
28. Болховитинов В. И. Твое свободное время: Занимательные задачи, опыты, игры / В. Н. Болховитинов и др. - М.: Детская литература, 1970. - 464 с.
29. Буслаева И. П. Методика формирования готовности учащихся старших классов к решению нестандартных математических задач: Дис. ... канд. пед. наук. - М., 1996. - 217 с.
30. Буслаев А.В. Методические основы отбора задач по математике для старших классов различного профиля обучения: Дис. ... канд.пед.наук. - М., 2002. - 221 с.
31. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа / Г.Н. Берман Учебное пособие для вузов.-20-е изд. - М.: Наука, 1985. – 384 с.
32. Высоцкий В.С. Задачи с параметрами при подготовке к ЕГЭ. В.С. Высоцкий - М: Научный мир, 2011 – 316 с.
33. Воронин В.В., Воронина Т.А. Задачи по математике для практических занятий в физико – математической школе / В.В. Воронин, Т.А. Воронина - Новосибирск 2016 – 424 с.
34. Виландеберк А.А., Н.Л. Шубина. Методика преподавания математики в средней школе / А.А. Виландеберк, Н.Л. Шубина. – Душанбе : Ирфон, 2012. – 320 с.
35. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н. ,Пасиченко П.И. Задачи по математике. Уравнения и неравенства. Справочное пособие. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. - 240 с. – С. 34-49
36. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. Задача по математике. Начала анализа-М. / В.В. Вавилов, И.И. Мельников, С.Н. Олехник Наука, Гл.ред. физ-мат. лит., 1990. – 608 с.
37. Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике.- изд.

27-е, испр. - М: Наука. / М.Я. Выгодский Главная редакция физико математической литературы, 1986 – 320 с.

38. Виленкин Н.Я, Симонов А.Л, Багиров Т.А. Задачи повышенной трудности по математике для 5-9 классов / Н.Я. Виленкин, А.Л. Симонов, Т.А. Багиров–М.:Просвещение, 1990.-208 с.

39. Вульфсон С.И. Уроки профессионального творчества: Учеб.пособие для студ. сред. учеб, завед / С.И. Вульфсон. - М.: Изд.центр «Академия», 1999. - 160 с.

40. Выготский Л.С. Умственное развитие детей в процессе обучения / Л.С. Выготский. - М-Л: ГУПИ, 1935. - 133 с

41. Гельфанд С.И., Кочагина.М.Н. Математика Сборник заданий Рекомендовано Институтом содержания и методов обучения Российской академии образования / С.И. Гельфанд, М.Н. Кочагина. - Москва ЭКСМО, 2012. – 338 с.

42. Гальперин А.Л., Кумков С.С., Нохрин С.Э.,Шевалдин В.Т. Неэлементарные задачи элементарной математики. Том 5. Олимпиадные задачи по алгебре / А.Л. Гальперин, С.С. Кумков, С.Э. Нохрин, В.Т. Шевалдин - Екатеринбург: ООО «Издательство УМЦ УПИ», 2021. - 348 с.

43. Голубев В.И. Решение сложных и нестандартных задач по математике.- М: ИЛЕКСА, 2007. - 252 с: ил. ISBN 978-5-89237-180-3.

44. Гайдукова И.Б. Можно ли научить творчеству? / И.Б. Гайдукова И Образование. - 2001. № 1. - С. 101-103.

45. Гальперин П.Я. Управление процессом учения / П. Я. Гальперин // Новые исследования в педагогических науках / - М., 1965. - Вып.4. - С. 15-21.

46. Галкин Е.В. Нестандартные задачи по математике: Задачи логического характера / Е.В. Галкин. - М.: Просвещение; Учебная литература, 1996. - 1 60 с.

47. Германович П.Ю. Сборник задач по математике на сообразительность. Пособие для учителей / П.Ю. Германович. - М.: Учпедгиз, 1960. - 224 с.

48. Гершензон М.А. Головоломки профессора Головоломки. Сборник затей, фокусов, самоделок, занимательных задач / М.А. Гершензон. - М.:

Детская литература, 1982. - 142 с.

49. Грабарь М.И., Краснянская К.А. Применение математической статистики в педагогических исследованиях / М.И. Грабарь Непараметрические методы. М., "Педагогика", 1977.-136с.

50. Гнеденко Б.В. Формирование мировоззрения учащихся в процессе обучения математике / Б.В. Гнеденко. - М.: Просвещение, 1982. - 144 с. - (Б-ка учителя математики).

51. Гнеденко Б.В. О математическом творчестве / Б.В. Гнеденко // Математика в школе. - 1979. - № 6. - С. 16.

52. Голубева Е.А. Олимпиадная математика. Задачи на целые числа с решениями и указаниями. 5-11 классы Е.А. Голубева – М.: Илекса, 2010.

53. Горнштейн П.И., Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Экзамен по математике и его подводные рифы-М.: Илекса, Харьков: Гимназия,1998,-236с.

54. Готман Э.Г., Скопец З.А. Решения геометрических задач аналитическим методом / Э.Г. Готман, З.А. Скопец - Киев: Рад.шк., 1979. - 128 с.

55. Готман Э.Г. Задача одна - решения разные / Э.Г. Готман, З.А. Скопец - Киев: Рад.шк., 1988. - 173 с. - (Серия «Когда сделаны уроки»).

56. Грабарь М.И. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы / М.И. Грабарь, К.А. Краснянская - М.: Педагогика, 1977.-136 с.

57. Груденов Я.И. Задачи по планиметрии и методы их решения / Я.И. Груденов – М.: Просвещение, 1996. – 240 с.

58. Губа С.Г. Развитие у учащихся интереса к поиску и исследованию математических закономерностей / С.Г. Губа // Математика в школе, 1972. - № 3. - С. 19-22.

59. Гусев В.А. Обучение математике и целостное формирование личности ученика / В.А. Гусев, В.Л. Матросов, А.К. Насыбулина // Научные труды МПГУ. Серия: естественные науки. - М.: Прометей, 1993. - с.38-47.

60. Гусев В.А. Методические основы дифференциации обучения математике в средней школе / В.А. Гусев, Е.В. Силаев - М.: Изд-во МПГУ,

1996. - 131с.

61. Гусак А.А., Гусак Г.М., Бричикова. Математика для поступающих//Минск «Вышэйшая школа» 2023 с.495

62. Гурова Л.Л. Олимпиадные задачи по математике. 5-8 классы/ Л.Л. Гурова – М.: Экзамен, 2007.

63. Давыдов В.В. Проблемы развивающего обучения: Опыт теоретического и экспериментального психологического исследования / В. В. Давыдов. - М.: Педагогика, 1986. -239 сДавыдов В. В. Проблемы развивающего обучения / В.В. Давыдов. - М.: Интор, 1996. - 544 с.

64. Дьюи Дж. Опыт и образование / пер. с англ. – М. : Педагогика, 2000. – 160 с.

65. Добровольская Н.А. Формирование обобщенных умений по решению некоторых классов творческих задач: Дис. ... канд. лед. наук. - М., 1979.- 197 с.

66. Дмитрий П. Готовимся к экзамену по математике: математика для старшеклассников / - 12-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2008. - 352 с: ил. - (Домашний репетитор). ISBN 978-5-8112-3407-3 (саҳифаи 116-126. модулдор 126-130)

67. Дмитрий В.Ф., Сергей А.Г., Илья В.Ф. Ленинградские математические кружки / В.Ф. Дмитрий, А.Г. Сергей, В.Ф. Илья. Киров: АСА, 1994 г. – 272 с.

68. Дружинин В.И. Психология общих способностей / В.П. Дружинин. М.: Лантэрна Вита, 1955. - 150 с.

69. Дудницын Ю.П. Содержание и анализ письменных экзаменационных работ по алгебре и началам анализа / Ю.П. Дудницын, В.К. Смирнова.-М.: Просвещение, 1995.- 144 с.

70. Епифанова П.М. Подготовка студентов вуза к развитию познавательной активности учащихся на внеурочных занятиях по математике: Дис....канд.псд.наук. - Ярославль, 2002. - 203с.

71. Епишева О.Б. Учить школьников учиться математике: Формирование приемов учебной деятельности: Кн. для учителя / О.Б. Епишева, В.И. Крупич. - М.: Просвещение, 1990.- 128 с.

72. Есипов Б.П. Самостоятельная работа учащихся на уроках / Б.П. Есипов. - М.: Учпедгиз, 1961. - 239 с.
73. Загвязинский В.И. Развитие творческих способностей учащихся на основе самостоятельного проблемного анализа учебного материала / В.И. Загвязинский / Проблема способностей в советской психологии. - М.: АПН СССР, 1984. - С. 129-134.
74. Зайков Л.В. Дидактика и жизнь / Л.В. Зайков. - М.: Просвещение, 1968. - 176 с.
75. Зинченко П.И. Непроизвольное запоминание / П.И. Зинченко. - М.: Изд-во АПН РСФСР, 1961.- 561 с.
76. Иванов О.А. Элементарная математика для школьников, студентов и преподавателей. - М.: МЦНМО, 2009. - 384 с: ил. ISBN 978-5-94057-505-4
77. Иванов К.П. –Сборник задач по элементарной математике для абитуриентов. Санкт-петербург издательство / К.П. Иванов С-Петербургского университета 1996-185с.
78. Ивлев Б.М. Задачи повышенной трудности по алгебре и началам анализа: Учеб. Пособие для 10-11 кл.сред.шк. / Б.М. Ивлев А.М. Абрамов Ю.П. Дудницын, С.И. Шварцбурд. - М.: Просвещение, 1990. - 48 с.
79. Игнатьев В.А. Сборник арифметических задач повышенной трудности / В.А. Игнатьев, Я.А. Шор. - М.: Просвещение, 1968. - 240 с.
80. Игнатьев Е.И. В царстве смекалки / Под ред. М.К. Потапова. - М.: Наука, 1978. - 192 с.
81. Иванова Т.А. Гуманитаризация математического образования: Монография / Т.А. Иванова. - Н. Новгород, 1998.
82. Ильясов И.И. Система эвристических приемов решения задач / И.И. Ильясов. - М.: Изд-во Российского открытого университета, 1992. - 140 с.
83. Ильин В.С. Формирование личности школьника / В.С. Ильин. - М., 1984. - 144 с.
84. Кабанова-Меллер Е.Н. Учебная деятельность и развивающее обучение / Е.Н. Кабанова-Меллер. - М.: Просвещение, 1981. -96 с.
85. Кондаурова И.К. Научно-исследовательская деятельность

будущего учителя математики: творческие задания по элементарной математике и методике её преподавания: учебно-методическое пособие / И.К. Кондаурова, С.В. Лебедева. – Саратов: ИЦ «Наука», 2009. – 160 с. – (серия «Профессиональная подготовка учителя математики в условиях классического университетского образования»). ISBN 978-5-9999-0226-9

86. Калмыкова З.И. Продуктивное мышление как основа обучаемости / З.И. Калмыкова. - М.: Педагогика, 1981. - 200 с.

87. Калошина И.П. Структура и механизмы творческой деятельности (нормативный подход) / И.П. Калошина. - М.: Изд-во Моск. Ун-та, 1983. - 168 с.

88. Кан-Калик В.А. Педагогическое творчество / В.А. Кан-Калик, Н.Д. Никандров. - М.: Педагогика, 1990. - 144 с.

89. Кедров Б.М. О творчестве в науке и технике / Б.М. Кедров. - М.: Молодая гвардия, 1987. - 192 с.

90. Клименченко Д.В. Задачи по математике для любознательных: Кн. для учащихся 5-6 кл. сред. шк. / Д.В. Клименченко. - М.: Просвещение, 1992. - 192 с.

91. Ковалев А.Г. Задачи для внеклассной работы по математике. 5-6 классы/ А.Г. Ковалев – М.: Просвещение, 1981. – 128 с.

92. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике / Под ред. Ю.М. Колягина. - М.: Просвещение, 1977. - Ч. I. - 110 с.

93. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике / Под ред. Ю.М. Колягина. - М.: Просвещение, 1977. - Ч. II. - 144 с.

94. Колягин Ю.М. Учебные математические задания творческого характера, роль и место задач в обучении математике / Под ред. Ю.М. Колягина. -М. - 1973. - Вып. II. - С. 5 - 19.

95. Колягин Ю.М. Математические задачи как средство обучения и развития учащихся средней школы: Дис. ... д-ра пед. наук. - М., 1977. - 398 с.

96. Колягин Ю.М. Учись решать задачи / Ю.М. Колягин, В.А. Оганесян. - М.: Просвещение, 1980. -С.5-7.

97. Кордемский Б.А. Очерки о математических задачах на смекалку / Б.А. Кордемский. - М.: Учпедгиз, 1958. - 116 с.

98. Кордемский Б.А. Увлечь школьников математикой / Б.А. Кордемский. - М.: Просвещение, 1981. - 112 с.
99. Кордемский Б.А. Удивительный мир чисел / Б.А. Кордемский, А.А. Адахов. - М.: Просвещение, 1986.- 121с.
100. Коротяев Б.И. Учение - процесс творческий / Б.И. Коротяев. - М.: Просвещение, 1989.- 159 с.
101. Кострикина Н.П. Задачи повышенной трудности в курсе алгебры 7-9 классов. Книга для учителя / Н.П. Кострикина. - М.: Просвещение, 1991.- 239 с.
102. Коточигова Е.В. Психологические особенности творческого педагогического мышления: Дис. ... канд. псих.наук. - Ярославль; 2001. -1 85 с.
103. Крижанская Ю.С. Творчество и преодоление стереотипов / Ю.С. Крижанская, Р.М. Грановская. - СПб., 1994. - 210 с.
104. Крупич В.И. Теоретические основы обучения решению школьных математических задач: Дисс. ... докт.пед.наук. - М.; 1992.-395 с.
105. Крутецкий В.А. Основы педагогической психологии / В.А. Крутецкий. - М.: Просвещение, 1972. - 255 с.
106. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников / В.А. Крутецкий. -М.:Просвещение, 1968.-481 с.
107. Крутецкий В.А. Психология обучения и воспитания школьников: Кн.для учителей и кл.рук. / В. А. Бронштейн. - М.: Просвещение, 1976. - 303 с.
108. Крылов В.В. Об уточнении типологии математических задач / В.В. Крылов // Методические аспекты реализации гуманитарного потенциала математического образования. - СПб.: РГПУ, 2000. - С. 26 - 29.
109. Кудрявцев В.Т. Проблемное обучение: истоки, сущность, перспективы / В.Т. Кудрявцев. - М.: Знание, 1991. - 73 с.
110. Кузнецова Е.В. Занимательные задачи как средство формирования творческой деятельности учащихся в 5-6 классов в обучении математике. Дисс. ... канд. пед. наук. - М.: 1997. - 262 с.
111. Кулюткин Ю.Н. Развитие творческого мышления школьников /

Ю.Н. Кулюткин, Г.С. Сухобская. - Л.: Лениздат, 1967. - 40 с.

112. Кулюткин Ю.Н. Эвристические методы в структуре решений / Ю.Н. Кулюткин. - М.: Педагогика, 1970. - 231 с.

113. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость: Учеб. пособие/ Под ред. Л.Д. Кудрявцева. - 2-е изд., перераб. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 496 с. - ISBN 5-9221-0306-7.

114. Лейтес Н.С. Возрастные и типологические предпосылки развития способностей / Автореф. дисс. канд. психол. наук. - М.: 1970. - 32 с.

115. Леман И.П. Увлекательная математика. Пер. с нем. / И.П. Леман. - М.: Знание, 1985. - 272 с.

116. Леонтьев А.Н. Проблемы развития психики / А.Н. Леонтьев. - 3-с изд. - М.: Просвещение, 1972. - 632 с.

117. Леонтьев А.Н. Избранные психологические произведения: В 2 т. / Под ред. В.В. Давыдова и др. - М.: Педагогика, 1983.

118. Лернер И.Я. Проблемное обучение / И.Я. Лернер. - М.: Знание, 1974. - 64 с.

119. Лийметс Х.И. Место групповой работы среди других форм обучения / Х.И. Лийметс // Сов.педагогика и школа. - Тарту, 1971.- т.6.-С. 17-35.

120. Лихтарников Л.Н. Занимательные логические задачи / Л.Н. Лихтарников. - СПб.: Лань, 1997. - 98 с.

121. Литвиненко В.Н., Мордкович А.Г. Практикум по элементарной математике: Алгебра. Тригонометрия: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин- тов. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: «ABF», 1995 - 352 с: ил. - ISBN 5-87484-023-0.

122. Ломов Б.Ф. Лихтарников Л.М. Занимательные задачи по математике. 5-11 классы – СПб.: Лань, 1996. – 320 с.

123. Лук А.Н. Мышление и творчество / А.Н. Лук. - М.: Политиздат, 1976. - 144 с.

124. Лук А.Н. Проблемы научного творчества / А.Н. Лук. - М.:

ИППОН АН СССР, 1983. - 162 с.

125. Лук А.Н. Психология творчества / А.Н. Лук. - М.: Наука, 1978. 127 с.

126. Махкамов М. Тарзҳои гуногуни ҳалли муодилаҳои алгебравии дараҷаҳои 3 ва 4. Дастури методи барои омузгорон ва донишҷуён. Зери назари профессор К-У Осимӣ. Нашри дуюм бо тағйироти кулли. -Душанбе: Маориф, 2015. -112 с.

127. Махкамов М. Методҳои ҳалли муодилаҳои ратсионалӣ / М. Махкамов. Душанбе: «Маориф», 2017. -184 с.

128. Махкамов М. Методҳои ҳалли муодилаҳои ирратсионалӣ / М. Махкамов - Душанбе: Маориф, 2020. -256 с.

129. Махкамов М. Тарзҳои гуногуни табдилоти ифодаҳои алгебравӣ. Дастури таълимӣ барои донишҷуёни тахассусҳои математика, информатика ва физика / М. Махкамов - Душанбе: Маориф, 2020. - 208 с.

130. Махкамов М. Методҳои ҳалли муодилаҳои дараҷаи олӣ. Дастури методӣ барои омузгорон ва донишҷуён / М. Махкамов - Душанбе: «Маориф», 2018. -216 с.

131. Махкамов М. Методҳои ҳалли системаи муодилаҳо. Дастури методӣ барои донишҷӯгон, донишҷуён, омузгорон ва донишҷуён / М. Махкамов - Душанбе: Маориф, 2020. - 232 с.

132. Махкамов М., Чориев У. Математика: тайёри ба олимпиада / М. Махкамов -Душанбе: Маориф, 2020. -344 с.

133. Махкамов М. Истифодаи миёнаи арифметикӣ дар ҳалли муодилаҳои квадратӣ. /Конференсияи байналмилалии илмӣ-амалии «Мушкилотҳои муосири таҳсилоти математика, физики ва информатсионӣ дар мактабҳои миёнаю олӣ». 14-15 майи соли 2016. Зери назари узви вобастаи АТТ, доктори илмҳои педагогӣ, профессор Нугмонов М.- 434 с. 265-267.

134. Махкамов М. Татбиқи тригонометрия дар ҳалли муодилаи квадратӣ. //Масъалаҳои методикаи таълим, №8, 2018. с.3-8.

135. Махкамов М., Раҷабов Т., Бегимов Х., Бойматов К., Раззоқов А.

Практикуми математика. Барои донишҷӯёни факултетҳои таҳсилоти ибтидоӣ. -Душанбе: «Маориф», 2021. -216 с.

136. Математический цветник. Сборник статей и задач / Сост. и ред. Д.А. Кларнер: пер. с англ. - М.: Мир, 1983. - 493 с.

137. Матюшкин А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении / А.М. Матюшкин. - М.: Знание, 1985.-257 с.

138. Махмутов М.И. Проблемное обучение: Основные вопросы теории / М.И. Махмутов. - М.: Педагогика, 1975. - 368 с.

139. Математика в задачах. Сборник материалов выездных школ команды Москвы на Всероссийскую математическую олимпиаду / Под ред. А.А. Заславского, Д.А. Пермякова, А.Б. Скопенкова, М. Б. Скопенкова и А.В. Шаповалова. - М.: МЦНМО, 2009. -488 с. ISBN 978-5-94057-477-4.

140. Моденов П.С. Сборник конкурснх задач по математике с анализом ошибок государственное издательство «Советская наука». Москва – 1950, - 177 с.

141. Менчинская Н.А. Мышление и процесс обучения / Н.А. Менчинская Исследование мышления в советской психологии. - М.: АПН РСФСР, 1966. - С. 15-27.

142. Меньшикова Н.А. Задачи по математике для поступающих в вузы: сборник задач/ Н.А. Меньшикова – М. : Наука, 1990. – 384 с.

143. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. Учебное пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. инет. / В.А. Оганесян, Ю.М. Колягин и др. - 2-е изд. - М.: Просвещение, 1980. - 368 с.

144. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. Учебное пособие для студентов пединститутов / А.Я. Блох, Е.С. Канин, Н.Г. Килина и др.; Сост. Р.С. Черкасов А.А. Столяр. - М.: Просвещение, 1985. - 336 с.

145. Миракова Т.Н. Система творческих задач курса алгебры 7-9 классов и методика ее использования: Дисс. .. канд.пед.наук. - М; 1989.- 251 с.

146. Мирзораҳимов М.Ҳ. Нақши пешвои миллат дар рушди илмҳои

табиатшиноси, дақиқ ва риёзӣ // Академияи Идоракунии Давлатии Назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон. Нақши илмҳои табиатшиноси, дақиқ ва риёзӣ дар иқтисодиёти миллӣ. Маҷмаи конференсияи ҷумҳуриявии илмӣ-амалӣ бахшида ба 30-солагии Истиқлолияти давлатии Ҷумҳурии Тоҷикистон ва эълон гардидани солҳои 2020-2040 «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф» (ш.Душанбе, 15 ноябри соли 2021) 5-9с.

147. Митенева С.Ф. Система учебных задач как средство развития математического мышления учащихся // Развивающий потенциал математики и его реализация в обучении. -Арзамас: АГПИ, 2002. - С. 114-116.

148. Митенева С.Ф. Творческая деятельность учащихся на уроках математики // Математическая и методическая подготовка студентов педвузов и университетов в условиях модернизации системы образования. - Тверь: Твер. гос. ун-т, 2003. – С. 192.

149. Митенева С.Ф. Использование неопределенных и переопределенных задач в обучении математике // Профильная сельская школа: модели, содержание и технология обучения. - Арзамас: АГПИ, 2003. - С. 243-245

150. Митенева С.Ф. Математические задачи исследовательского характера // Проблемы теории и практики обучения математике. - С-Пб: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2004. - С. 116-117.

151. Митенева С.Ф. Нестандартные задачи на уроках математики и Проблемы современного математического образования в вузах и школах России. - Киров: ВятГГУ, 2004. - С. 88-89.

152. Митенева С.Ф. Организация творческой деятельности учащихся в процессе решения задач // Современное образование: научные подходы, опыт, проблемы, перспективы. - Пенза, 2005. - С. 164-165.

153. Моляко В.А. Психология творческой деятельности / В.А. Моляко. - Киев: Знание, 1978. - 45 с.

154. Моляко В.А. Психология решения школьниками творческих

задач / В.А. Моляко. - Киев: Радянська школа, 1983. - 159 с.

155. Моралишвили Т.Д. Методика решения нестандартных алгебраических задач / Современные проблемы методики преподавания математики: сб. статей. Составители: Н.С. Антонов, В.А. Гусев. - М.: Просвещение, 1985. - С. 221.

156. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. сред. шк. / А.Г. Мордкович. - М.: Мнемозина, 2003. - 254 с.

157. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа: Задачник для 10-11 кл. сред. шк. / А.Г. Мордкович. - М.: Мнемозина, 2002. - 232 с.

158. Мышление учителя: Личностные механизмы и понятийный аппарат / Под ред. Ю.И. Кулюткина, Г.С. Сухобской. - М.: Педагогика, 1990. - 104 с.

159. Нагибин Ф.Ф. Математическая шкатулка: Пособие для учащихся 4-8 кл. сред. шк. / Ф.Ф. Нагибин, Е.С. Канин. - 5-е изд. - М.: Просвещение, 1988. - 160 с.

160. Нохрин С.Э., Пыткеев Е.Г., Шевалдин В.Т. свердловские математические олимпиады. - 2005. – 439 с., 216 ил.

161. Ньюэлл А. Процессы творческого мышления / А. Ньюэлл, С. Шоу, Г.А. Саймон // Психология мышления. Сб. переводов под ред. А.М. Матюшкина. - М.: Прогресс, 1965. - С. 500-530.

162. Огородников И.Т. Развитие самостоятельности и творческой активности учащихся в обучении / И.Т. Огородников. - М., 1971. - 327 с.

163. Олехник С.Н., Потапов М.К., Пасиченко П.И. Алгебра и начала анализа, Уравнения и неравенства. Учебно - Методическое пособие для учащихся 10-11 классов. Москва 1998. – 194 с.

164. Педагогика: Учеб. пособие для студ. пед. учеб. завед. / В.А. Сластенин, И.Ф. Исаев, А.И. Мищенко, Е.Н. Шиянов. - М.: Школа - Пресс, 2000. - С.512.

165. Педагогическая энциклопедия. - М., 1965.

166. Перельман Я.И. Живая математика / Под ред. В.Г. Болтянского. - М.: МГИК, 1993. - 97 с.

167. Перельман Я.И. Занимательная арифметика. Загадки и диковинки

в мире чисел / Я.И. Перельман. - Издание 9-е с дополнениями А.В. Рывкина. - М.: Физматгиз, 1959. – 191 с.

168. Перельман Я.И. Занимательная геометрия / Я.И. Перельман. - М.: Физматгиз, 1958. - 303 с.

169. Перельман Я.И. Занимательная математика:математические рассказы и очерки / Я.И. Перельман. - М.: МГИК, 1993. - 97 с.

170. Перельман Я.И. Занимательные задачи и опыты / Я.И. Перельман. - М.: Детская литература, 1972. - 463 с.

171. Пивоварук Т.В. Обучение поиску решения нестандартных задач по алгебре в 6-8 классах: Дисс. ... канд. пед. наук. - Минск; 1985. - 183 с.

172. Пидкасистый П.И. Воспроизводящая и творческая деятельность школьников в обучении / П.И. Пидкасистый - М.: Педагогика, 1980. - 240 с.

173. Пидкасистый П.И. Самостоятельная познавательная деятельность школьников в обучении / П.И. Пидкасистый. - М.: Педагогика, 1980. - 238 с.

174. Потапов М.К., Шевкин А.В. Алгебра и начала математического анализа. Дидактические материалы. 10 класс / М.К. Потапов, А.В. Шевкин – М. : Просвещение, 2012. – 128 с.

175. Потапов М.К. Математика. Методы решения задач : пособие для абитуриентов / М.К. Потапов, С.Н. Олехник, Ю.В. Нестеренко. – М. : Дрофа, 1997. – 669 с.

176. Потапов М.К. Алгебра и начала анализа : учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Ю.П. Дудницын [и др.] ; под ред. А.Н. Колмогорова. – М. : Просвещение, 2004. – 384 с.

177. Погорелов А.В. Геометрия: Учебник для 7-11 кл. сред. шк. / А.В. Погорелов. - 3-е изд. - М.: Просвещение, 1992. - 383 с.

178. Поисковые задачи по математике (4-5 классы): Пособие для учителей / А.Я. Крысин, В.Н. Руденко, В.И. Садкова, А.В. Соколова, А.С. Шепетов, Ю.М. Колягин - М.: Просвещение, 1975. - 95 с.

179. Пойа Д. Математическое открытие. Решение задач:основные понятия, изучение и преподавание / Д. Пойа. - Пер. с англ. / Под ред. С.А.

Яновской. - М.: Наука, 1976. - 448 с.

180. Пойа Д. Как решать задачу / Д. Пойа. - Пер. с англ. В.Г. Звонаревой, Д.Н. Белла; Под ред. Ю.М. Гайдука. - М.: Учпедгиз, 1959.- 207 с.

181. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения / Д. Пойа. - Пер. с англ. И.А. Вайнштейна; Под ред. С.А. Яновской. - 2-е изд., испр. - М.: Наука, 1975. - 463 с.

182. Поляк Г.Б. Занимательные задачи / Г.Б. Поляк и др. - М.: Наука, 1953. - 143 с.

183. Пономарев Я.А. Психология творческого мышления / Я.А. Пономарев / Под ред. А.Н. Леонтьева. - М.: Изд-во АПН РСФСР, 1960. - 352 с.

184. Пономарев Я.А. Психология творчества / Я.А. Пономарев. - М.: Наука, 1976. - 304 с.

185. Прасолов В.В. Задачи по стереометрии / В.В. Прасолов, И.Ф. Шарыгин. - М.: Наука, 1989. - 288 с.

186. Прасолов В.В. Задачи по алгебре, арифметике и анализу / В.В. Прасолов.- М.: МЦНМО, 2011. - 608 с.

187. Психология. Словарь / Под общей ред. А.В. Петровского, М.Г. Ярошевского. - 2-е изд. испр. и доп. - М.: Политиздат, 1990. - 494 с.

188. Пушкин В.Н. Эвристика - наука о творческом мышлении / В.И. Пушкин. - М.: Политиздат, 1967. - 267 с.

189. Раҷабова С.Ҷ. Рушди тафаккури мантиқии хонандагон дарсҳои математика / Раҷабова С.Ҷ. – Душанбе : Ирфон, 2016. – 96 с.

190. Рахимов А.З. Сущность творческого мышления учащихся / А.З. Рахимов // Формирование творческого мышления школьников в учебной деятельности: Сб. научн. тр. - Уфа: БГПИ, 1985. - С. 3-12.

191. Рахимов А.З. Формирование творческого мышления школьников. Авторсф. дисс. ... докт. пед. наук.- М, 1993. - 31 с.

192. Ржецкий Н.Н. Проблемное изложение материала в лекциях / Н.Н. Ржецкий. - Киев: Знание, 1982. - 19 с.

193. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. Т.1. / С.Л. Рубинштейн. - М.: Педагогика, 1989. - 485 с.
194. Рубинштейн С.Л. Проблемы общей психологии / С.Л. Рубинштейн. - М.: Педагогика, 1976. - 417 с. Русанов В.Н. Математический сундучок / В.И. Русанов. - Оса: Росстани-на-Каме, 1994. - 40 с.
195. Рензулли Дж. Трехкольцевая модель одаренности / Дж. Рензулли // Основные современные концепции творчества и одаренности / под ред. Д.Б. Богоявленской. – М. : Молодая гвардия, 1997. – С. 214-232.
196. Саакян С.М. Задачи по алгебре и началам анализа для 10-11 классов / С.М. Саакян, А.М. Гольдман, Д.В. Денисов. - М.: Просвещение, 1990. - 256 с. (Б-ка учителя математики)
197. Сатторов А.Э., Мирзозаҳимов М.Ҳ. Ҳалли машқҳои ғайристандартӣ ва мантиқӣ аз математика. - Бохтар: 2022. – 134 саҳ.
198. Смышляев В.К. – Практикум по решению задач школьной математики. Москва: Прсвещения, 1978 – 98 с.
199. Супрун В.П.. – Математика для старшиклассников. Задачи повышенной сложности – 196 с
200. Садовничий В.А., Подколзин А.С. Задачи студенческих олимпиады по математике. Москва: Наука главная редакция физико математической литературы. - 1978. – 106 с.
201. Смышляев В.К. Работа учителя математики по развитию познавательного интереса учащихся. – М. : Просвещение, 1985. – 112 с.
202. Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике / Г.И. Саранцев. -М.: Просвещение, 1995. - 240 с.
203. Саранцев Г.И. Эстетическая мотивация в обучении математике / Г.И. Саранцев. - Саранск, 2003. - 136 с.
204. Сборник развивающих задач по математике для учащихся младших классов / Пособие для учителей: под редакцией В.А. Тестова. - Вологда, 1998. - 63 с.
205. Сивашинский И.Х. Задачник по элементарной математике / И.Х. Сивашинский Издательство наука главная редакция физико

математической литературы Москва. - 1966. – 514 с.

206. Семенов И.Л. Антье и мантисса сборник задач с решениями. ИПМ им. М.В. Келдыша, 2015 – 377 с.

207. Седракян Н.М., Авоян А.М. Неравенства. Методы доказательства / Пер. с арм. Г.В. Григоряна. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 256 с. - ISBN 5-9221-0273-7.

208. Сельдюкова С.И. Нестандартные текстовые задачи в обучении младших школьников математике: Дисс... канд. пед. наук. - М.; 1982. - 221 с.

209. Селькина Л.В. Решение нестандартных задач в начальном курсе математики как средство формирования субъекта учебной деятельности: Дис. ... канд. пед. наук. – Пермь, 2001. - 189 с.

210. Симановский А.Э. Развитие творческого мышления детей: Популярное пособие для родителей и педагогов. - Ярославль: Гринго, 1996.- 192 с.

211. Славская К.А. Детерминация процесса мышления / К.А. Славская Исследование мышления в советской психологии. - М.: Наука, 1966. - С. 209 - 218.

212. Скаткип М.Н. Совершенствование процесса обучения / М.Н. Скаткин. - М.: Педагогика, 1971. - 206 с.

213. Слепкань З.И. Психолого-педагогические основы обучения математике: Метод. пособие / З.И. Слепкань. - Киев: Рад.шк., 1983. - 192 с.

214. Смирнов Е.И. Технология наглядно-модельного обучения математике: Монография / Е.И. Смирнов. - Ярославль: ЯГПУ им. К.Д. Ушинского. - 1998. - 313 с.

215. Скиннер Б.Ф. Технология обучения / пер. с англ. – М. : Педагогика, 1979. – 176 с.

216. Смирнова И.М. Научно-методические основы преподавания геометрии в условиях профильной дифференциации обучения: Монография / И.М. Смирнова. - М.: Прометей, 1994. - 152с.

217. Сорокин П.И. Занимательные задачи по математике с решениями и методическими указаниями / П.И. Сорокин. - М.: Просвещение, 1967.-152с

218. Столяр А.А. Методы обучения математике: Учебное пособие для

пединститутов / А.А. Столяр. -Минск: Народная асвета, 1981. - 191 с.

219. Столяр А.А. Педагогика математики / Л.А. Столяр. - 3-е изд. - Минск: Вышэйшая школа, 1986. - 158 с.

220. Трошин В.В. Гармонизация алгебраического и геометрического методов решения задач. – Н.Новгород, 2002. – 180 с.

221. Тестов В.А. Стратегия обучения математике: Монография / В.А. Тестов. - М.: Технологическая Школа Бизнеса, 1999. - 304 с.

222. Тестов В.А. Математические структуры как наукометодическая основа построения математических курсов в системе непрерывного обучения (школа-вуз): Автореферат дис. ... доктора пед.наук. - Вологда, 1998. - 34 с.

223. Фалин Г.И. Алгебра на вступительных экзаменах по математике в МГУ / Г.И.Фалин, А.И. Фалин –М. : Бином. Лаборатория знаний , 2006. - 367 с.

224. Федорако Е.И. Практикум по Математике 11 класс. Пособия для учащихся учреждений общего среднего образования с русским (белорусским) языком обучения / Е.И. Федорако.-2-е изд. - Мозырь: белый Ветер, 2016.-135, [1] с.: ил.-(Готовимся к выпуск-ным и)

225. Философский словарь / Под ред. И.Д. Фролова. - 6-е изд. перераб. и доп. - М.: Политиздат, 1991. - 560 с.

226. Философский словарь / Под ред. М.М. Розенталя. - Изд. 3-е. - М.: Политиздат, 1972. - 496 с.

227. Фридман Л.М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач / Л.М. Фридман. - М.: Педагогика, 1977. - 146 с.

228. Фридман Л.М. Как научиться решать задачи: Пособие для учащихся / Л.М. Фридман, С.И. Турецкий. - М.: Просвещение, 1984. - 130 с., форзацы.

229. Фридман Л.М. Изучаем математику: Кн. для учащихся 5-6 кл. общеобразовательных учреждений / Л.М. Фридман. - М.: Просвещение, 1995. - 255 с.

230. Хинчин А.Я. Педагогические статьи / А.Я. Хинчин / Под ред. Б.В. Гнеденко. - М.: Изд-во АПН РСФСР, 1963. - 204 с.

231. Холодная М.А. Психология интеллекта: парадоксы исследования / М.А. Холодная. - М.: Изд-во «Барс», 1977. - 392 с.
232. Харитонов Б.Ф. Сборник задач по математике для поступающих в вузы / Б.Ф. Харитонов – М. : Высшая школа, 2005. – 384 с.
233. Чирский В.Г., Шавгулидзе Е.Т. Уравнения элементарной математики: методы решения - Москва: Наука, 1992. Физическая характеристика: 175 с.
234. Цыпкин А.Г. Справочное пособие по математике с методами решения задач для поступающих в вузы / А.Г. Цыпкин - М.: ООО «Издательство Оникс»: ООО «Издательство «Мир и Образование», 2007. - 640 с.: ил.
235. Цыпкин А.Г. Справочник по математике для средних учебных заведений-3-е изд.-М.: Наука. 1983г.-с.480(саҳифаи муодилаи куби сах 112 дараҷаи чор 112-115).
236. Цукарь А.Я. Уроки развития воображения: Учебное пособие / А.Я. Цукарь. - Новосибирск: РИФплюс, 1997. - 166 с.
237. Чучаев И.Н. Уравнения и неравенства с параметром и задачи на экстремум / И.Н. Чучаев, С.И. Мещерякова // Математика в школе. - 1994. - № 4. - С.56-59.
238. Шапиро И.М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики. – М. : Просвещение, 1990. – 96 с.
239. Шамова Т.И. Управление образовательным процессом в адаптивной школе / Т.И. Шамова, Т.М. Давыденко. - М.: Центр «Педагогический поиск», 2001. - 384 с.
240. Шарыгин И.Ф. Математика: задачи на смекалку. Учеб, пособие для 5-6 кл. / И.Ф. Шарыгин, А.В. Шевкин. - М.: Просвещение, 1995.
241. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике: Решение задач: Учеб.пособие для 10 кл.средник. / И.Ф. Шарыгин. - М.: Просвещение, 1989. -252 с.
242. Шарыгин И.Ф. Математика для поступающих в вузы : учеб. пособие - 6-е изд., стереотип. -М. : Дрофа, 2006. - 479, [1] с. : ил.ISBN 5-358-01163-3

243. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике: Решение задач: Учеб.пособие для I 1 кл.сред.шк. / И.Ф. Шарыгин, В.И. Голубев. - М.: Просвещение, 1991. - 384 с.
244. Шубинский В.С. Педагогика творчества учащихся / В.С. Шубинский // Сер. Педагогика и психология.- М.: Знание, 1988.- № 8.- 80 с.
245. Шумилин А.Т. Проблемы теории творчества / А.Т. Шумилин. - М.: Высшая школа, 1988. -143 с.
246. Щукина Г.И. Методологические и теоретические проблемы активизации учебно-познавательной деятельности в свете реформ школы / Г.И. Щукина. - Л.: ЛЕПИ, 1986. - 172 с
247. Эмомалиев Х. Масъалаҳои мантиқӣ ва ғайристандартӣ дар дарси математика. – Душанбе : Маориф, 2013. – 160 с
248. Энциклопедический словарь / Издатели Ф.А. Брокгауз И.А. Ефрон. - Т. XXXII. - СПб., 1901.-966 с.
249. Эрдниев П.М. Укрупнение дидактических единиц в обучении математике: Кн. для учителя / П.М. Эрдниев, Б.П. Эрдниев. - М.: Просвещение, 1986. - 255 с.
250. Эсаулов А.Ф. Психология решения задач: Методическое пособие / А.Ф. Эсаулов. - М.: Высшая школа, 1972. - 216 с.
251. Якиманская И.С Яглом И.М. Геометрические преобразования. – М. : Гостехиздат, 1955. – 280 с.

ФЕҲРИСТИ ИНТИШОРОТИ ИЛМИИ ДОВТОЛАБИ ДАРЁФТИ ДАРАҶАИ ИЛМӢ

а) Дастурҳои методӣ:

[1-М]. Сатторов А.Э, Мирзораҳимов М.Ҳ. Ҳалли машқҳои ғайристандартӣ ва мантиқӣ аз математика (Нишондодҳои методӣ) – Бохтар: 2022 – 134 с

б) Мақолаҳое, ки дар нашрияҳои тақризшавандаи Комиссияи олии аттестатсионии назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон нашр шудаанд:

[2-М]. Сатторов А.Э. Мирзораҳимов М.Ҳ. Нақши масъалаҳои мантиқии аз параметр вобаста ҳангоми баланд бардоштани тафаккури математикии хонандагон [Матн] / А.Э. Сатторов, М.Ҳ. Мирзораҳимов // Паёми донишгоҳи миллии тоҷикистон. – 2024. - №3. – С. 283-290. - ISSN 2074-1847

[3-М]. Мирзораҳимов М.Ҳ. «Татбиқи ҳосила дар ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ аз математикаи элементарӣ» дар маҷалаи «Паёми Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Носири Хусрав. - 2024. - №1. – С. 102-106. - ISSN 2663-5534

[4-М]. Мирзораҳимов М.Ҳ. Нақши муодилаҳои ғайристандартӣ дар баланд бардоштани дониши математикии донишҷӯён. Паёми донишгоҳи миллии тоҷикистон. 2024с. - №6. - С. 232-242. - ISSN 2074-1847.

[5-М]. Сатторов.А,Э., Мирзораҳимов М.Ҳ. Нақши машқҳои мантиқӣ дар рушди дониши математикии хонандагон [Матн] / А.Э. Сатторов, М.Ҳ. Мирзораҳимов // Паёми ДДБ ба номи Носири Хусрав. - 2022. - №1/3(101). – С. 144-147. - ISSN 2663-5534.

[6-М]. Мирзораҳимов М.Ҳ. Нақши ифодаҳои математикии ғайристандартӣ дар баланд бардоштани дониши математикии донишҷӯён [Матн] / М.Ҳ. Мирзораҳимов // Паёми ДДБ ба номи Носири Хусрав Бохтар. - 2024. - №1-4(128). – С. 356-362. - ISSN: 2663-5534)

в) Мақолаҳое, ки дар дигар нашрияҳо ба таъб расидаанд:

[7-М]. Сатторов А.Э., Мирзораҳимов М.Ҳ. Рушди тафаккури мантиқии донишҷӯён дар ҳалли масъалаҳои тақсимшавии ададҳои бутун [Матн] / А.Э. Сатторов, М.Ҳ. Мирзораҳимов // Конференсияи илмӣ-амалии байналмилалӣ дар мавзӯи «Таҳлили комплексӣ ва тадқиқҳои он» бахшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф», 75 – солагии корманди шоистаи Тоҷикистон, узви вобастаи АМИТ, доктори илмҳои физикаю математика, профессор И.Қ. Қурбонов ва 70 – солагии доктори илмҳои физикаю математика, профессор Ҷ.С. Сафаров. - Бохтар – 2022. – С. 374-376.

[8-М]. Сатторов А.Э., Мирзораҳимов М.Ҳ. Оиди ҳалли масъалаҳои аз параметр вобаста [Матн] / А.Э. Сатторов, М.Ҳ. Мирзораҳимов // Конференсияи байналмилалӣ илмӣ – амалӣ «Рушди илмҳои риёзӣ, дақиқ ва табиӣ дар замони муосир: мушкилот ва дурнамо» Данғара – 2023. С. 339-344.

[9-М]. Сатторов А.Э., Мирзораҳимов М.Ҳ. Татбиқи ҳосила дар ҳалли масъалаҳои мантиқии параметрӣ [Матн] / А.Э. Сатторов, М.Ҳ. Мирзораҳимов // Сборник материалов Международной научно – практической конференции «Новые достижения в области естественных наук и информационных технологий», посвященной «Двадцатилетию изучения и развития естественных, точных и математических наук на 2020-2040г». Душанбе – 2023. С. 39-41.

[10-М]. Сатторов А.Э., Мирзораҳимов М.Ҳ. Дар бораи исботи нобаробариҳои ададии мантиқӣ [Матн] / А.Э. Сатторов, М.Ҳ. Мирзораҳимов // Конференсияи илмӣ-амалии байналмилалӣ «Муаммоҳои муосири илмҳои дақиқ дар омода намудани мутахассисони баландихтисоси соҳаи кӯҳию металлургии кишвар» бахшида ба 30 – солагии Истиқлолияти давлатии Ҷумҳурии Тоҷикистон ва эълон гардидани солҳои 2020 2040 бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф. ш.Бӯстон 2023. С. 39-40.

[11-М]. Сатторов А.Э., Мирзораҳимов М.Ҳ. Бо ёрии ҳосила исбот намудани нобаробариҳои мантиқӣ [Матн] / А.Э. Сатторов, М.Ҳ. Мирзораҳимов // Конференсияи ҷумҳуриявии илмию амалӣ дар мавзӯи «Модлесозии математикӣ ва компютери равандҳои физикӣ» бахшида ба 20 – солаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф. Душанбе – 2023. С. 250-251.

[12-М]. Сатторов А.Э., Мирзораҳимов М.Ҳ. Нақши масъалаҳои аз параметр вобаста барои баланд бардоштани тафаккури математикии хонандагон [Матн] / А.Э. Сатторов, М.Ҳ. Мирзораҳимов // Конференсияи илмӣ – амалии байналмилалӣ дар мавзӯи «Муаммоҳои муосири математика ва таълими он» бахшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф» (солҳои 2020-2040) ва 35- солагии истиқлолияти давлатии Ҷумҳурии Тоҷикистон. Бохтар 2025. С. 253-255.

[13-М]. Мирзораҳимов М.Ҳ. Усулҳои ҳалли муодилаҳои алгебравии ғайристандартӣ Маводи Конференсияи Ҷумҳуриявии илмӣ-назариявӣ дар мавзӯи «Масъалаҳои актуалии илмӣ риёзӣ ва методҳои таҳқиқоти онҳо» бахшида ба эълонгардидани солҳои 2020-2040 «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф». Кулоб-2023с. С. 117-121.

[14-М]. Сатторов А.Э., Мирзораҳимов М.Ҳ. Нақши ифодаҳои математикии ғайристандартӣ дар баланд бардоштани дониши математикии донишҷӯён [Матн] / А.Э. Сатторов, М.Ҳ. Мирзораҳимов // Конференсияи байналмилалӣ илмӣ – амалӣ дар мавзӯи «Масъалаҳои мубрами таълими фанҳои техникӣ дақиқ ва риёзӣ». С. 459-462. 17-18 май, Бохтар-2024с.

[15-М]. Сатторов А.Э., Мирзораҳимов М.Ҳ. Нақши муодилаҳои ғайристандартӣ дар баланд бардоштани дониши математикии донишҷӯён [Матн] / А.Э. Сатторов, М.Ҳ. Мирзораҳимов // Конференсияи илмӣ – амалии байналмилалӣ дар мавзӯи бахшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф ва 70 – солагии

доктори илмҳои физика- математика, профессор Байзоев Саттор» (Хучанд, 20 апрели соли 2024), С. 367-370.

[16-М]. Мирзораҳимов М.Ҳ., Шавқиева М.Ш. Бо ёрии ҳосила ҳал намудани масалаҳои мушкили математикаи мактабӣ. [Матн] / **М.Ҳ. Мирзораҳимов, М.Ш. Шавқиева** // Академияи Идоракунии Давлатии Назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон. Нақши илмҳои табиатшиносии, дақиқ ва риёзӣ дар иқтисодиёти миллӣ. Маҷмаи конференсияи ҷумҳуриявии илмӣ-амалӣ бахшида ба 30-солагии Истиқлолияти давлатии Ҷумҳурии Тоҷикистон ва эълон гардидани солҳои 2020-2040 «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф» (ш.Душанбе, 15 ноябри соли 2021), С. 151-154.

[17-М]. Мирзораҳимов М.Ҳ. Нақши машқҳои ғайристандартӣ дар таълими математика. Маҷмаи конференсияи илмӣ-амалии ҷумҳуриявӣ дар маҷмаи «Масоили муҳими математика ва таълими он» бахшида ба бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиат-шиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф (2020-2040) ва 70-солагии Қарорди шӯистаи Тоҷикистон, доктори илмҳои педагогӣ, профессор А.Э. Сатторов (Бохтар 2020), С. 191-193.

[18-М]. Сатторов А.Э., Мирзораҳимов М.Ҳ. Оиди ҳалли масъалаҳои ғайристандартии алгебравӣ [Матн] / А.Э. Сатторов, **М.Ҳ. Мирзораҳимов** // Маҷмаи конференсияи ҷумҳуриявии илмӣ-амалӣ таҳти унвони «Нақши Абурайҳони Берунӣ дар рушди илмҳои риёзӣ ва табиӣ ва техникаӣ», бахшида ба пешвози 1050-солагии нобиғаи маъруфи форсу тоҷик ва «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф». (ш. Бохтар, 28 майи соли 2022) С. 199-202.

[19-М]. Мирзораҳимов М.Ҳ. Нақши машқҳои ғайристандартӣ барои рушди дониши мантиқии ҳонандагон. Маҷмаи конференсияи илмӣ-амалии ҷумҳуриявӣ «Муаммоҳои муосири математикаи таҷрибаӣ ва нақши он дар тавсеаи тафаккури техникаӣ қомеа». ДДҲ ба номи академик Б. Ғафуров. Факултети математика. С. 235-237.

[20-М]. Мирзораҳимов М.Ҳ. Инкишофи қобилияти эҷодии донишҷӯён дар раванди ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ. Конференсияи байналмилалӣ илмӣ-назарявӣ «Нақши математика дар ташаккул ва инкишофи илмҳои иқтисодӣ, табиатшиносӣ ва илмҳои дақиқ» бахшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф» (Душанбе. 22 ноябри соли 2025), С. 414-420.

[21-М]. Мирзораҳимов М.Ҳ. Инкишофи қобилияти эҷодии донишҷӯён дар раванди таълими математика. Маҷмуаи мақолаҳои илмӣ аз якумин конференсияи илмӣ-амалии байналмиллалӣ дар мавзуи «Масъалаҳои муосири рушди илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ ва технологияҳои иттилоотӣ» бахшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф» барои солҳои 2020-2040. (27-ноябр 2025г), С. 80-83.